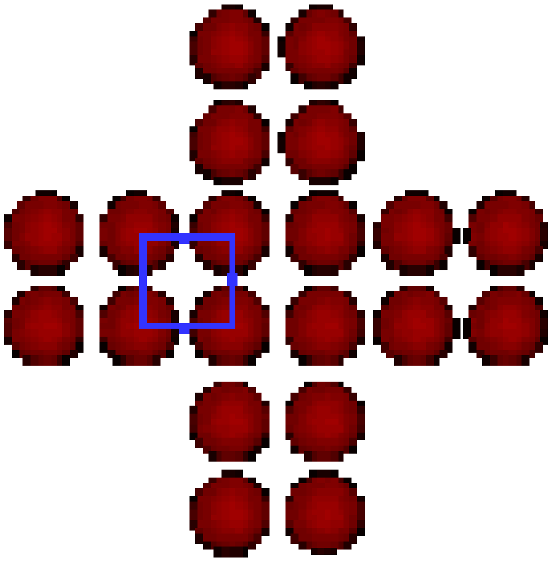
Crazy Bytes Homepage

Spiele, Didaktik, Shareware, Freeware

http://www.crazybytes.at/

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.1



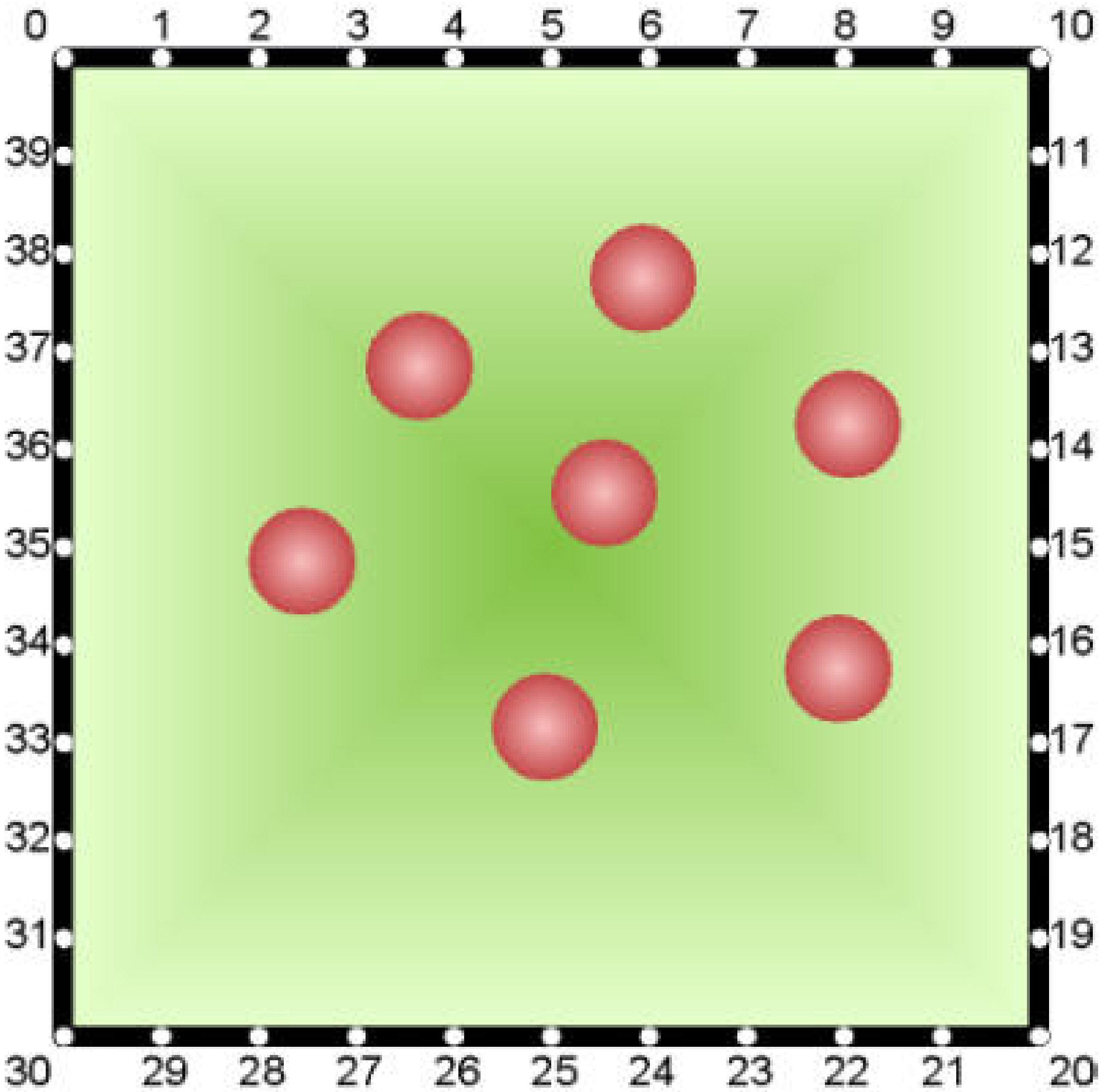
Nimm 20 Münzen, Damesteine, Knöpfe oder sonst irgend etwas und lege sie gemäß dem Plan oben aus. Je vier Münzen bilden ein Quadrat. Als Beispiel habe ich schon eines eingezeichnet. Es gibt aber auch noch größere und natürlich auch in verschiedenen Winkeln geneigte Quadrate. Wichtig ist, dass es Quadrate und keine Rechtecke, Rauten oder sonst irgendetwas sind.

Die Aufgabe wurde übrigens vom Engländer A. Lewis, der im vergangenen Jahrhundert unter dem Pseudonym Hoffmann Rätsel publizierte, seinen Lesern vorgelegt. Allerdings war die Lösung, die der Erfinder anbot, unvollständig. Der große Rätselexperte Dudeney überbot ihn später wohl um zwei zusätzliche Quadrate, aber auch das war noch nicht komplett.

Was ich jetzt von dir wissen will ist, wie viele Quadrate sich in den abgebildeten Plan einzeichnen lassen.

