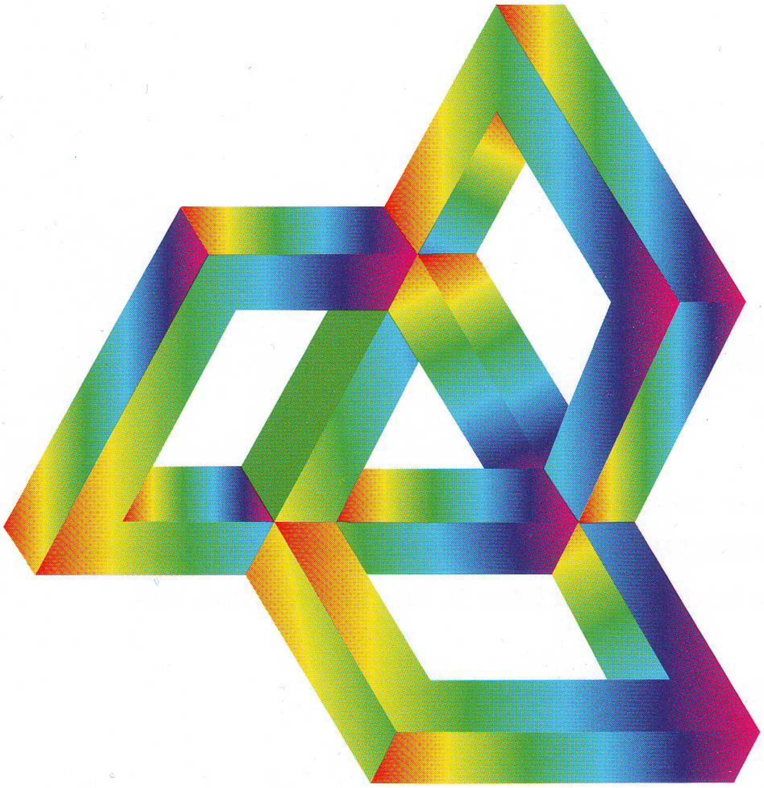
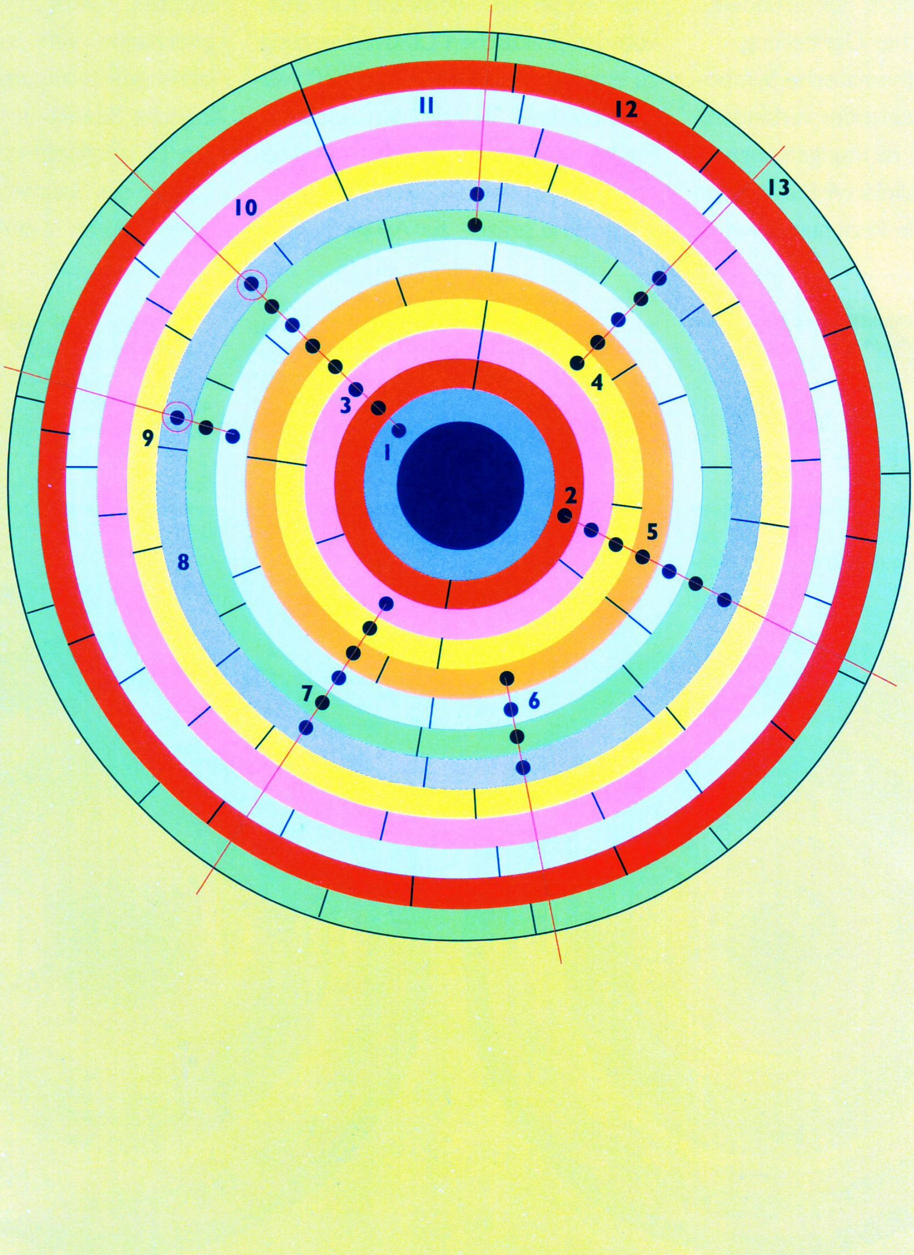


GEOMETRISCHE

BRAINSNACKS

Strobl, November 2008

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

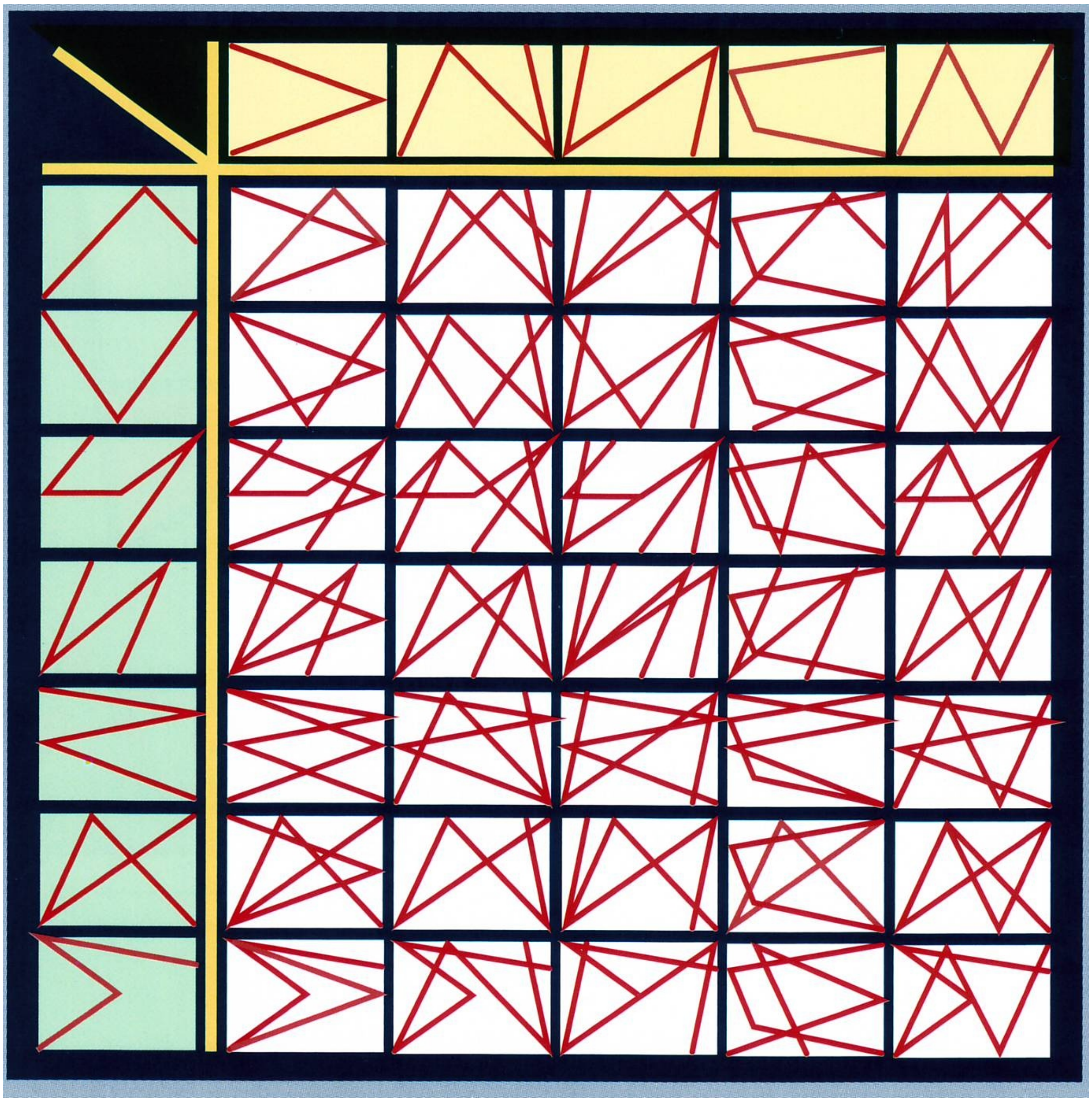


Punkte und Geraden

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

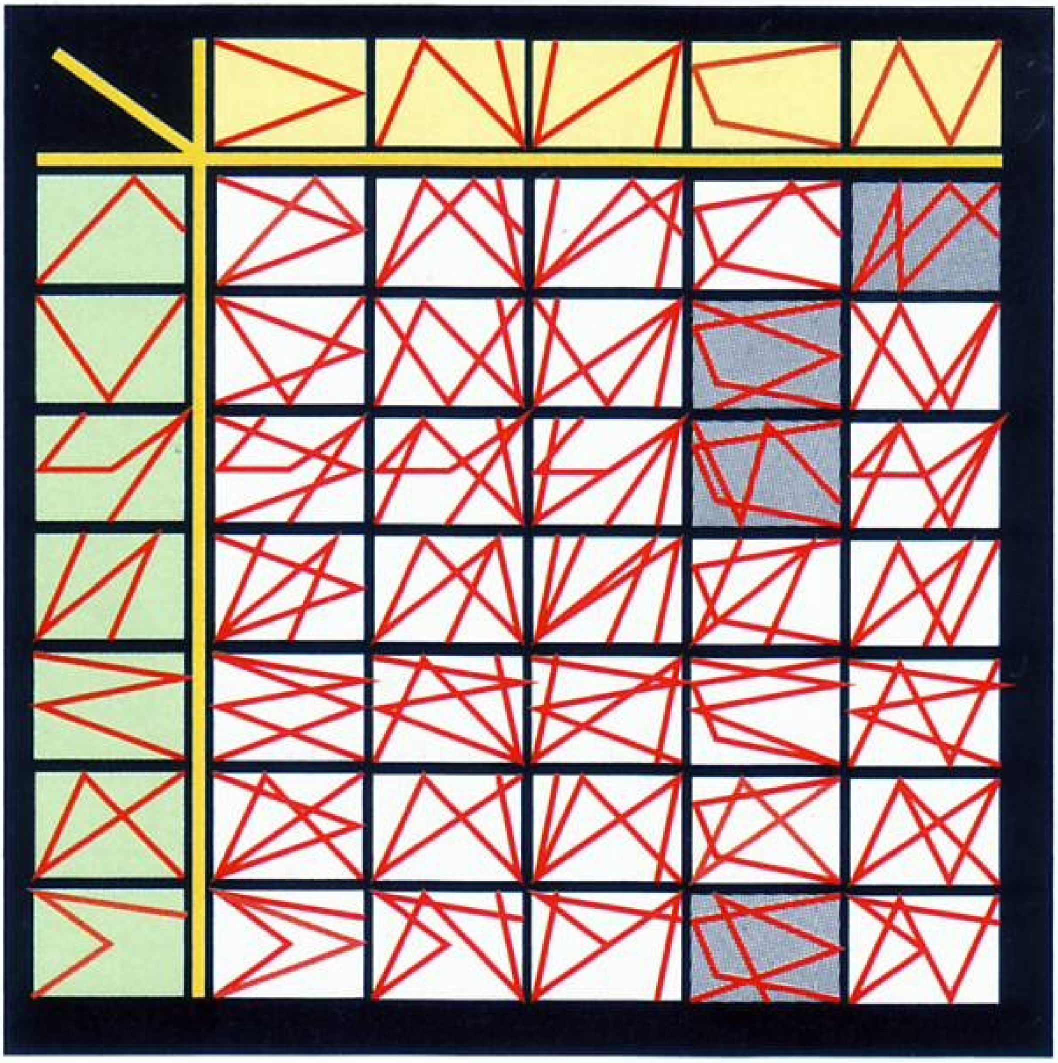
ÜBERLAGERTE GERADEN

Die Muster in der oberen Reihe des Diagramms wurden mit den Mustern in der linken Spalte zu einem neuen „Alphabet“ kombiniert. Dummerweise haben sich dabei ein paar Fehler eingeschlichen. Finden Sie alle?