Rätselhafte Geometrie

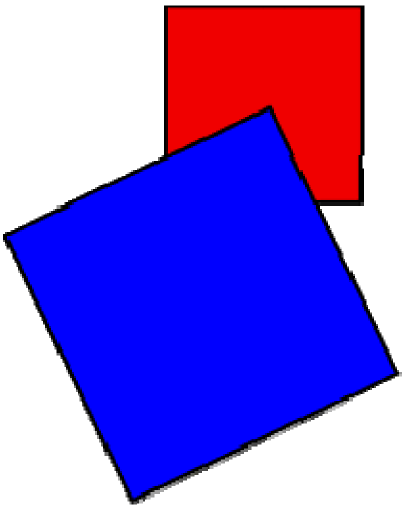
Blatt II.2



Teile das grüne Feld mit **drei** geraden Linien in **sieben** Teile, und zwar so, dass alle Eier voneinander getrennt sind.

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.3



Das kleine Quadrat hat eine Seitenlänge von 1m. Das große hat eine Seitenlänge von 1,50m.

Eine Ecke des großen Quadrats liegt genau im Mittelpunkt des kleinen.

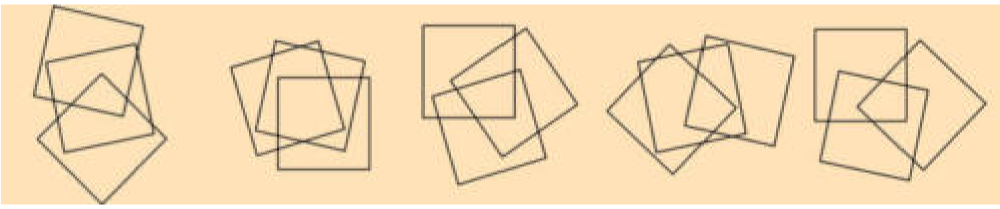
Zwei Seiten des großen Quadrats schneiden zwei Seiten des kleinen in einem Verhältnis von 1:2.

Wie groß ist die Fläche des gemeinsamen Teils der beiden Quadrate?

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.4

Die nachfolgenden fünf Figuren bestehen jeweils aus drei gleichgroßen Quadraten.



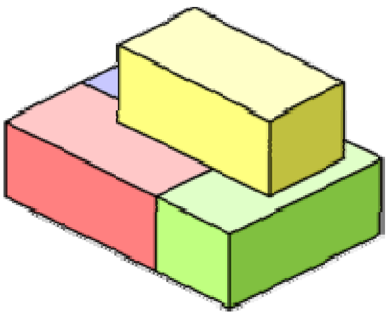
A **B** **C** **D** **E**

Diese fünf Figuren haben ein bestimmtes Ordnungsprinzip, d.h. sie können nach einem bestimmten Kriterium geordnet werden. Um die Aufgabe richtig zu beantworten, sind zwei Dinge notwendig, erstens die richtige Reihenfolge der zu den Figuren gehörigen Lösungsbuchstaben und zweitens eine kurze Beschreibung des Ordnungsprinzips

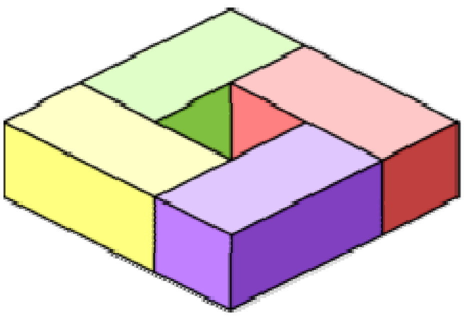
Rätselhafte Geometrie

Blatt II.5

Es ist nicht besonders schwierig, vier Bauklötze so anzuordnen, dass jeder der Steine **drei** andere berührt. Das Bild zeigt eine mögliche Anordnung.



Genauso leicht oder schwer ist es, die vier Klötze so aneinanderzulegen, dass jeder gerade **zwei** andere berührt.

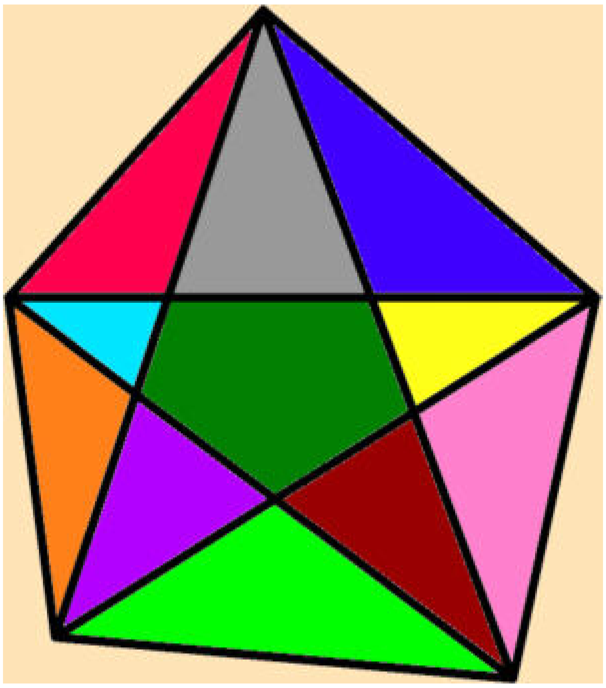


Schwierig wird es erst jetzt. Die Aufgabe lautet, die vier Bauklötze so anzuordnen, dass jeder nur genau **einen** berührt.

Als kleine Erleichterung noch Folgenden: Die Klötze können sich ohne weiters auch mehrmals an Kanten oder Ecken berühren, als richtige Berührung zählt nur eine Flächenberührung, d.h. wenn die Flächen zweier Klötze ganz oder teilweise aneinander liegen.