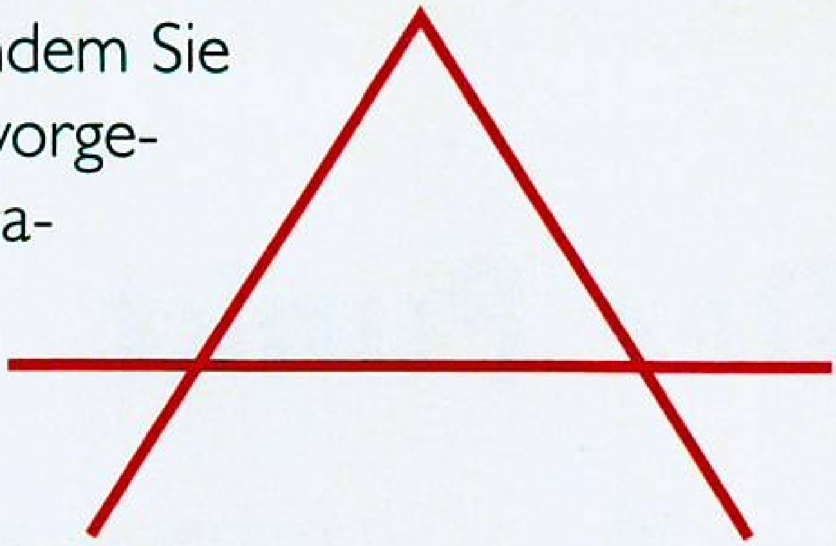


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

ÜBERLAGERTE GERADEN Lösung

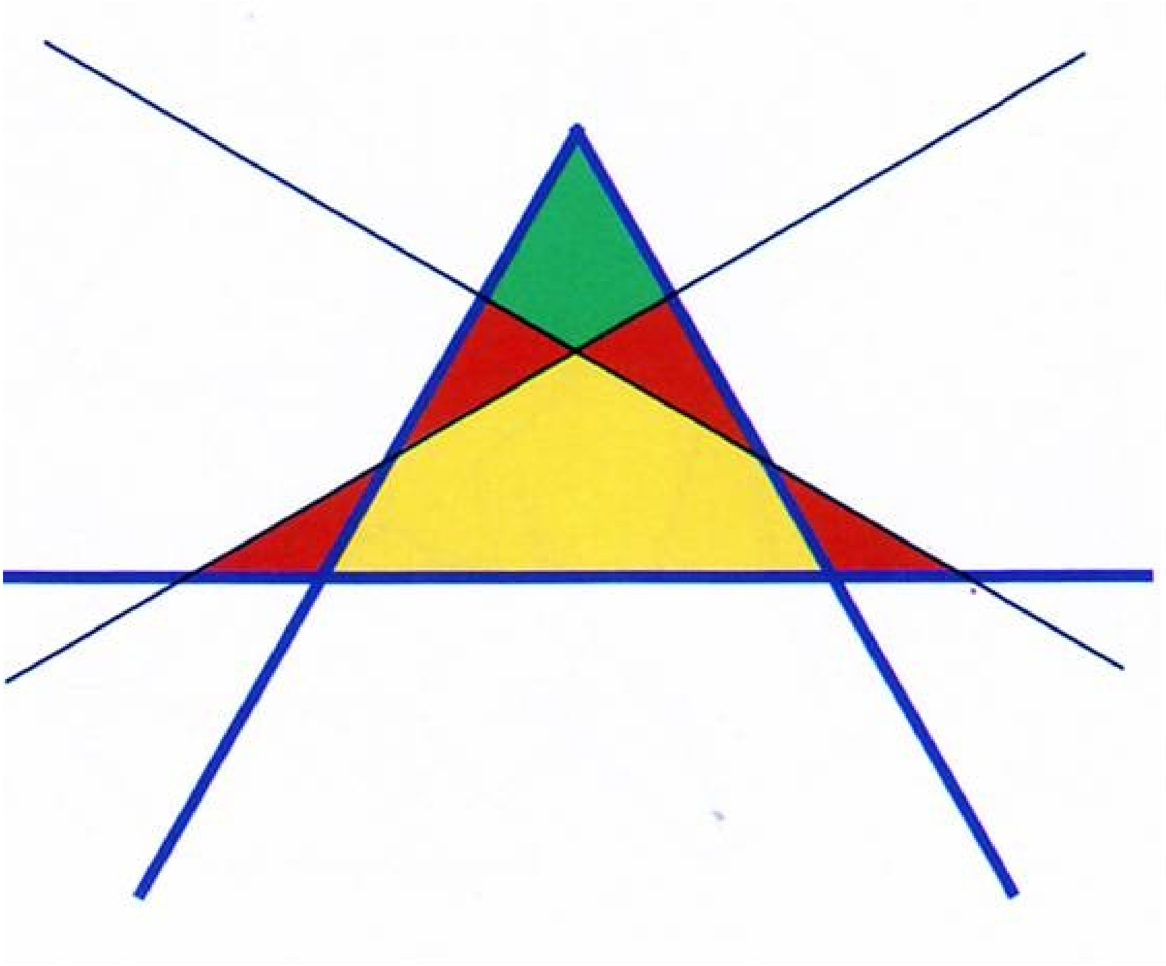


Mit drei Geraden kann man ein Dreieck umschließen, mit vier Geraden vier Dreiecke. Fassen Sie zehn Dreiecke ein, indem Sie den drei hier vorgegebenen Geraden nur noch zwei weitere hinzufügen.



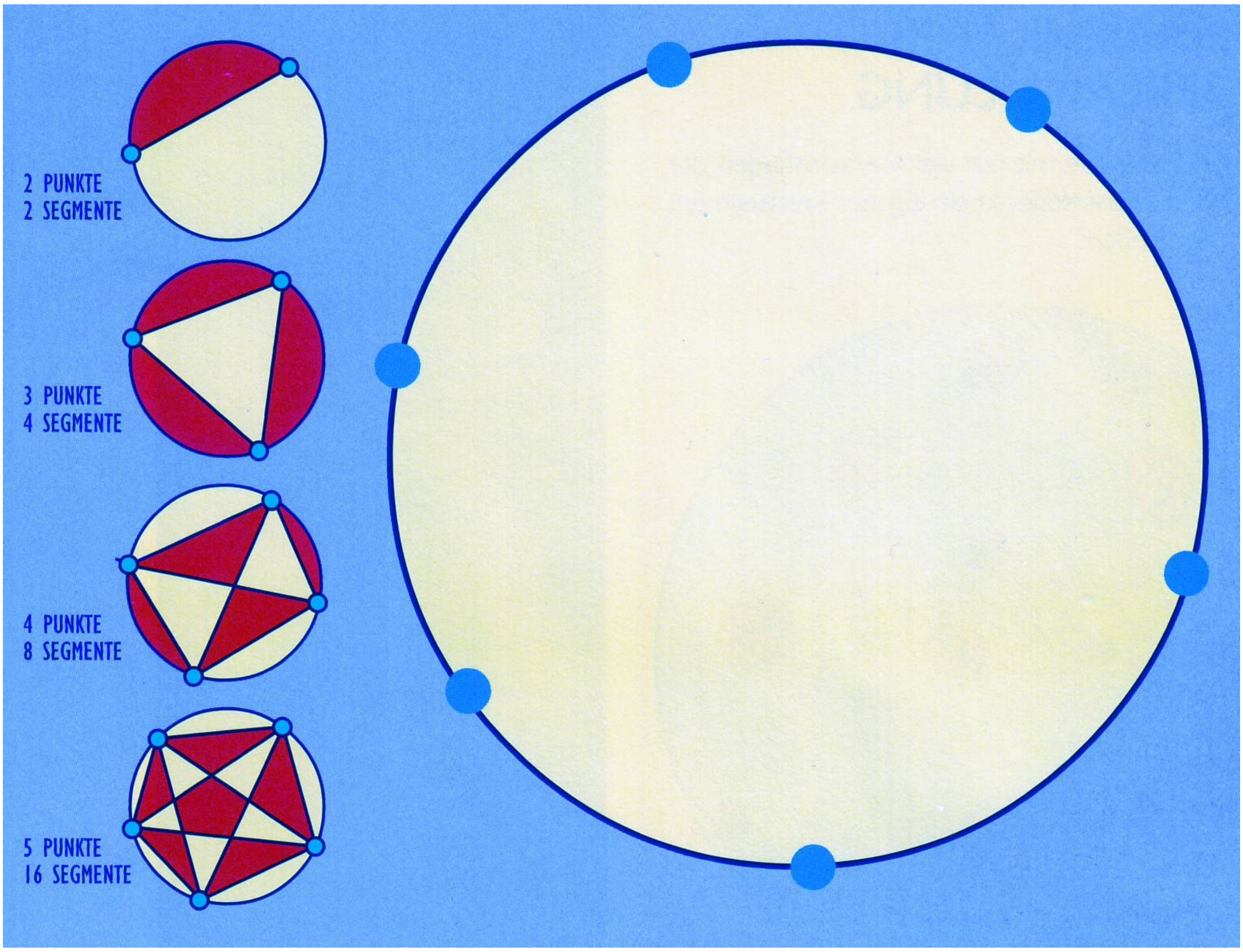
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

GERADEN UND DREIECKE Lösung



TORTENSTÜCKE 3

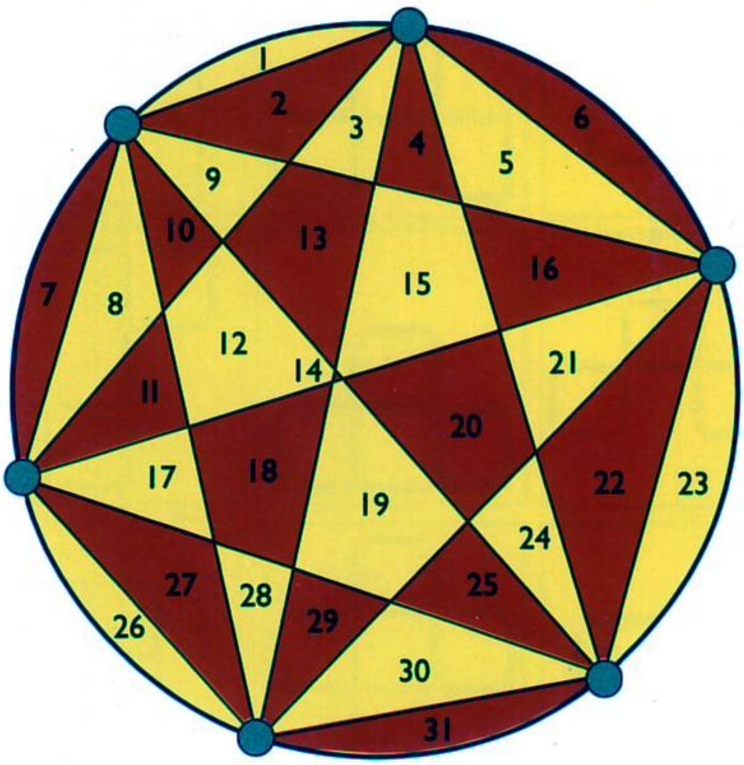
Der große Kreis weist auf seinem Umfang sechs Punkte auf. Verbinden Sie zunächst alle Punkte durch Geraden und zählen Sie dann nach, wie viele Kreissegmente dabei entstanden sind.
Schauen Sie sich zuvor die anderen Beispiele an, vielleicht können Sie die Antwort ja schätzen. Vorgegeben sind die Lösungen für zwei, drei, vier und fünf beliebig ausgewählte Punkte auf dem Kreisumfang. Wie Sie sehen, verdoppelt sich die Anzahl der Segmente jeweils – was, glauben Sie, ist das Ergebnis bei sechs Punkten?