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.6

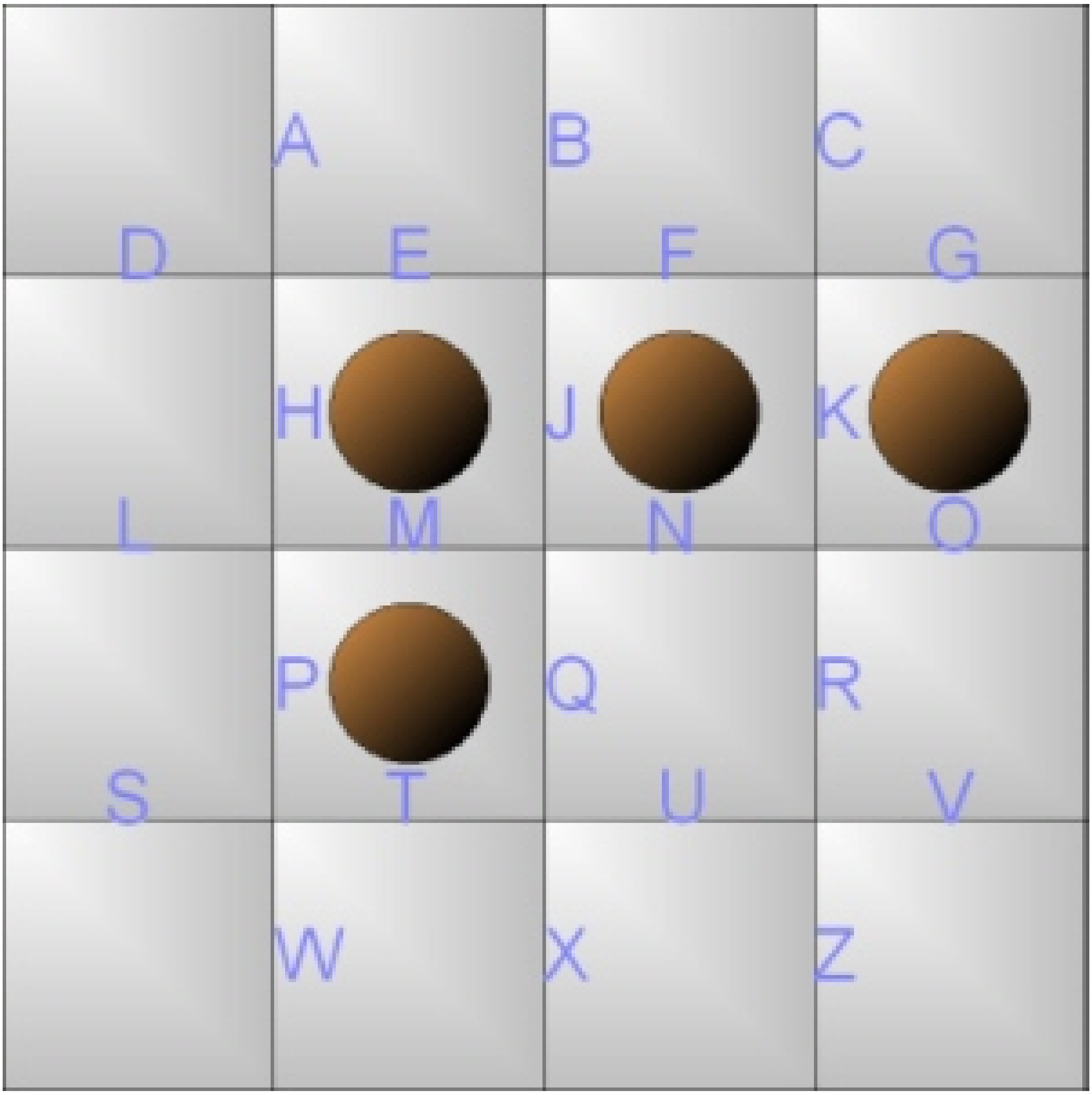


Wie viele verschiedene Dreiecke sind in dieser Figur verborgen?

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.7

Das Brett soll in vier deckungsgleiche Teile zerschnitten werden, d.h. die Teile sollen gleiche Form und natürlich gleiche Anzahl an Feldern haben. Erschwerend kommt noch hinzu, dass sich auf jedem dieser Teile genau ein Damestein befinden soll, der aber bei jedem Teil an einer anderen Stelle sein kann.

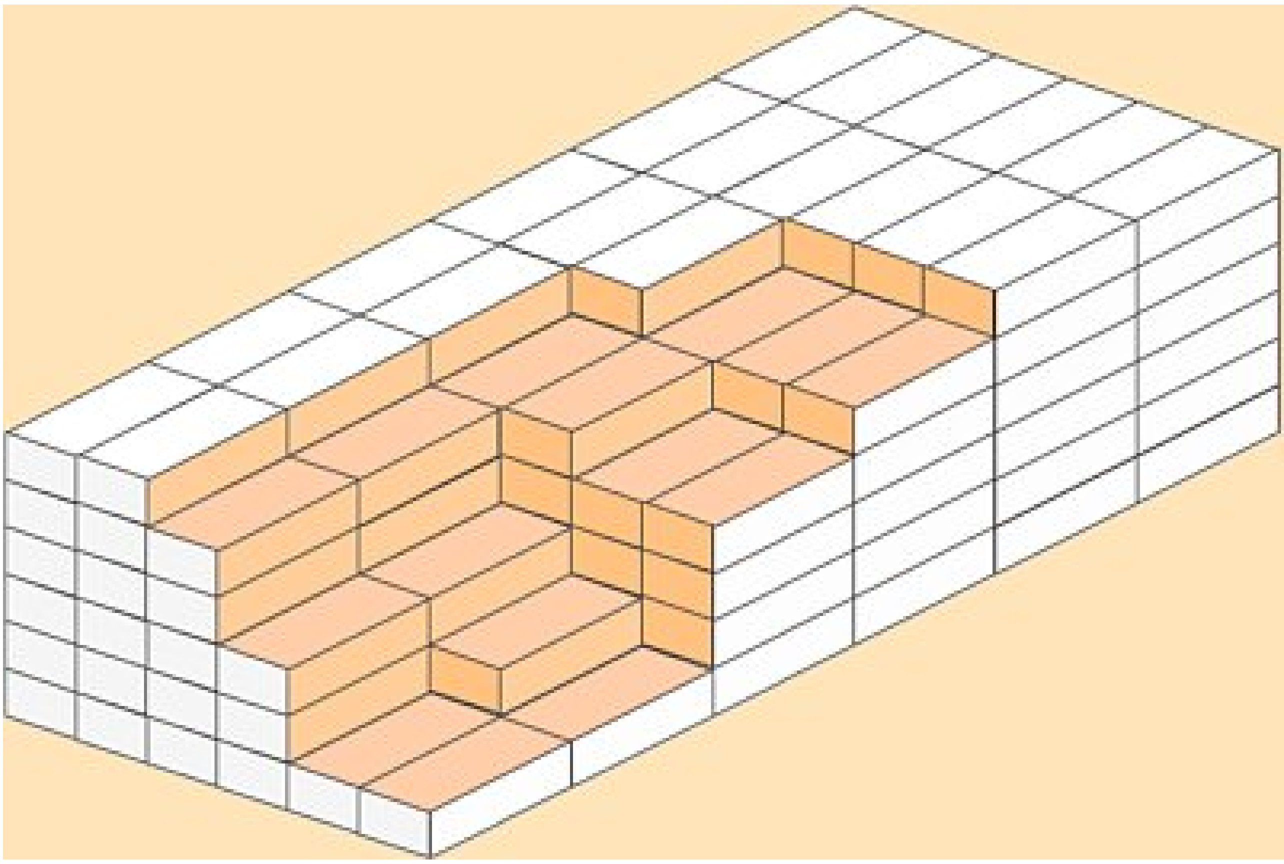


In der Darstellung sind die Grenzen zwischen den Feldern mit Buchstaben gekennzeichnet. Nur an diesen Linien soll geschnitten werden.

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.8

DIE ABGETRAGENE MAUER



Folgende Fragen sind zu beantworten:

1. Wie viele Ziegel wurden wegbefördert?
2. Wie viele davon waren auf drei Seiten weiß gestrichen?
3. Wie viele davon waren auf zwei Seiten weiß gestrichen?
4. Wie viele davon waren auf einer Seite weiß gestrichen?
5. Wie viele davon waren auf keiner Seite weiß gestrichen?

Rätselhafte Geometrie

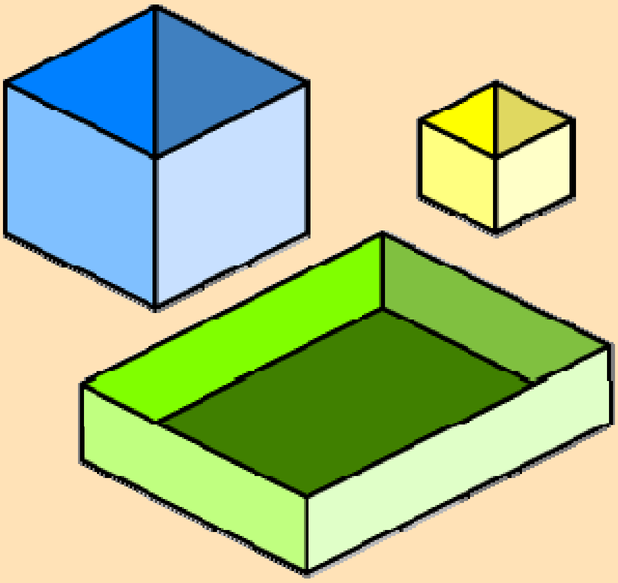
Blatt II.9

Es geht um das Abmessen von Flüssigkeiten. Jüngst musste ich unbedingt die Menge von genau 1 Liter Wasser abmessen, konnte aber unter keinen Umständen den Messbecher finden. Das einzige, was mir zur Verfügung stand, waren leere Kunststoffdosen, die man sonst zur Aufbewahrung von Zutaten verwendet.

Ich hatte je eine Dose mit folgenden Innenmaßen:

Breite	Tiefe	Höhe
10cm	10cm	7cm
20cm	20cm	15cm
30cm	40cm	4cm

Zur bessern Veranschaulichung habe ich die drei Gefäße auch noch grafisch dargestellt.

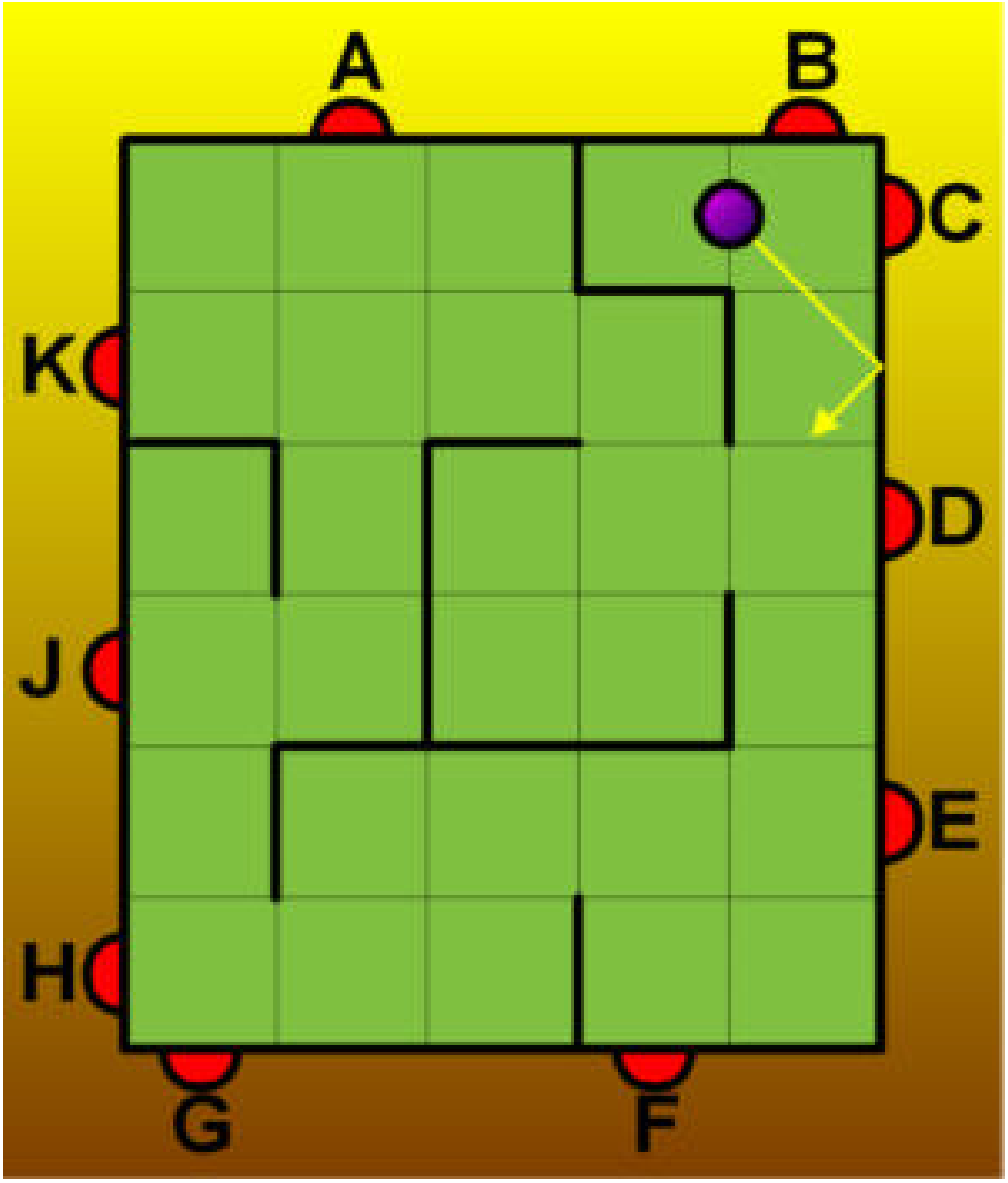


Wie ist es mir mit diesen Möglichkeiten wohl gelungen, genau 1 Liter Wasser abzumessen?