TORTENSTÜCKE 3 Lösung

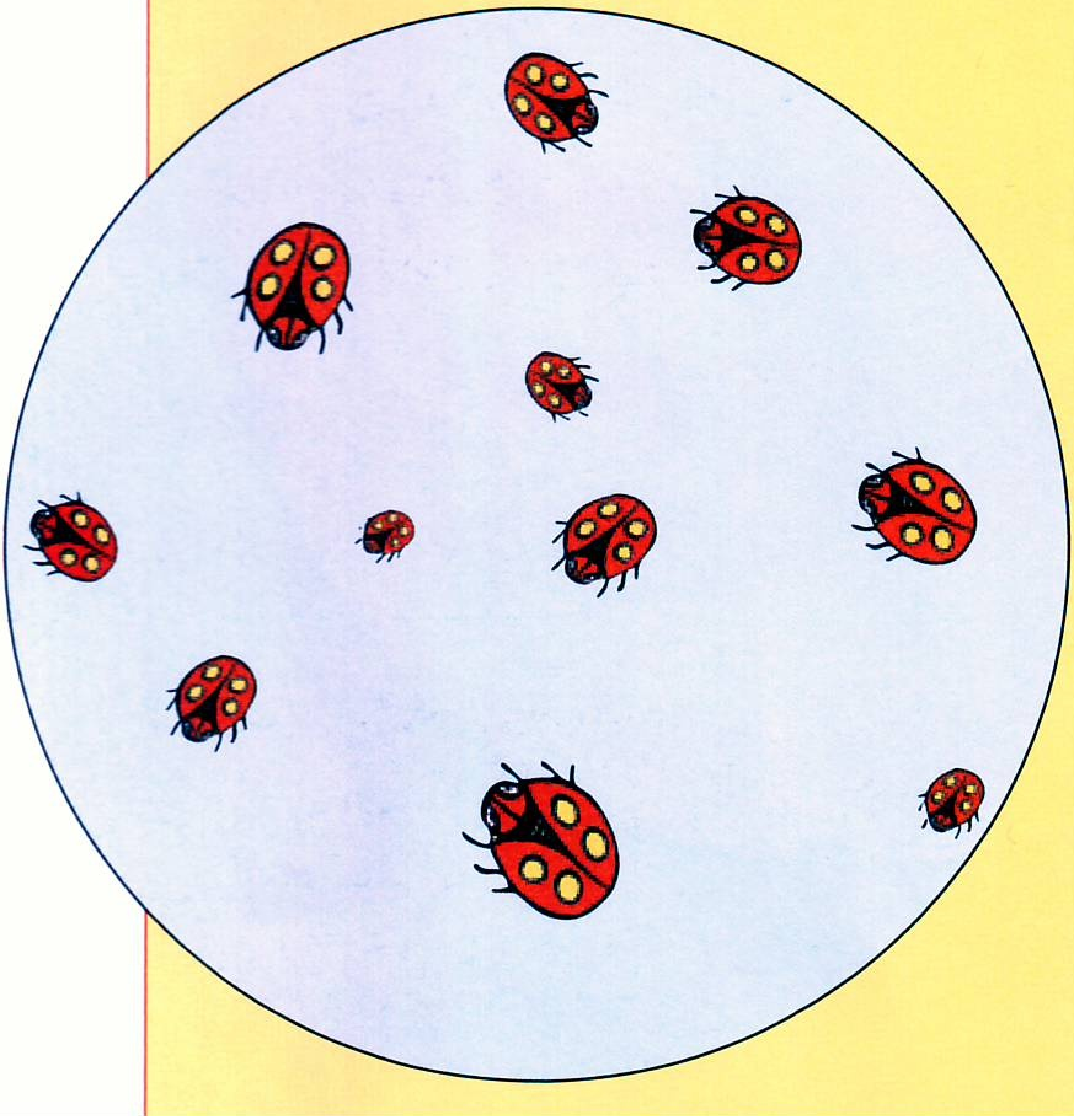
Die Lösung für sechs Punkte lautet nicht 32, wie man aufgrund der vorgegebenen Antworten vermuten könnte, sondern 31.

Wir haben es mit einem hervorragenden Beispiel dafür zu tun, warum Raten nicht immer der beste Lösungsansatz ist. Die Abfolge der Teilungen bei einer Reihe von null bis neun Punkten lautet: 1, 2, 4, 8, 16, 31, 57, 99, 163, 256.



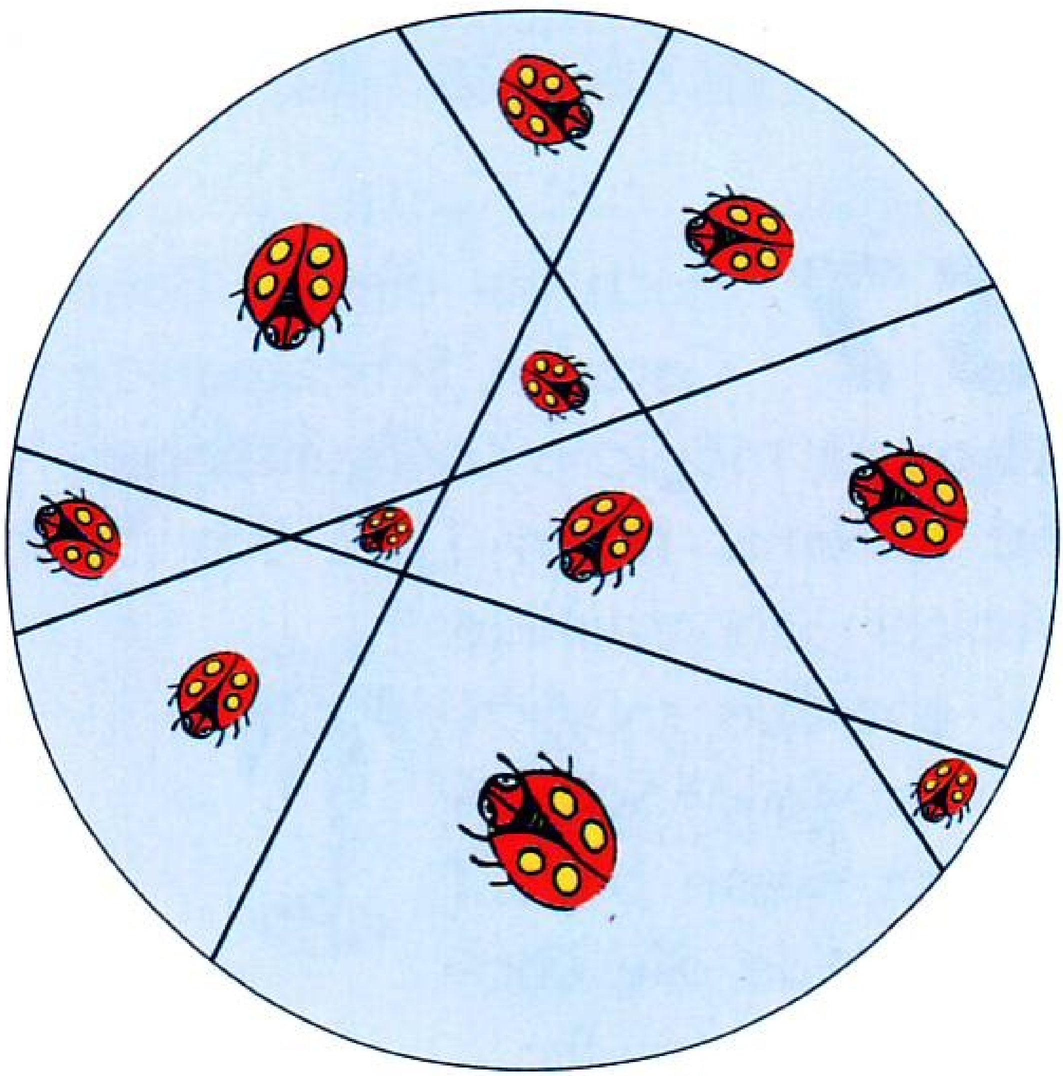
MARIENKÄFERVERSAMMLUNG

Können Sie mit nur vier Geraden jeden der elf Marienkäfer in ein eigenes Kreissegment einschließen?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

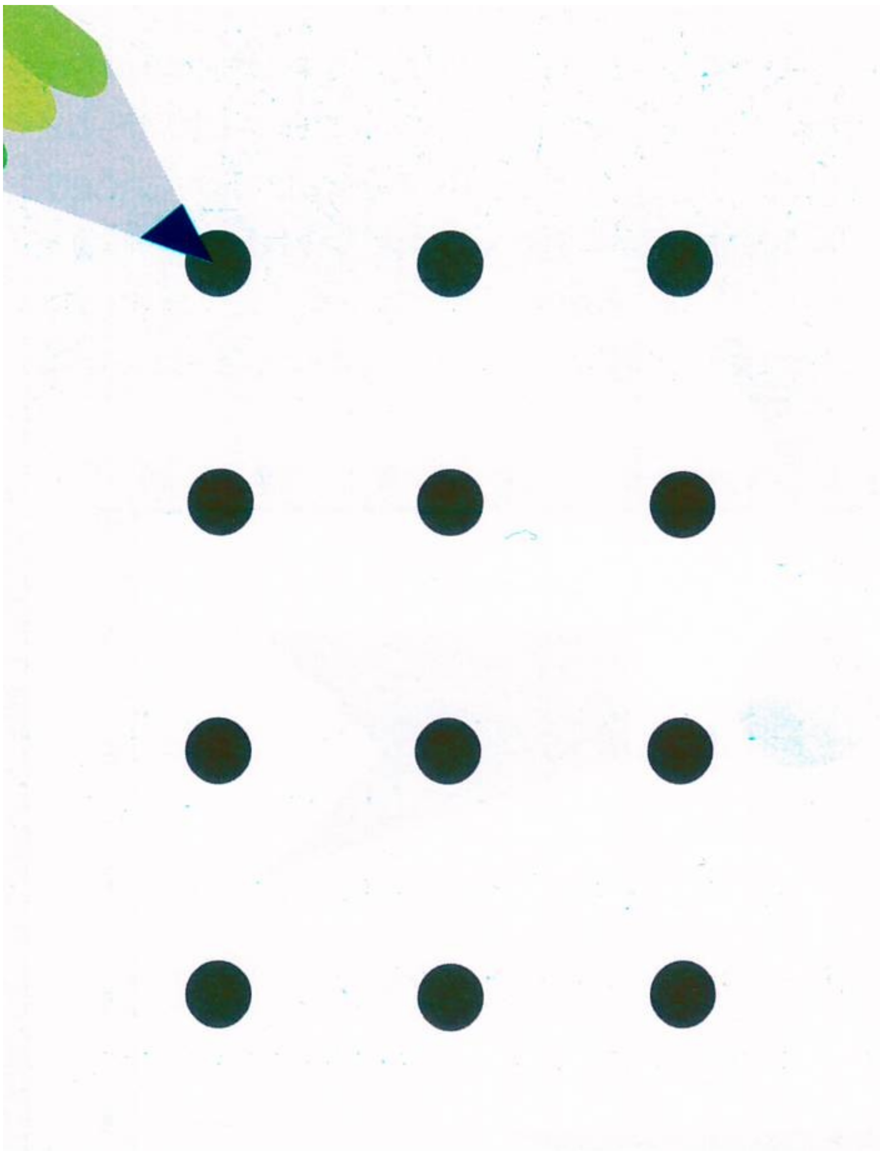
MARIENKÄFERVERSAMMLUNG Lösung



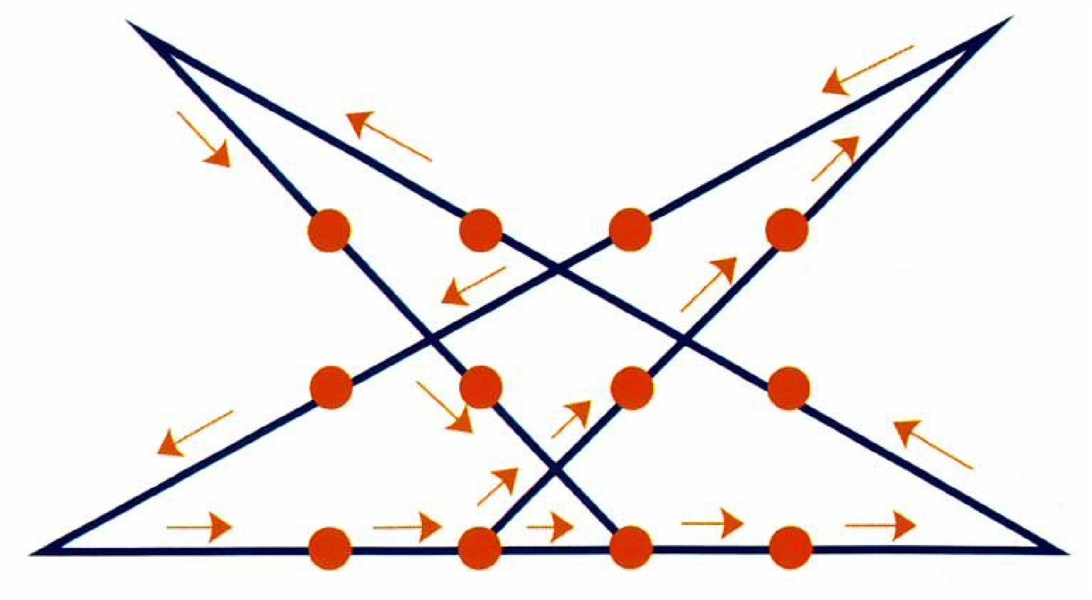
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

DAS ZWÖLF – PUNKT - PROBLEM

Verbinden Sie die zwölf Punkte mit einer Anzahl von Geraden, ohne den Stift abzusetzen. Wie viele Geraden sind dazu mindestens erforderlich?