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.10

Der folgende Plan eines fiktiven Billardtisches stellt die Aufgabe, herauszufinden, in welcher Tasche (A-K) die Kugel wohl fallen würde, wenn sie wie in der Zeichnung dargestellt, genau im Winkel von 45° abgestoßen wird, natürlich ohne irgendeinen Drall. Die schwarzen Linien innerhalb des Tisches wirken dabei wie Banden. Um die Aufgabe zu vereinfachen, kann die Kugel als sehr klein angesehen werden.



Crazy Bytes Homepage

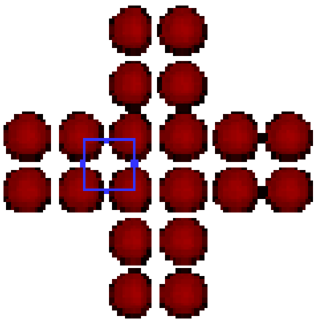
Spiele, Didaktik, Shareware, Freeware

http://www.crazybytes.at/

Lösungen

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.1 Lösung

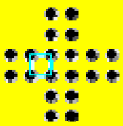


Nimm 20 Münzen, Damesteine, Knöpfe oder sonst irgend etwas und lege sie gemäß dem Plan oben aus. Je vier Münzen bilden ein Quadrat. Als Beispiel habe ich schon eines eingezeichnet. Es gibt aber auch noch größere und natürlich auch in verschiedenen Winkeln geneigte Quadrate. Wichtig ist, dass es Quadrate und keine Rechtecke, Rauten oder sonst irgendetwas sind.

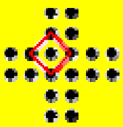
Die Aufgabe wurde übrigens vom Engländer A. Lewis, der im vergangenen Jahrhundert unter dem Pseudonym Hoffmann Rätsel publizierte, seinen Lesern vorgelegt. Allerdings war die Lösung, die der Erfinder anbot, unvollständig. Der große Rätselexperte Dudeney überbot ihn später wohl um zwei zusätzliche Quadrate, aber auch das war noch nicht komplett.

Was ich jetzt von dir wissen will ist, wie viele Quadrate sich in den abgebildeten Plan einzeichnen lassen.

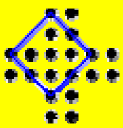
Lösung:



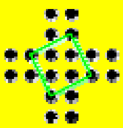
Von diesen kleinen Quadraten gibt es **9**.



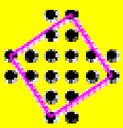
Von diesen etwas größeren Quadraten gibt es **4**.



Von diesen fast ganz großen Quadraten gibt es auch **4**.



Von diesen mittelgroßen Quadraten gibt es genau **2**.

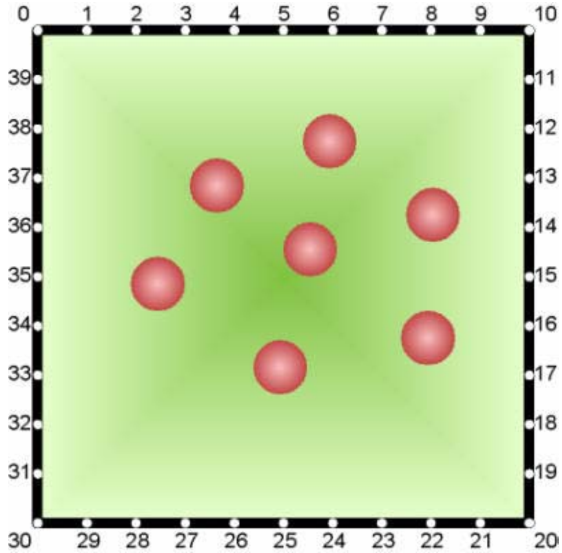


Von diesen ganz großen Quadraten gibt es ebenfalls nur **2**.

Zusammen macht das genau **21**. Und das ist auch die Lösung.

Rätselhafte Geometrie

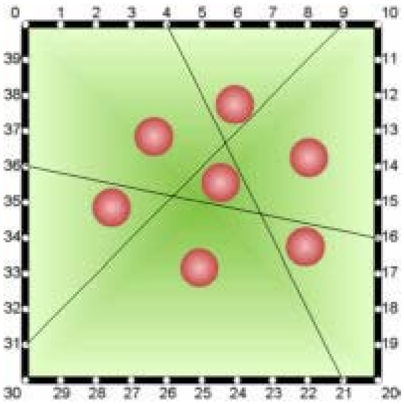
Blatt II.2 Lösung

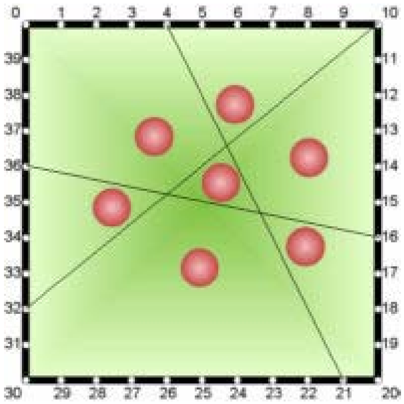


Teile das grüne Feld mit **drei** geraden Linien in **sieben** Teile, und zwar so, dass alle Eier voneinander getrennt sind.

Lösung:

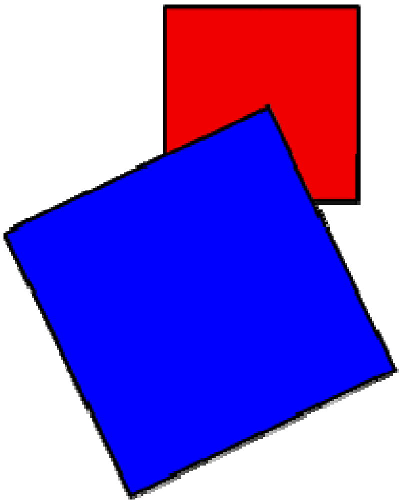
Zwei der Linien sind ziemlich klar, nämlich von **4** nach **21** und von **16** nach **36**. Bei der dritten gibt es zwei Möglichkeiten, nämlich von **9** nach **31** oder von **10** nach **32**.





Rätselhafte Geometrie

Blatt II.3 Lösung



Das kleine Quadrat hat eine Seitenlänge von 1m. Das große hat eine Seitenlänge von 1,50m.

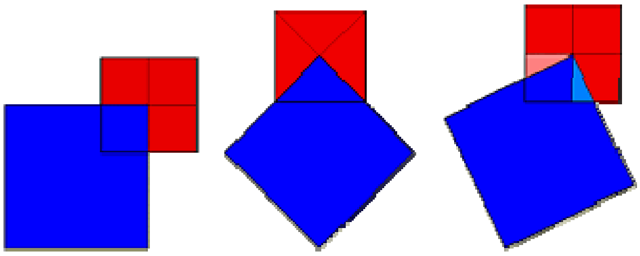
Eine Ecke des großen Quadrats liegt genau im Mittelpunkt des kleinen.

Zwei Seiten des großen Quadrats schneiden zwei Seiten des kleinen in einem Verhältnis von 1:2.

Wie groß ist die Fläche des gemeinsamen Teils der beiden Quadrate?

LÖSUNG:

Ganz egal, unter welchem Winkel, die beiden Quadrate zueinander stehen, die gemeinsame Fläche ist immer ein Viertel der Fläche des roten Quadrats. Aus den drei Zeichnungen unten ist dieser Sachverhalt anschaulich zu erkennen. Bei der linken und der mittleren Zeichnung ist - denke ich - alles klar. Bei der rechten kann jeder beliebige Winkel auf die linke Zeichnung zurückgeführt werden, d.h. wenn das hellblaue Dreieck abgeschnitten wird und auf die rosa Fläche gelegt, erhält man immer die gleiche Fläche wie in der linken Zeichnung.



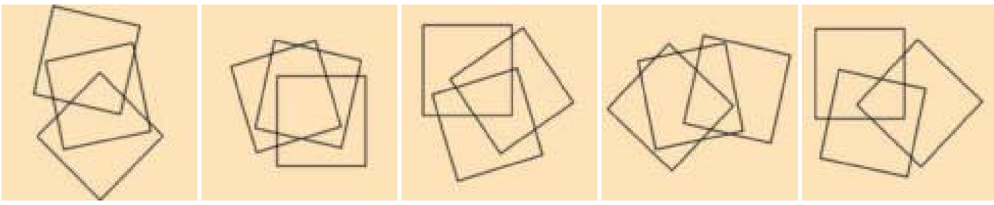
Die Fläche des gemeinsamen Teils der beiden Quadrate ist also

$0{,}25m^2$

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.4 Lösung

Die nachfolgenden fünf Figuren bestehen jeweils aus drei gleichgroßen Quadraten.

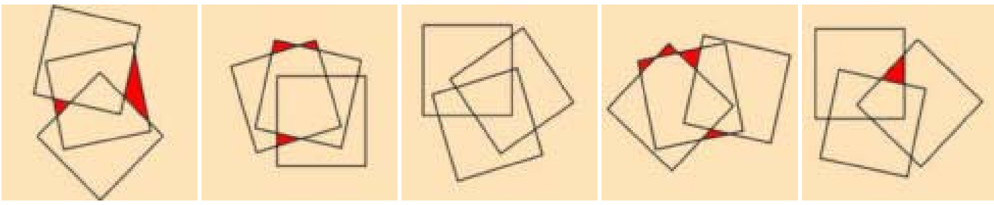


A B C D E

Diese fünf Figuren haben ein bestimmtes Ordnungsprinzip, d.h. sie können nach einem bestimmten Kriterium geordnet werden. Um die Aufgabe richtig zu beantworten, sind zwei Dinge notwendig, erstens die richtige Reihenfolge der zu den Figuren gehörigen Lösungsbuchstaben und zweitens eine kurze Beschreibung des Ordnungsprinzips

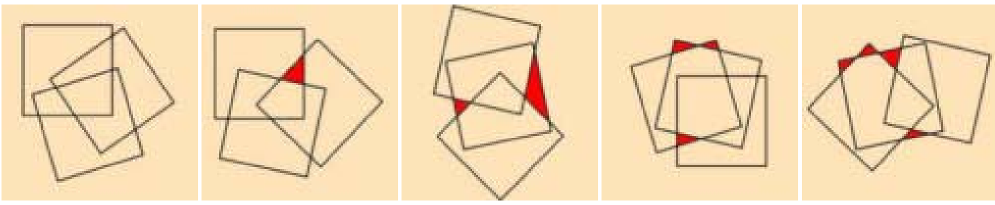
LÖSUNG:

Das Kriterium für die richtige Ordnung ist die Anzahl der Dreiecke, die sich die drei Quadrate gegenseitig ausschneiden.



A	B	C	D	E
2 Dreiecke	3 Dreiecke	kein Dreieck	4 Dreiecke	1 Dreieck

Die fünf Figuren diesem Kriterium entsprechend umgeordnet

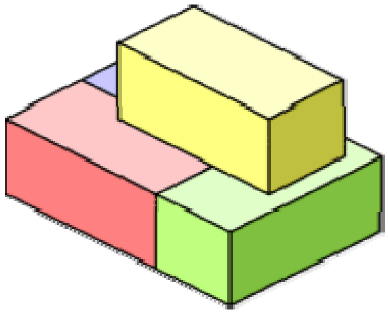


C E A B D

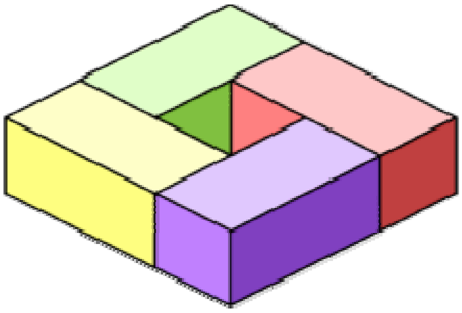
Rätselhafte Geometrie

Blatt II.5 Lösung

Es ist nicht besonders schwierig, vier Bauklötze so anzuordnen, dass jeder der Steine **drei** andere berührt. Das Bild zeigt eine mögliche Anordnung.



Genauso leicht oder schwer ist es, die vier Klötze so aneinanderzulegen, dass jeder gerade **zwei** andere berührt.

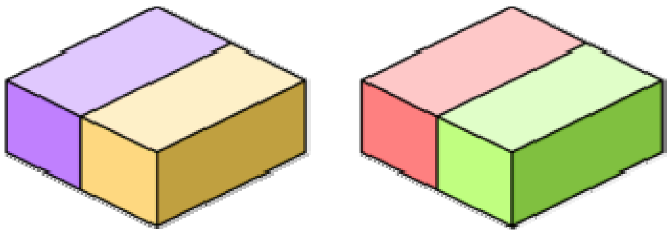


Schwierig wird es erst jetzt. Die Aufgabe lautet, die vier Bauklötze so anzuordnen, dass jeder nur genau **einen** berührt.