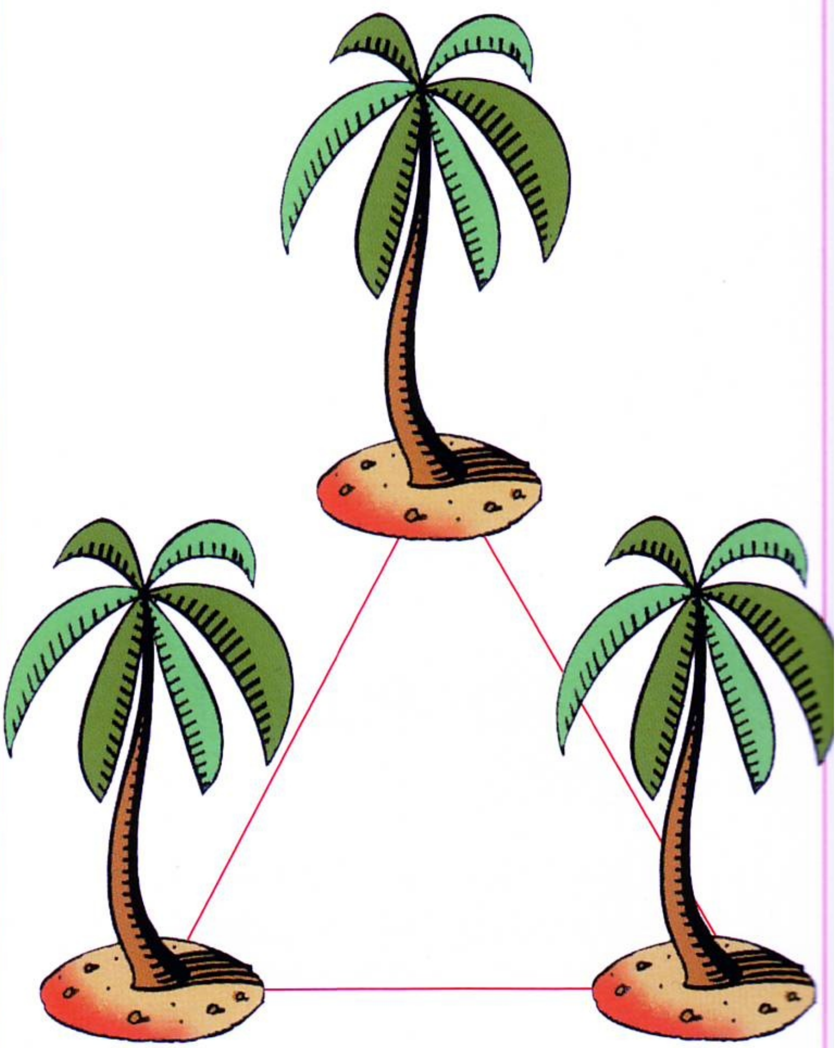


DAS ZWÖLF – PUNKT – PROBLEM Lösung



BAUMSCHULE

Diese drei Bäume sind gleich weit voneinander entfernt – der Mathematiker sagt: äquidistant. Ist dies die maximale Anzahl von Bäumen, die äquidistant sein können?



BAUMSCHULE Lösung

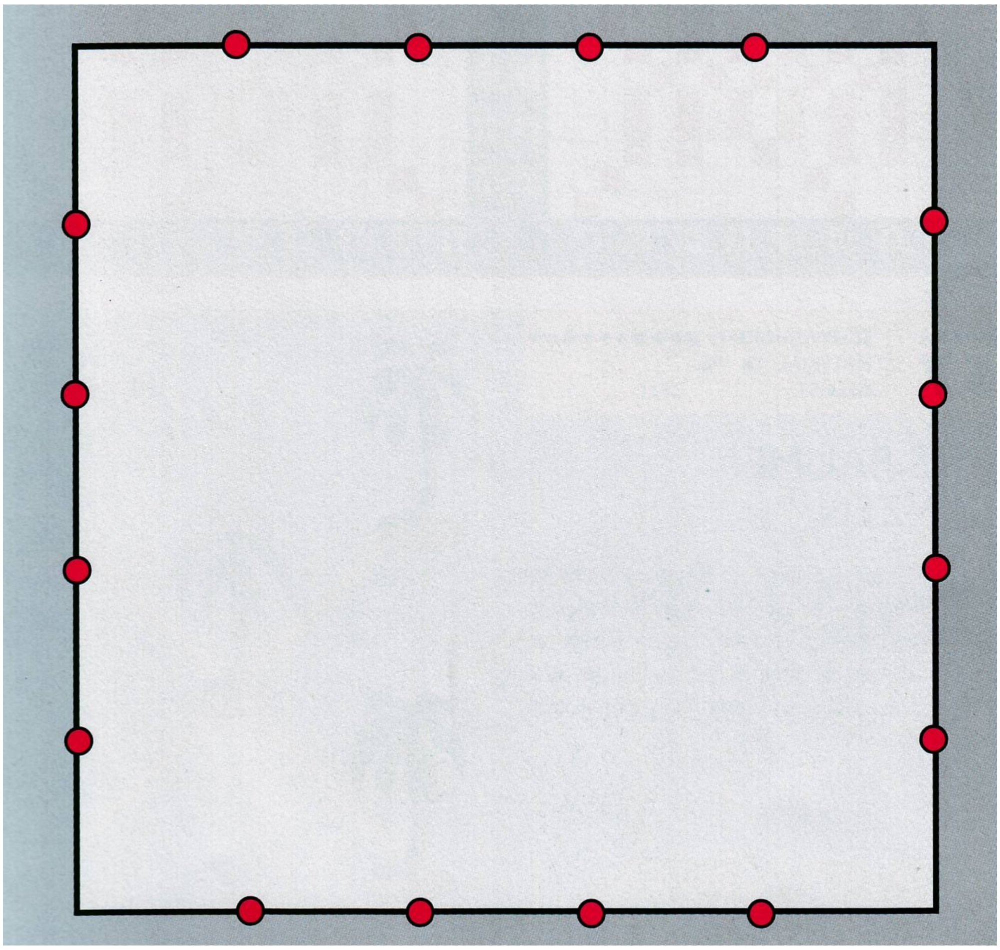
Die meisten Leute glauben, die Antwort laute „drei“. Wenn die Bäume aber um einen steilen Berg oder ein tiefes Tal herum stehen, kann man einen vierten Baum auf den Gipfel bzw. in die Talsohle pflanzen, sodass ein Tetraeder entsteht. Ein Tetraeder ist dreidimensional und besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken, weshalb alle vier Ecken gleich weit voneinander entfernt sind.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

ÜBERSCHNEIDUNGEN

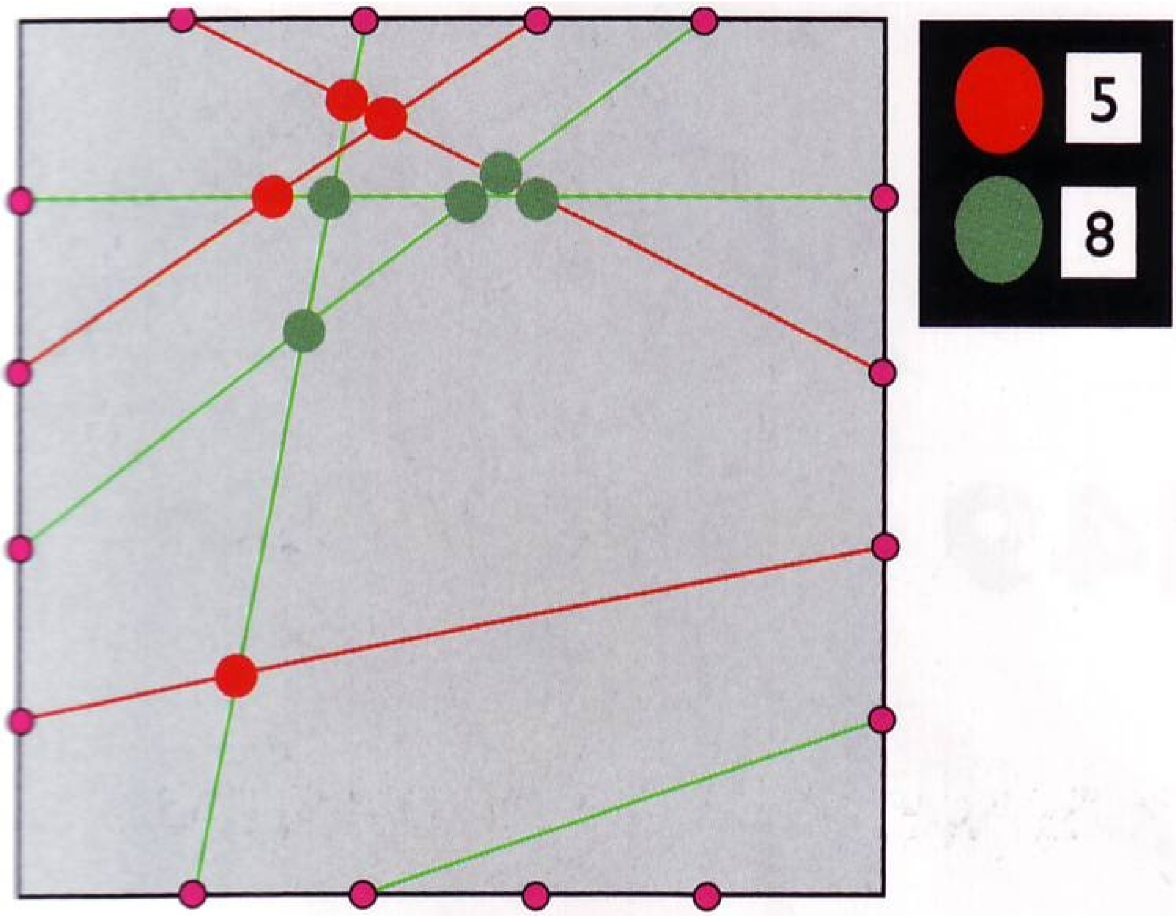
Spiel für zwei Spieler

Ziel des Spiels ist es, möglichst viele Überschneidungen zu bilden. Die Spieler verbinden abwechselnd die Punkte an den Seitenrändern des Spielfelds durch Geraden (jeder mit einem andersfärbigen Stift). Jedes Mal, wenn die Linie eines Spielers eine bereits vorhandene Linie schneidet, wird an dieser Stelle ein Punkt in der Farbe dieses Spielers aufgetragen.
Am Schluss des Spiels werden die Schnittpunkte addiert. Jeder Schnittpunkt mit einer eigenen Linie bringt dem jeweiligen Spieler zwei Punkte ein, jeder Schnittpunkt mit einer gegnerischen Linie einen Punkt.



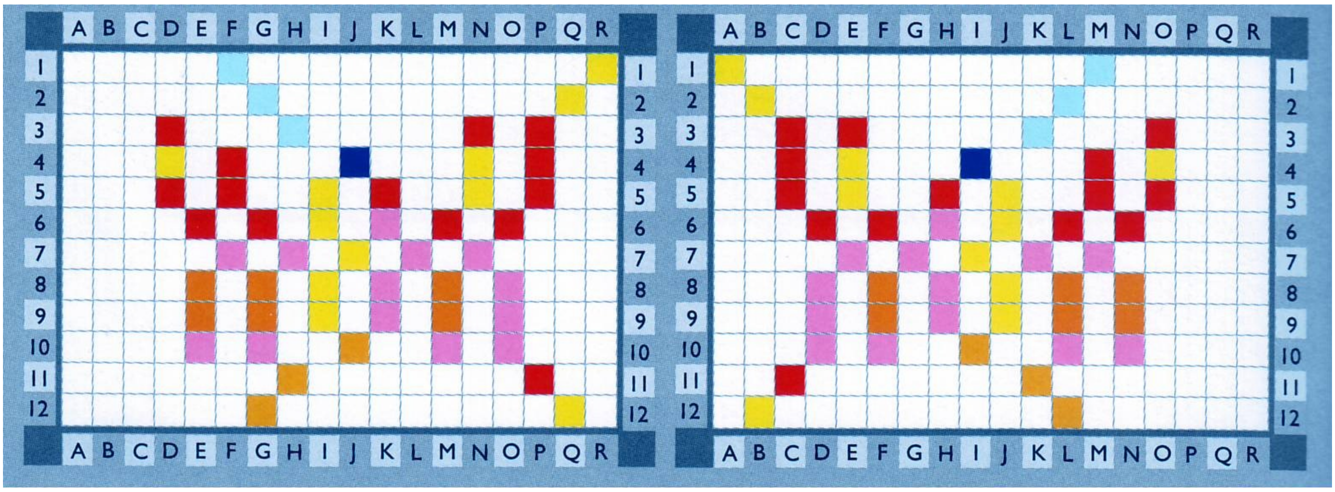
ÜBERSCHNEIDUNGEN Lösung

In diesem Spiel gewinnt grün.



PIXELSPASS

Versuchen Sie sich vorzustellen, welches Bild die beiden Darstellungen ergeben, wenn man sie übereinander legt. Klappt das nicht, übertragen Sie die Pixel beider Muster in das leere Raster. Achten Sie dabei auf die genaue Anordnung der Felder.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

PIXELSPASS **Lösung**

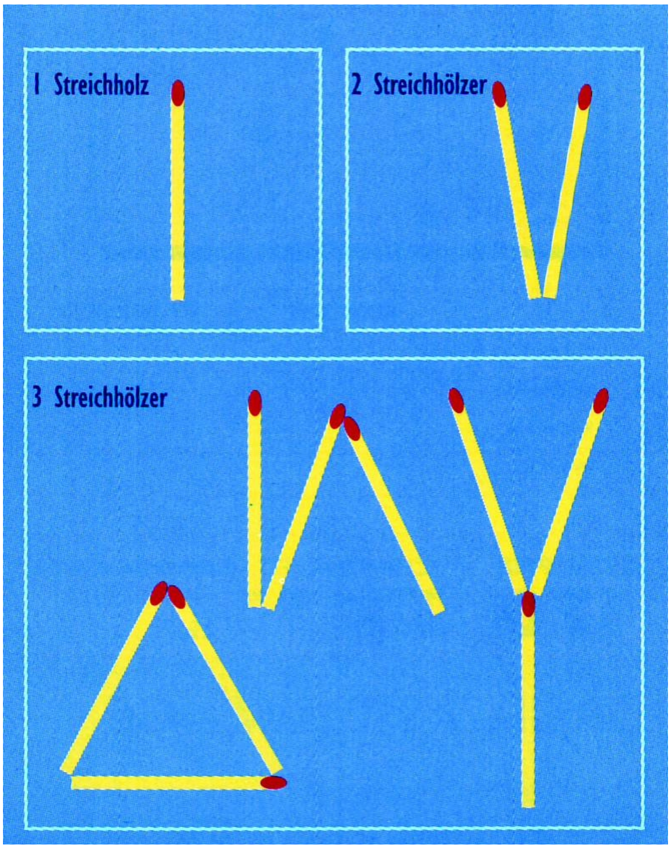
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

STREICHHOLZFIGUREN

Diese Aufgabe basiert auf einem alten Spiel für eine Person. Wie viele topologisch verschiedene Konfigurationen können Sie mit einer bestimmten Anzahl von Streichhölzern bilden? Dabei gelten aber einige Einschränkungen:

1. Eine Kante besteht aus einem einzelnen Streichholz; zwei Streichhölzer dürfen sich nur an den Enden berühren.
2. Die Streichhölzer müssen flach aufliegen, doch gelten zwei Figuren als identisch, wenn eine davon zu einem Körper verformt werden kann, ohne die Verbindung zu trennen (so als würde man die Figur aufheben), sodass sie der anderen gleicht.

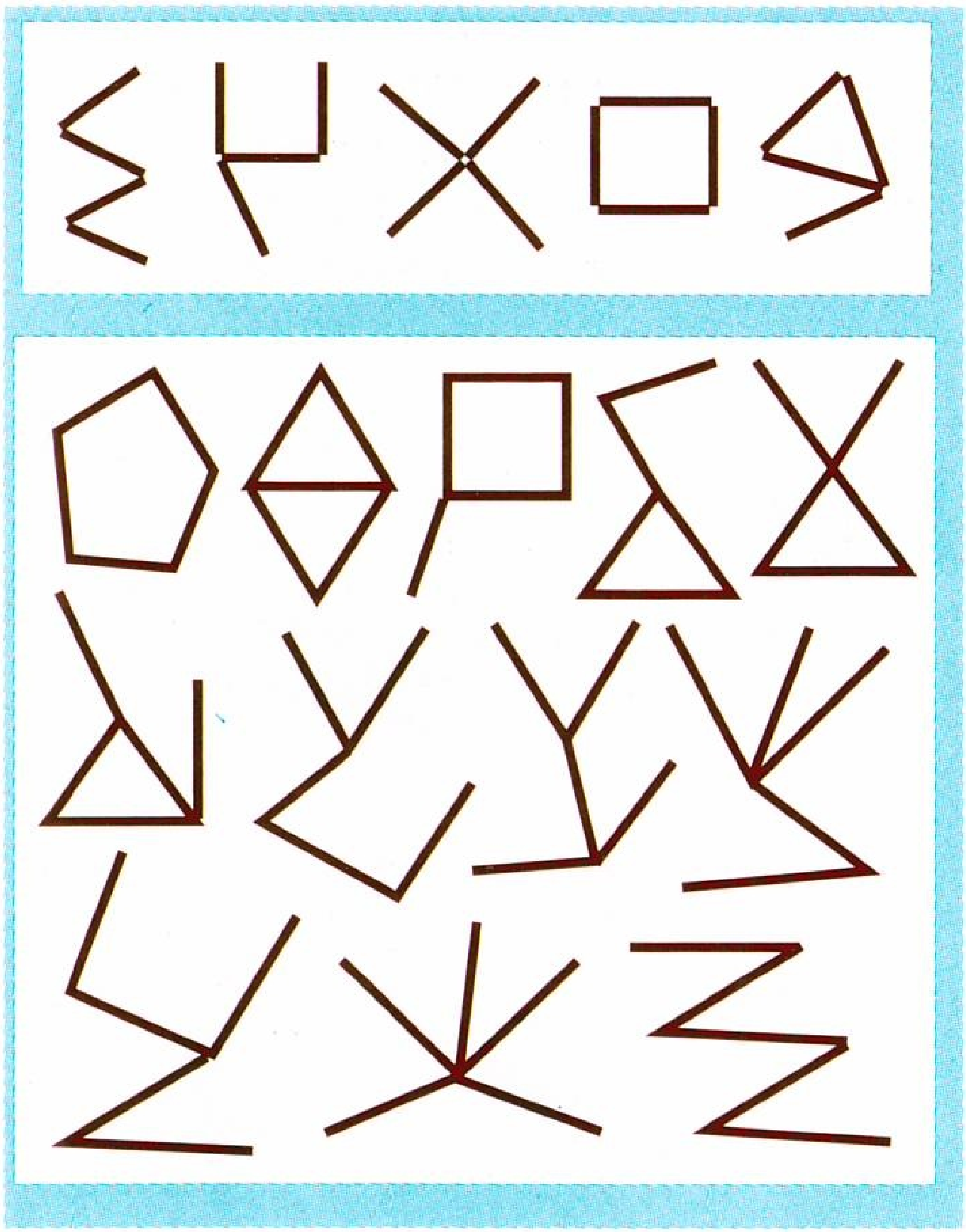
Alle möglichen Konfigurationen für ein, zwei und drei Streichhölzer sind unten vorgestellt. Wie viele verschiedene Konfigurationen können Sie aus vier Hölzchen herstellen? Und aus fünf?

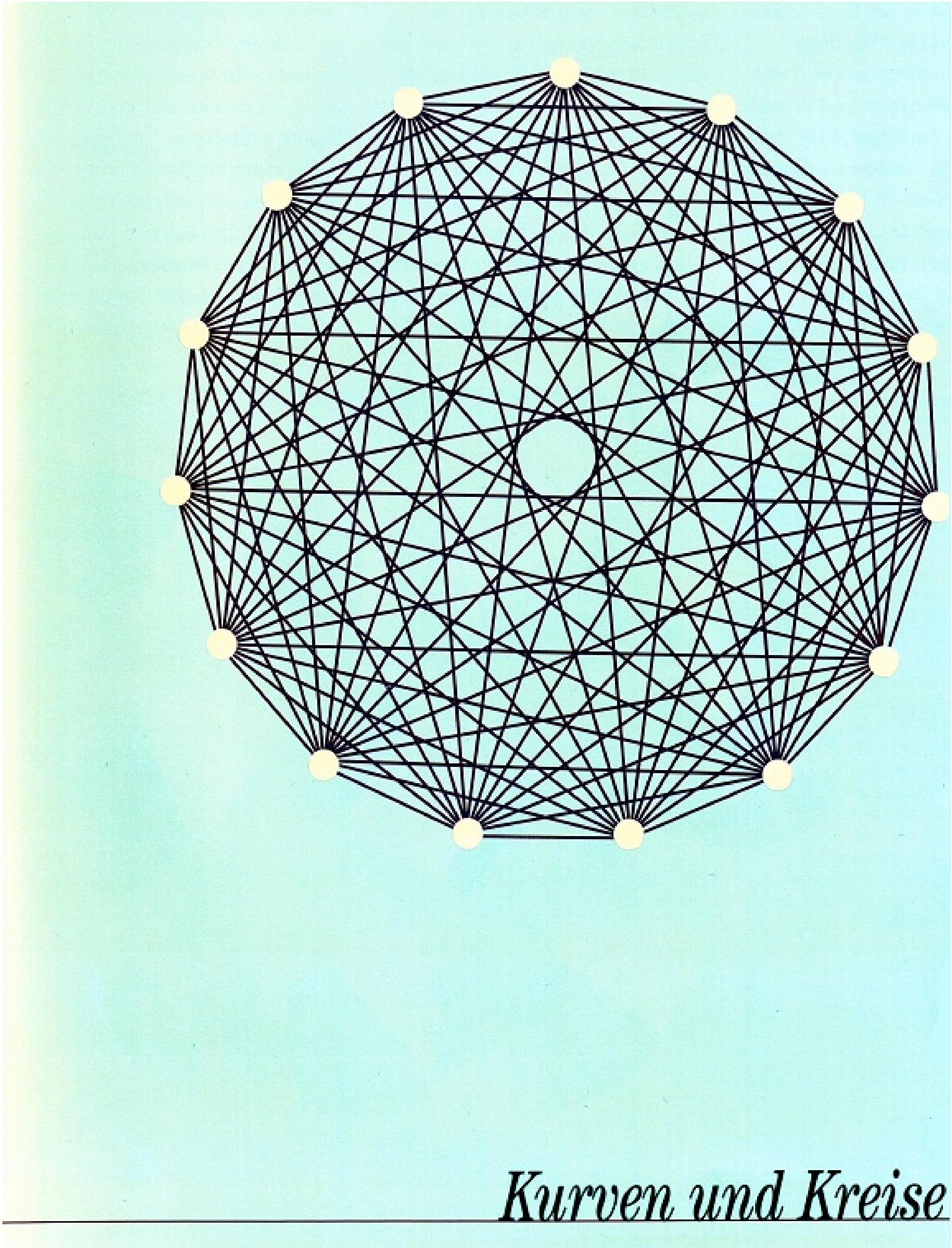


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

STREICHHOLZFIGUREN Lösung

Aus vier Hölzchen lassen sich fünf Konfigurationen legen. Mit fünf Hölzchen gibt es zwölf mögliche Konfigurationen.