Als kleine Erleichterung noch Folgenden: Die Klötze können sich ohne weiters auch mehrmals an Kanten oder Ecken berühren, als richtige Berührung zählt nur eine Flächenberührung, d.h. wenn die Flächen zweier Klötze ganz oder teilweise aneinander liegen.

LÖSUNG:

Die "schwierigste" Aufgabe im Zusammenhang von Flächenberührungen der vier Steine könnte z.B. so aussehen.

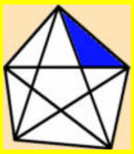


Rätselhafte Geometrie

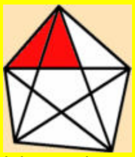
Blatt II.6 Lösung

Wie viele verschiedene Dreiecke sind in dieser Figur verborgen?

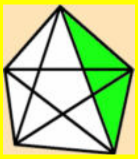
LÖSUNG:



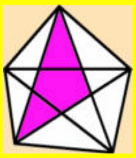
Die Figur besteht zunächst aus zehn kleinen Dreiecken, die ein Fünfeck umfassen. Das blaue Dreieck ist eines dieser zehn elementaren Dreiecke.



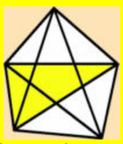
Durch unterschiedliche Kombinationen lassen sich aus den zehn kleinen Dreiecken noch zehn Dreiecke bilden, die aus jeweils zwei elementaren Dreiecken bestehen. Das rote Dreieck ist eines dieser zehn.



Ebenso lassen sich fünf Dreiecke finden, die aus jeweils drei Elementardreiecken bestehen. Das grüne Dreieck ist eines von ihnen.



Aus jeweils zwei kleinen Dreiecken und dem Fünfeck lassen sich ebenfalls wieder fünf größere Dreiecke bilden. Die Abbildung zeigt eines dieser Dreiecke lila gefärbt.

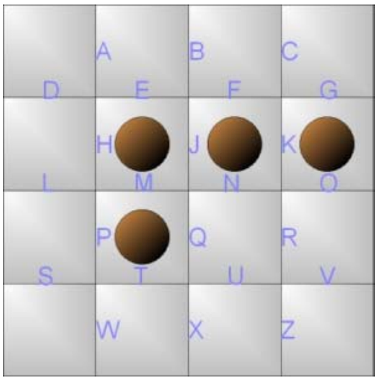


Zu guter letzt gibt es noch fünf Dreiecke, die sich aus dem zentralen Fünfeck und weiteren vier kleinen Dreiecken zusammensetzen. Das gelbe Dreieck zeigt eines davon.

Alle Varianten zusammengezählt ergibt **35** verschieden Dreiecke. Diese Zahl ist natürlich auch die richtige Lösung der Knobelei

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.7 Lösung

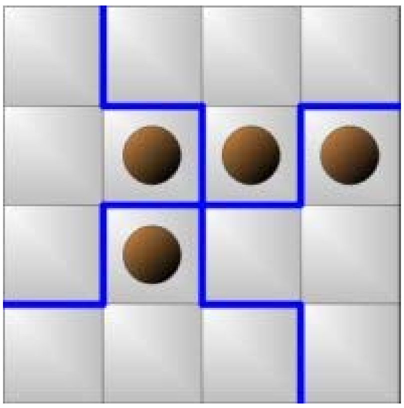


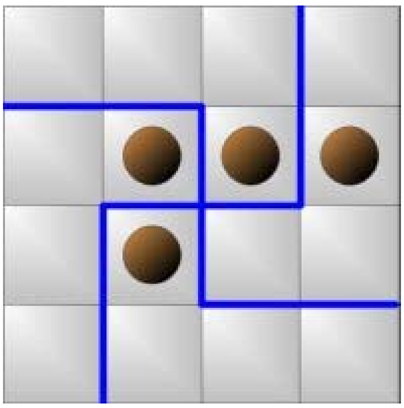
Das Brett soll in vier deckungsgleiche Teile zerschnitten werden, d.h. die Teile sollen gleiche Form und natürlich gleiche Anzahl an Feldern haben. Erschwerend kommt noch hinzu, dass sich auf jedem dieser Teile genau ein Damestein befinden soll, der aber bei jedem Teil an einer anderen Stelle sein kann.

In der Darstellung sind die Grenzen zwischen den Feldern mit Buchstaben gekennzeichnet. Nur an diesen Linien soll geschnitten werden.

LÖSUNG:

Es gibt lediglich zwei Lösungen, die unten abgebildet sind.





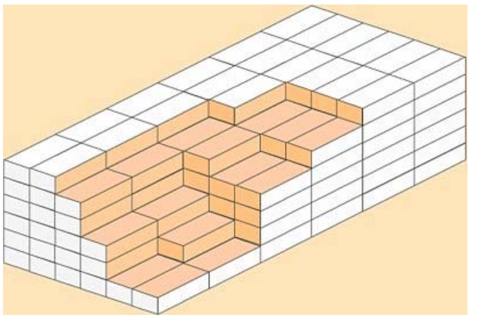
Die richtigen Lösungsbuchstaben lauten dann in alphabetischer Reihenfolge

AEGJKMNPQSUZ CDEJKMNPQUVW

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.8 Lösung

DIE ABGETRAGENE MAUER



Folgende Fragen sind zu beantworten:

1. Wie viele Ziegel wurden wegbefördert?
2. Wie viele davon waren auf drei Seiten weiß gestrichen?
3. Wie viele davon waren auf zwei Seiten weiß gestrichen?
4. Wie viele davon waren auf einer Seite weiß gestrichen?
5. Wie viele davon waren auf keiner Seite weiß gestrichen?

LÖSUNG:

Insgesamt wurden 36 Ziegel weggeräumt. Davon war natürlich nur einer - der Eckziegel - auf drei Seiten weiß. 10 Ziegel - diejenigen an den Kanten - hatten auf jeweils zwei Seiten weiße Farbe. 19 Ziegel zeigten auf jeweils einer Seite zur Oberfläche der Mauer. Nur 6 Ziegel waren vollständig eingeschlossen und dementsprechend war bei diesen keine Seite weiß.

Rätselhafte Geometrie

Blatt II.9 Lösung

Es gibt sicher viele verschiedene Lösungen dieser Aufgabe. Drei davon möchte ich etwas näher erläutern. Die ersten beiden arbeiten mit viel Hin- und Her- Geschütte, während die dritte einen komplett anderen Ansatz darstellt.