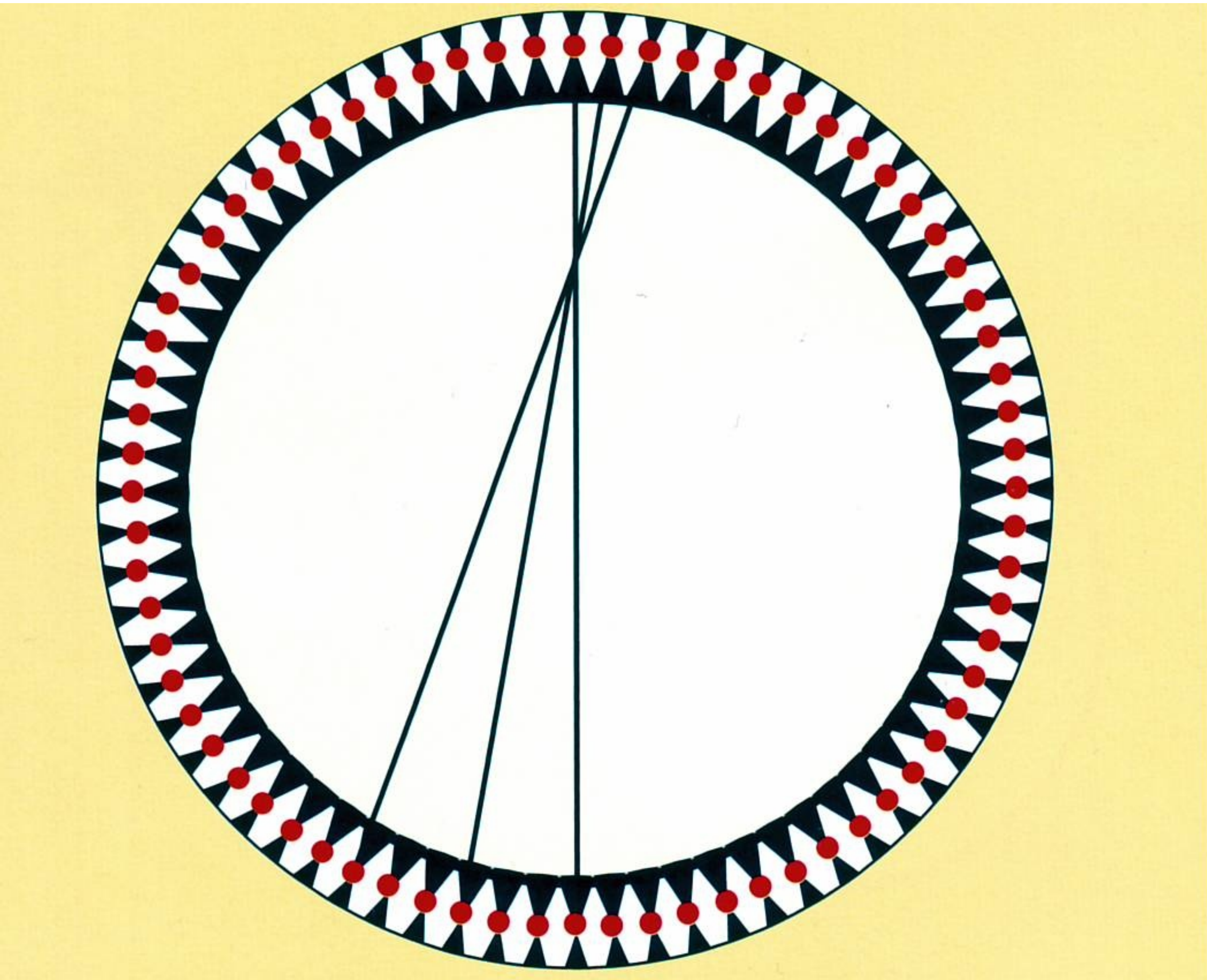



Kurven und Kreise

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

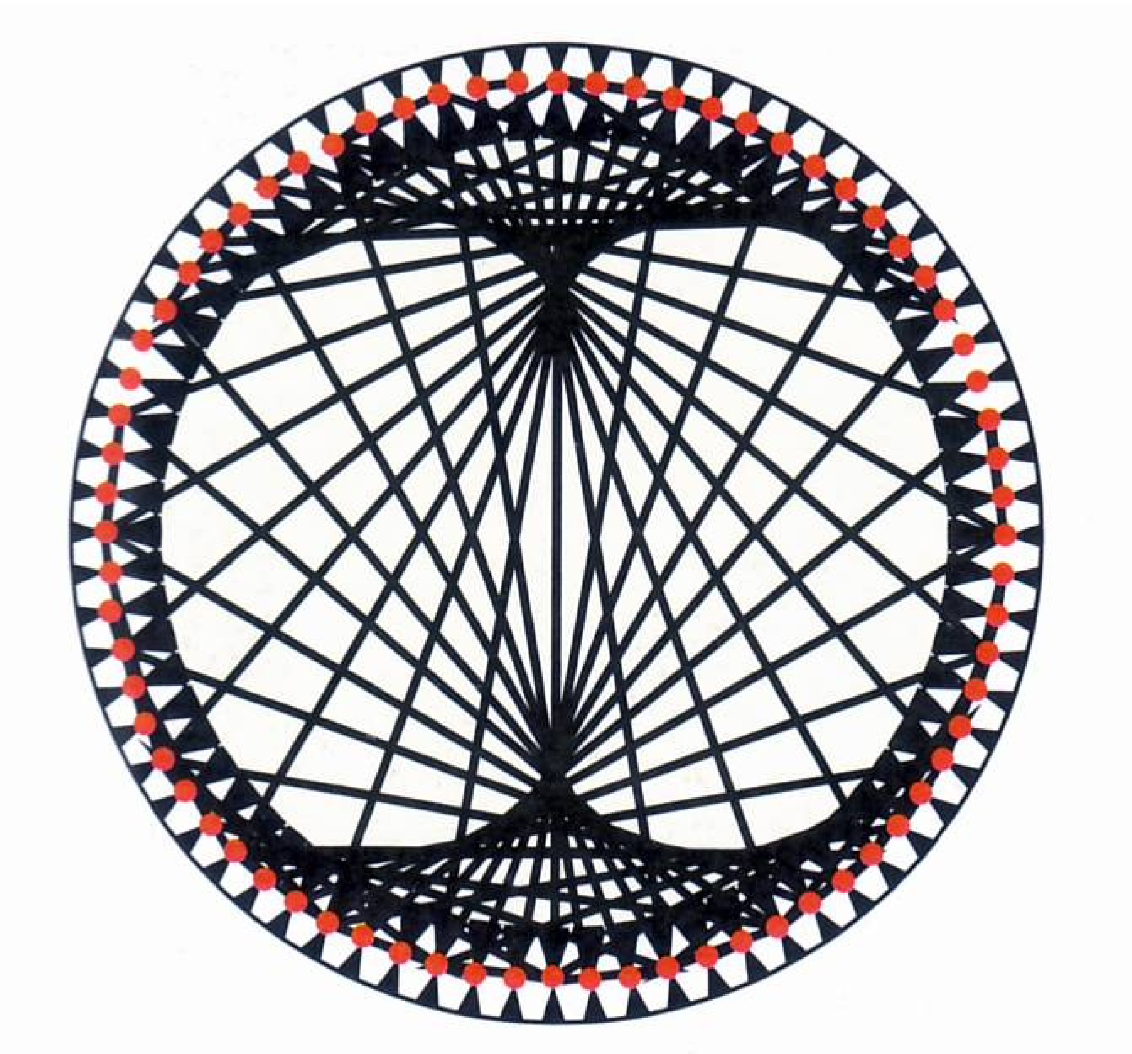
SPINNENNETZGEOMETRIE

Drei Diagonalen sind durch einen Kreis gezogen, der entlang seiner Kreislinie in identische Segmente aufgeteilt ist. Welche Art von Muster entsteht, wenn Sie nach dem Muster der ersten drei Linien weitere Linien ziehen? Sieht es so ähnlich aus wie ein Spinnennetz?



SPINNENNETZGEOMETRIE Lösung

Dieses Muster ist eine Nephroide oder eine so genannte Nierenkurve.



RUNDUM

Es gibt viele klassische Legespiele mit Kreisen, beispielsweise das alte Kreistangram, bei dem die Teile zu vielen verschiedenen Mustern und Figuren kombiniert werden.
Unser Kreislegespiel ist wesentlich komplexer. Es besteht aus zehn Teilen, die zusammengefügt einen perfekten Kreis ergeben. Die Raffinesse ist bedingt durch die Tatsache, dass der Kreis mithilfe eines Zirkels am Radius des Kreises selbst zerlegt wurde – somit ist jede Kurve identisch.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

RUNDUM **Lösung**

Die Zahl π: 3,141592653589793238462..

Das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises ist eine der faszinierendsten Zahlen in der Mathematik. Die Babylonier gaben das Verhältnis einfach mit 3 an, und so steht es auch in der Bibel, obwohl andere Mathematiker der Antike nach größerer Genauigkeit strebten. Bereits 1500 v. Chr. kamen die Ägypter z.B. auf ein Verhältnis von 3,16 (eine Genauigkeit von einem Prozent). Im Jahr 225 v. Chr. ging der griechische Mathematiker Archimedes den Umweg über zwei 96-seitige Vielecke, die er an Außen- und Innenseite eines Kreises anlegte. Er fand heraus, dass das Verhältnis zwischen $3\frac{1}{7}$ und $3\frac{10}{71}$ lag. Ptolomäus ermittelte 150 n. Chr. einen Wert von 3,1416, der für die meisten Zwecke ausreicht.

Heute ist dieses Verhältnis π (der griechische Buchstabe Pi) bis auf Millionen von Dezimalstellen genau berechnet. Warum wurde und wird diese Zahl derart genau berechnet? Es gibt drei gute Gründe:

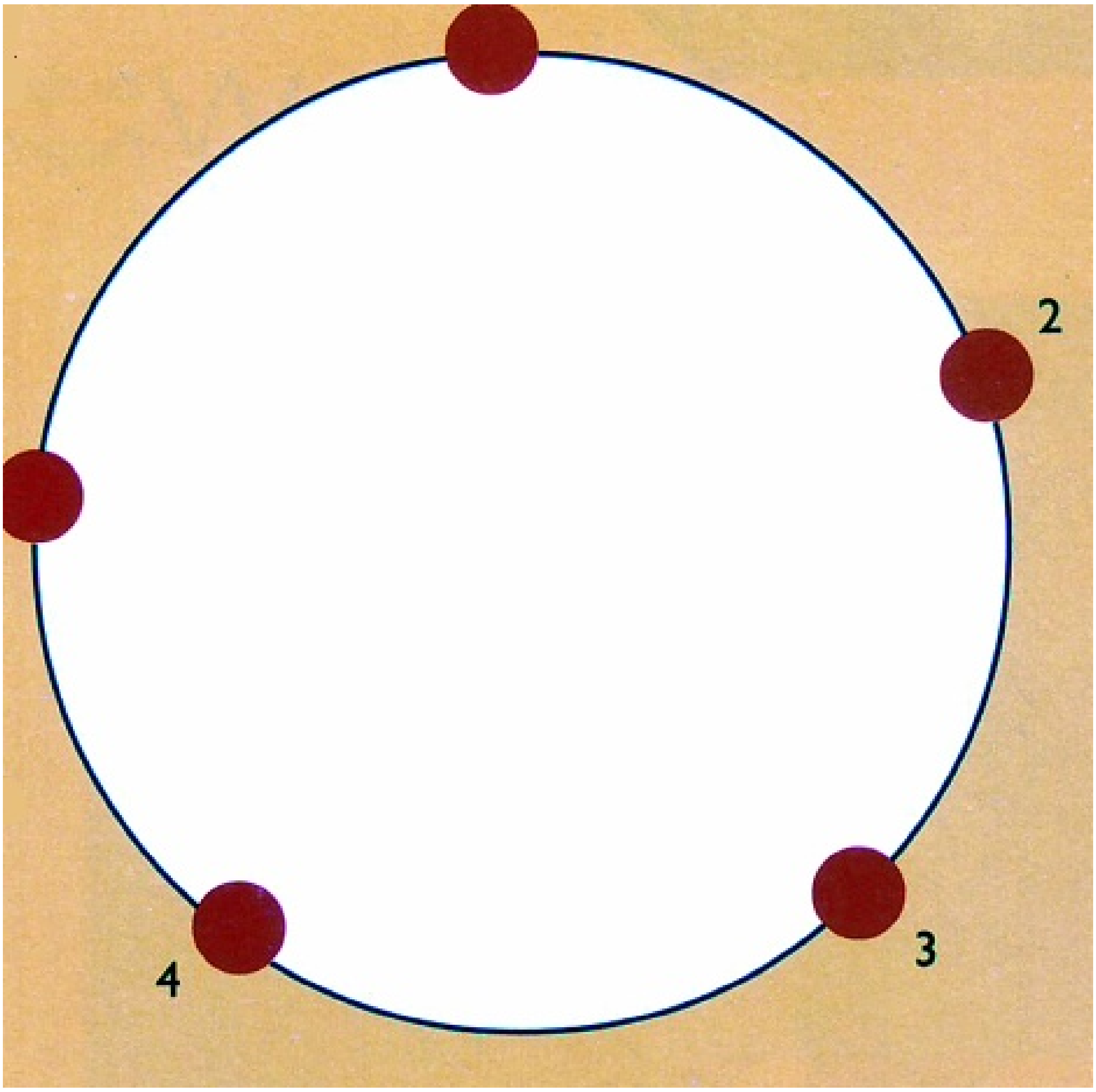
* π ist real. Seine bloße Existenz, ganz zu schweigen von seiner enormen Berühmtheit, ist Grund genug für Mathematiker, das Problem anzugehen.
* Solche Berechnungen haben oft nützliche Nebenprodukte. Heute stellt die Berechnung von π eine Möglichkeit dar, neue Computer zu testen und Programmierer auszubilden.
* Je mehr Stellen von π bekannt sind, desto mehr Mathematiker hoffen auf die Lösung eines Problems der Zahlentheorie: Ist die Zahlenfolge hinter dem Komma reiner Zufall? Bis jetzt scheint es zwar kein verstecktes Prinzip zu geben, doch enthält π unendlich viele bemerkenswerte Muster, die das Ergebnis reinen Zufalls sind. Nach der 710.000. Dezimalstelle treten Wiederholungen wie z.B. 3333333 auf. Ähnliche Folgen kommen mit allen Zahlen außer 2 und 4 vor.

Das Verhältnis wurde 1737 von keinem Geringeren als Leonhard Euler als π bezeichnet. 1882 bewies der deutsche Mathematiker Ferdinand von Lindemann, dass π eine transzendente Zahl ist, d.h. weder π selbst noch irgendeine ihrer Potenzen kann als endliche Summe von Dezimalbrüchen dargestellt werden. Kein Bruch mit ganzen Zahlen über und unter dem Bruchstrich entspricht π genau, und man kann keine gerade Linie der Länge π nur mit Zirkel und Lineal konstruieren.

Die Bedeutung von π reicht über die Geometrie hinaus: π tritt in den Formeln auf, die Ingenieure zur Berechnung von Magnetfeldern und Physiker zur Beschreibung des Aufbaus von Raum und Zeit verwenden.

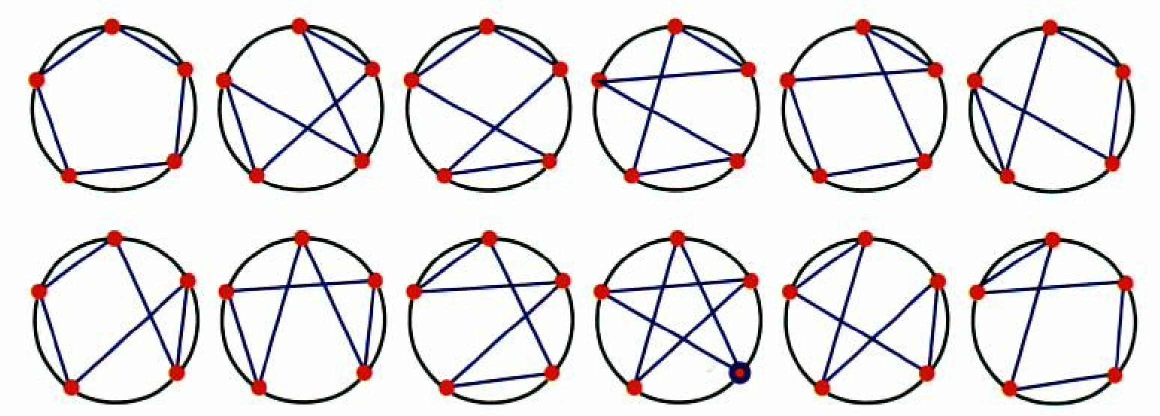
VIELECKE IN EINEM KREIS

Fünf Punkte sind nach dem Zufallsprinzip an einer Kreislinie verteilt. Von jedem dieser Punkte kann eine geschlossene Linie gezogen werden, die ihn mit den anderen Punkten zum Vieleck verbindet, bevor sie zum Ausgangspunkt zurückkehrt.
Wie viele verschiedene Vierecke können mit diesen fünf Punkten gezeichnet werden?



VIELECKE IN EINEM KREIS Lösung

Mit diesen fünf Punkten sind zwölf Vielecke möglich. Nur zwei von ihnen sind regelmäßig, die Übrigen lassen sich in zwei Gruppen unterteilen – im Wesentlichen handelt es sich um zwei Figuren in je fünf unterschiedlichen Ausrichtungen.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

ROLLENDE MÜNZEN

Zwei gleich große Münzen liegen nebeneinander, wie rechts dargestellt. Die rechte bewegt sich nicht, während die linke über das obere Ende der anderen Münze rollt, bis sie die gegenüberliegende Seite erreicht. Zeigt die Zahl der rollenden Münze nach links, rechts oder nach unten?

ROLLENDE MÜNZE Lösung

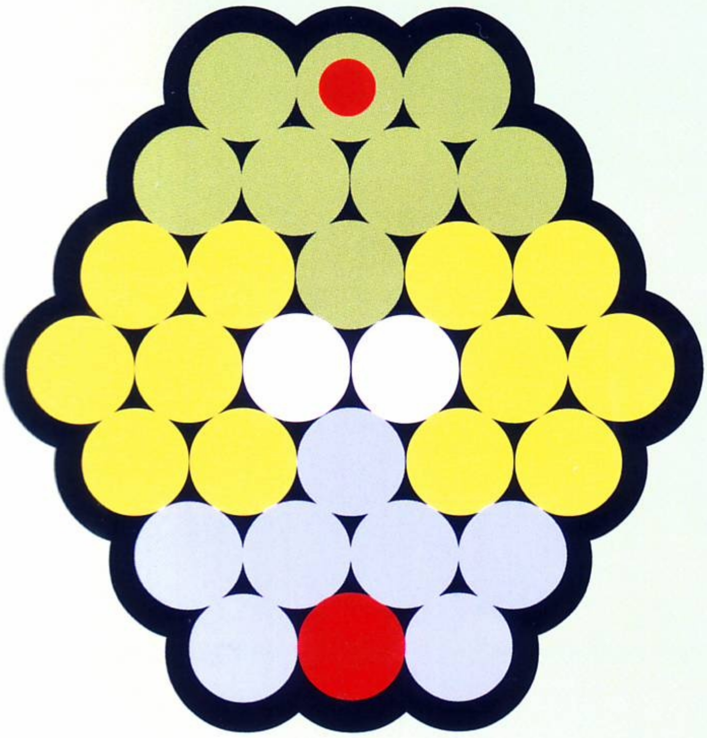
Die intuitive Antwort ist, dass die Münze nach unten zeigt, da sie an einem Rand entlang gerollt ist, der der Hälfte ihres Umfangs entspricht. wenn Sie das Denkspiel jedoch ausprobieren, werden Sie feststellen, dass sich die Münze doppelt so oft dreht. am Ende zeigt sie wie in der Ausgangsposition nach links.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

HEXSTEP – SOLITÄR: EIN VERSCHIEBESPIEL

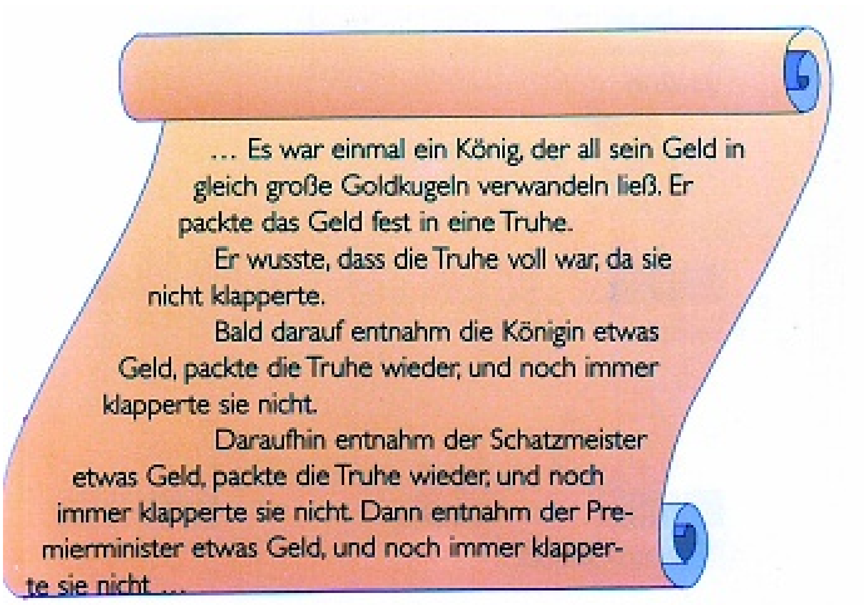
Ziel dieses Spiels ist es, die rote Scheibe am unteren Rand auf das mit dem roten Punkt markierte Feld am oberen Rand zu verschieben. Zu diesem Zweck dürfen Sie immer nur eine Scheibe in eines der zwei Leerfelder (als weiße Kreise dargestellt) verschieben. Die zwei ersten möglichen Züge wären z.B., entweder die grüne Scheibe nach unten oder die blaue nach oben in eines der Leerfelder zu schieben. Die gelben Scheiben können die weißen Felder beim ersten Zug nicht erreichen, da die Lücke für sie zu klein ist, um hindurchzupassen. In der Regel sind immer nur zwei Züge gleichzeitig möglich.

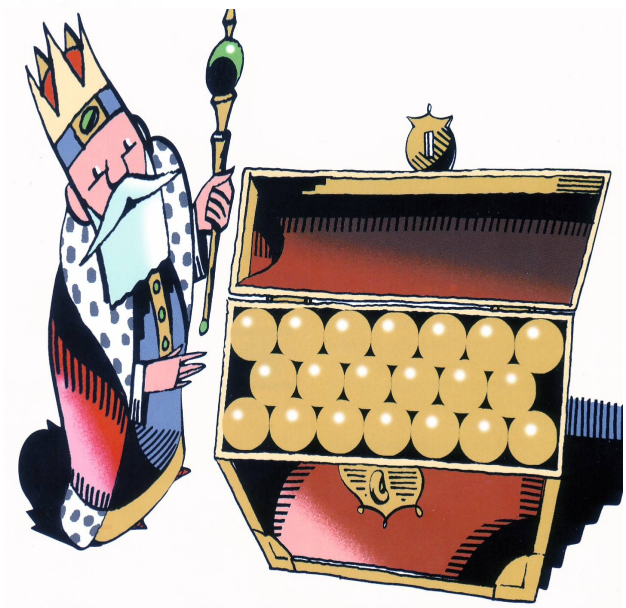
Können Sie das Ziel mit weniger als 50 Zügen erreichen?



SCHATZTRUHE

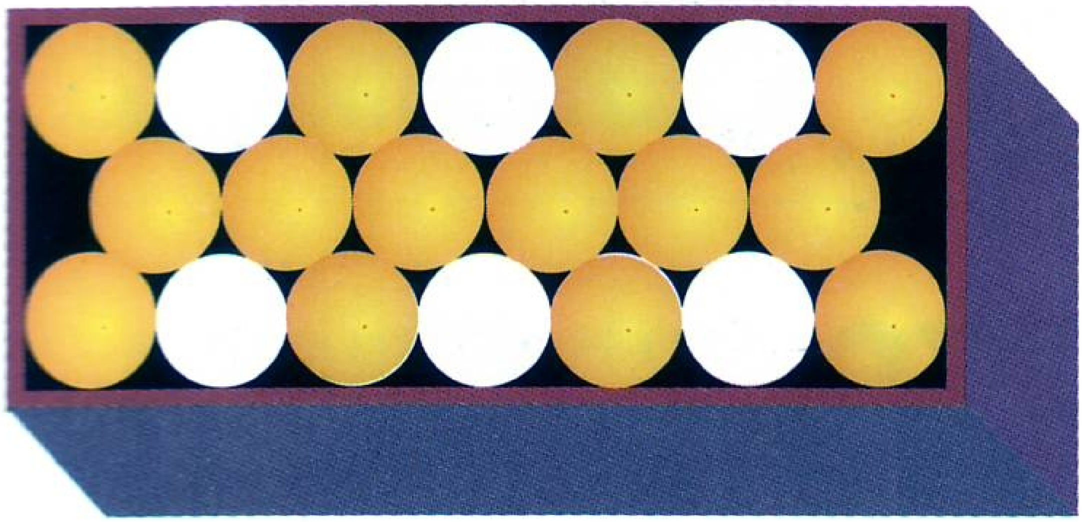
Ist diese Geschichte möglich?
Der König hat eine rechteckige Truhe, die prall mit zwanzig goldenen Kugeln gefüllt ist. Jede Kugel wird von den anderen Kugeln, die sie berühren, gehalten, sodass sie sich beim Hochheben der Truhe nicht hin und her bewegen.
Wie viele Kugeln können entfernt werden, ohne dass die Kugeln ins Rollen kommen?





SCHATZTRUHE Lösung

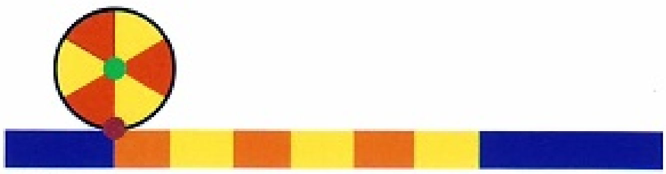
Sechs Kugeln können entfernt werden.



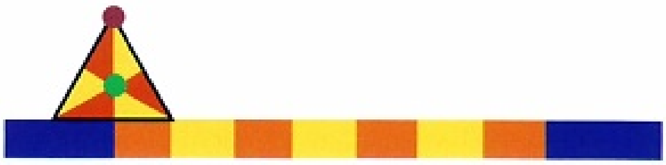
VIELECKRÄDER

Beschreiben Sie die Bahnen der Punkte auf den rollenden Vielecken, die unten zu sehen sind.

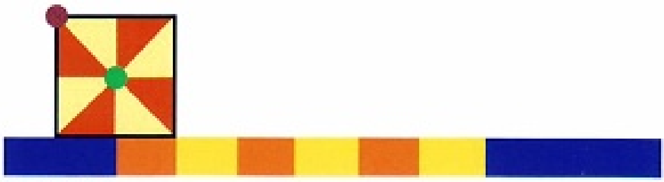
Vielleicht wissen Sie nicht, wie einige der Figuren abrollen. Um Ihr Vorstellungsvermögen zu fördern, können Sie die Figuren aus Pappe ausschneiden und sie auf einer Linie abrollen.