1. Zunächst habe ich die Rauminhalte der drei Gefäße errechnet. Da die drei Gefäße quaderförmig sind, errechnet sich der Rauminhalt, indem Breite, Tiefe und Höhe miteinander multipliziert werden. Das ergibt beim den drei Gefäßen:

   Gelb: 10cm * 10cm * 7cm = 700cm^3 = 0,7 Liter
   Blau: 20cm * 20cm * 15cm = 6000cm^3 = 6 Liter
   Grün: 30cm * 40 cm * 4cm = 4800cm^3 = 4,8 Liter

   Dann fülle ich das blaue Gefäß randvoll, es sind also 6 Liter drinnen. Dann leere ich aus dem blauen Gefäß Wasser in das gelbe und in das Grüne Gefäß um, bis diese voll sind. Im blauen Gefäß verbleiben dann

   6 Liter˜ 4,8 Liter˜ 0,7 Liter = 0,5 Liter.

   Diesen halben Liter gieße ich schon mal in meinen Kochtopf und wiederhole das Ganze noch einmal.

   Kritiker können natürlich behaupten, dass diese Methode nicht ganz fair ist, weil man ja im Grunde genommen ein viertes Gefäß verwendet, in dem man das Wasser sammelt. Dass es auch ohne diese Hilfe geht, beweist folgende Lösung:

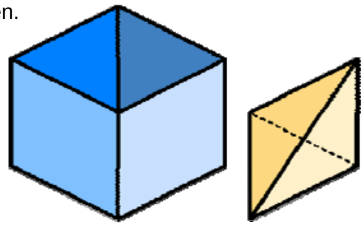
2. Ich verfahre genau so wie vorher und habe nach dem ersten Durchgang 4,8 Liter im grünen, 0,7 Liter im gelben und 0,5 Liter im blauen Gefäß.

   Jetzt leere ich das gelbe Gefäß aus und fülle den halben Liter aus dem blauen in das gelbe um. Dann leere ich das grüne Gefäß aus oder ich fülle seinen Inhalt umweltbewusst in das blaue um. Dann fülle ich das blaue aus der Wasserleitung wieder komplett auf und leere gleich 4,8 Liter wieder in das grüne Gefäß um. Das blaue Gefäß enthält jetzt 1,2 Liter, das grüne 4,8 Liter und das gelbe 0,5 Liter von vorher.

   Im gelben Gefäß ist jetzt noch Platz für 0,2 Liter, die ich aus dem blauen Gefäß umgieße. Nachdem dort 1,2 Liter waren sollte sich jetzt nur mehr genau 1 Liter darin befinden.

3.

Die dritte Lösung ist noch schneller durchgeführt, allerdings sind hier Geometriekenntnisse relativ nützlich. Als erstes habe ich etwas Wasser (schätzungsweise ca. ein Viertel) in das blaue Gefäß. Dann habe ich das Gefäß schräg gestellt - natürlich über der Spüle - und Wasser so lange ausgegossen, bis der Wasserspiegel gerade mal von einer Ecke des Gefäßes bis diagonal über den Boden zur anderen gereicht hat. Das Wasser im Gefäß hat dann die Form einer Pyramide. Die Darstellung soll das verdeutlichen.



Die Grundfläche dieser Pyramide entspricht der halben Bodenfläche des Gefäßes, also der Fläche eines halben Quadrats mit der Kantenlänge 20cm.
Das sind 20cm * 20cm / 2 = 200cm^2.

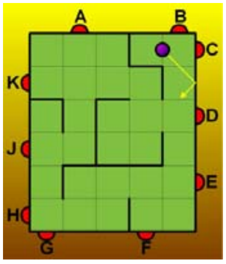
Die Höhe dieser Pyramide entspricht genau der Höhe des Gefäßes, also 15cm.

Das Volumen einer Pyramide wird berechnet, indem man die Grundfläche mit der Höhe multipliziert und das Ergebnis durch 3 dividiert. In unserem Fall ergibt das
200cm^2 * 15cm / 3 = 1000cm^3, also genau ein Liter

Rätselhafte Geometrie

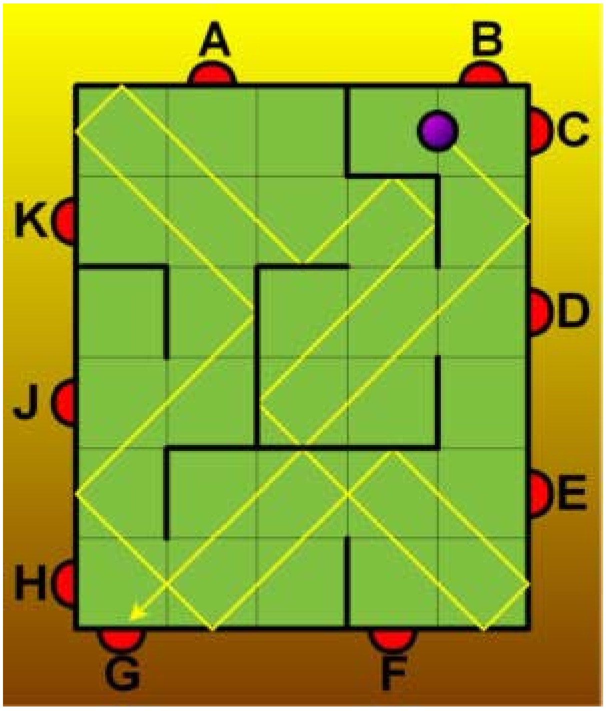
Blatt II.10 Lösung

Der folgende Plan eines fiktiven Billardtisches stellt die Aufgabe, herauszufinden, in welcher Tasche (A-K) die Kugel wohl fallen würde, wenn sie wie in der Zeichnung dargestellt, genau im Winkel von 45° abgestoßen wird, natürlich ohne irgendeinen Drall. Die schwarzen Linien innerhalb des Tisches wirken dabei wie Banden. Um die Aufgabe zu vereinfachen, kann die Kugel als sehr klein angesehen werden.



LÖSUNG:

Wie aus der Grafik leicht zu erkennen ist, landet die Kugel unter den angegebenen Voraussetzungen in der Tasche **G**.



Wenn die nicht in die Taschen plumpsen sondern zurück gestoßen würde, dann käme sie der Reihe nach bei folgende Punkten an: G - H - J - K - A - F - E - D - C - B. Nach einer kleinen Kehrtwendung wäre sie wieder am Ausgangspunkt und das grausame Spiel begänne von vorne.