Kreis

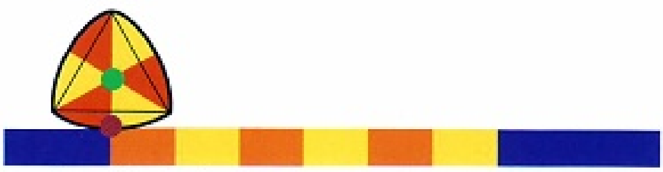


Dreieck



Quadrat

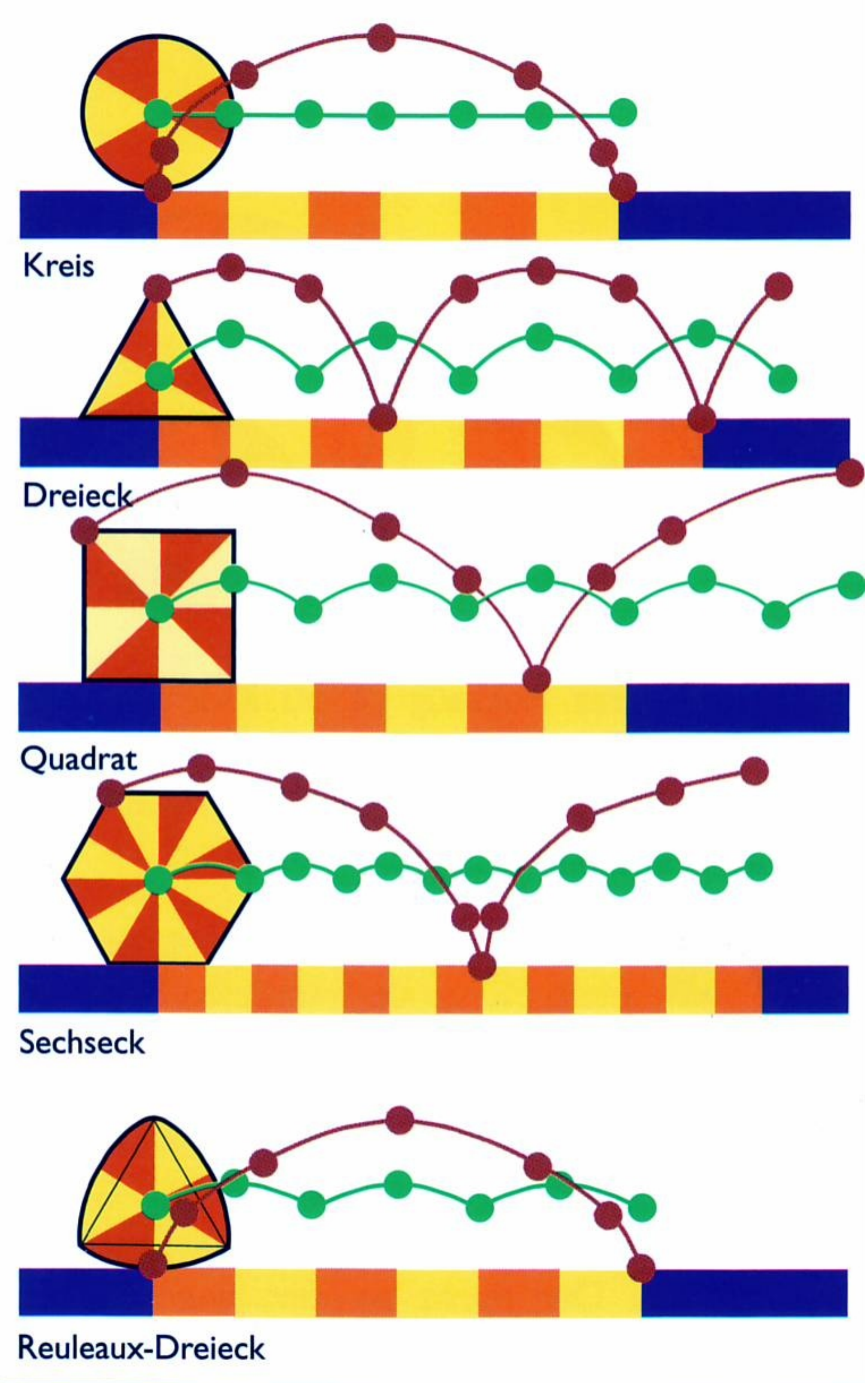
Sechseck



Reuleaux-Dreieck

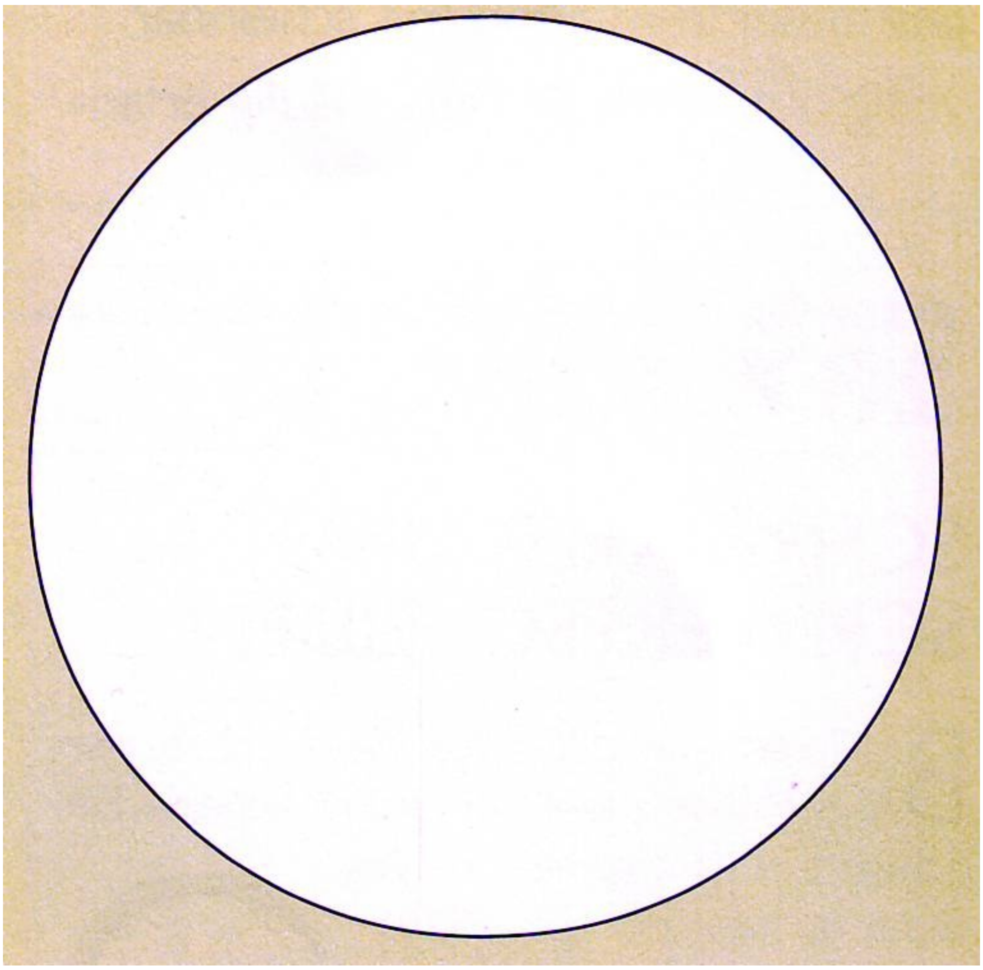
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

VIELECKRÄDER Lösung



ELLIPSE AUS PAPIER

Wie bildet man eine Ellipse aus einem runden Stück Papier, ohne einen Stift oder ein anderes Hilfsmittel zu benutzen?

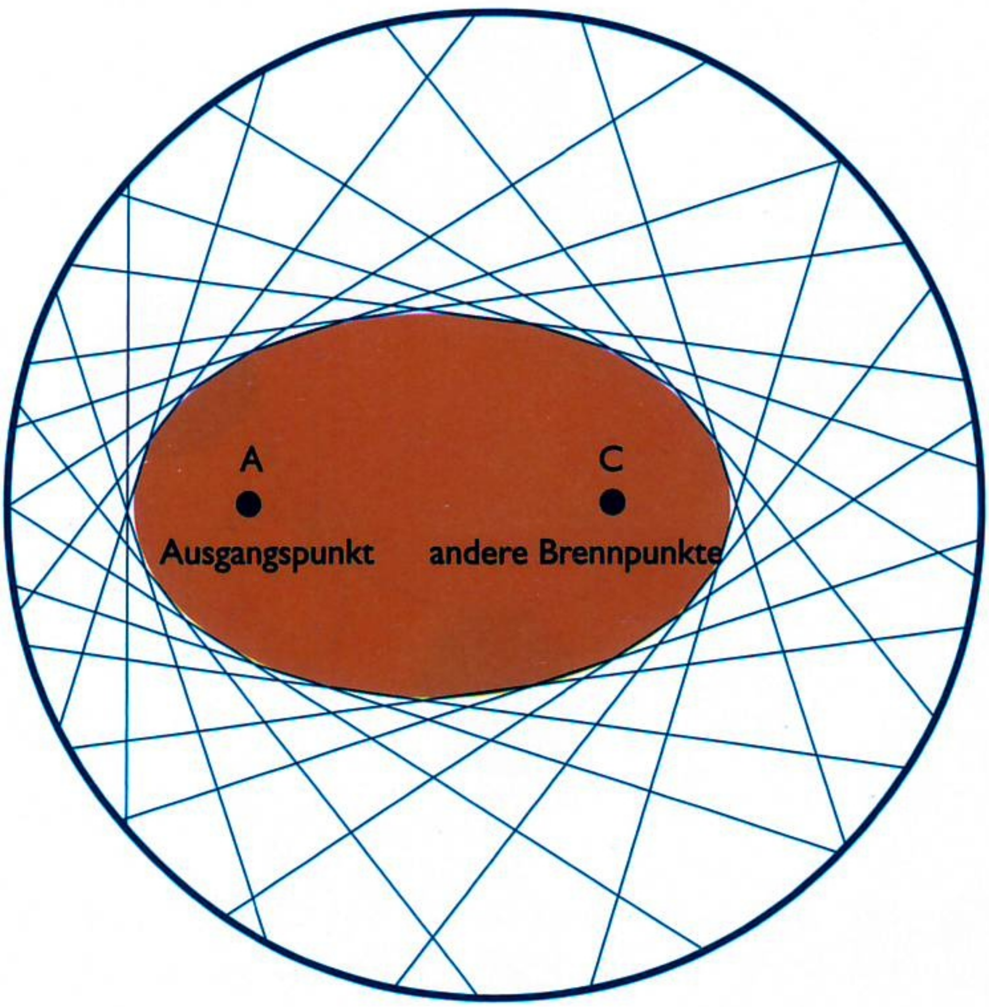


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

ELLIPSE AUS PAPIER Lösung

Markieren Sie einen Punkt im Kreis und falten sie den Kreis entlang einer beliebigen Linie, sodass der Rand des Kreises den Punkt knapp berührt. Machen Sie einen Knick in diese Faltlinie. wiederholen Sie den Vorgang des Faltens und Knickens. Nach einigen Malen sehen Sie eine Ellipse, die von Faltlinien umgeben ist.
Die Faltlinien sind Tangenten der Ellipse und bilden eine Hülle um sie. Mit anderen Papierkreisen können Sie untersuchen, was mit der Ellipse passiert, wenn Sie die Markierung näher an den Mittelpunkt des Kreises rücken.

A und C sind die Brennpunkte der Ellipse.

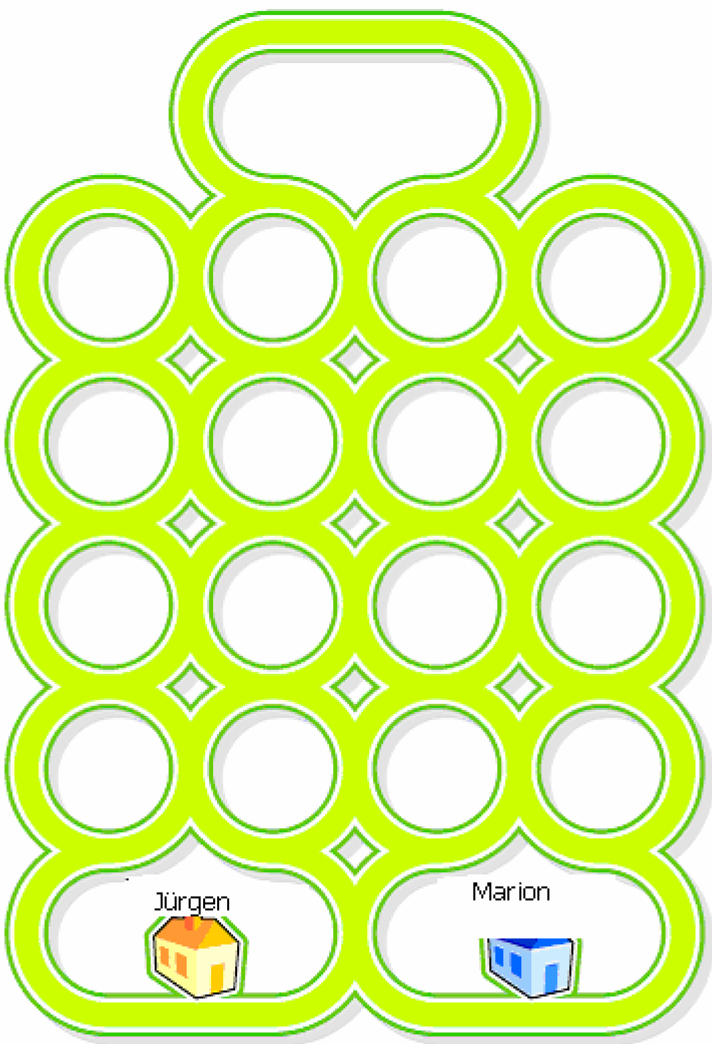


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

Kreisstadt

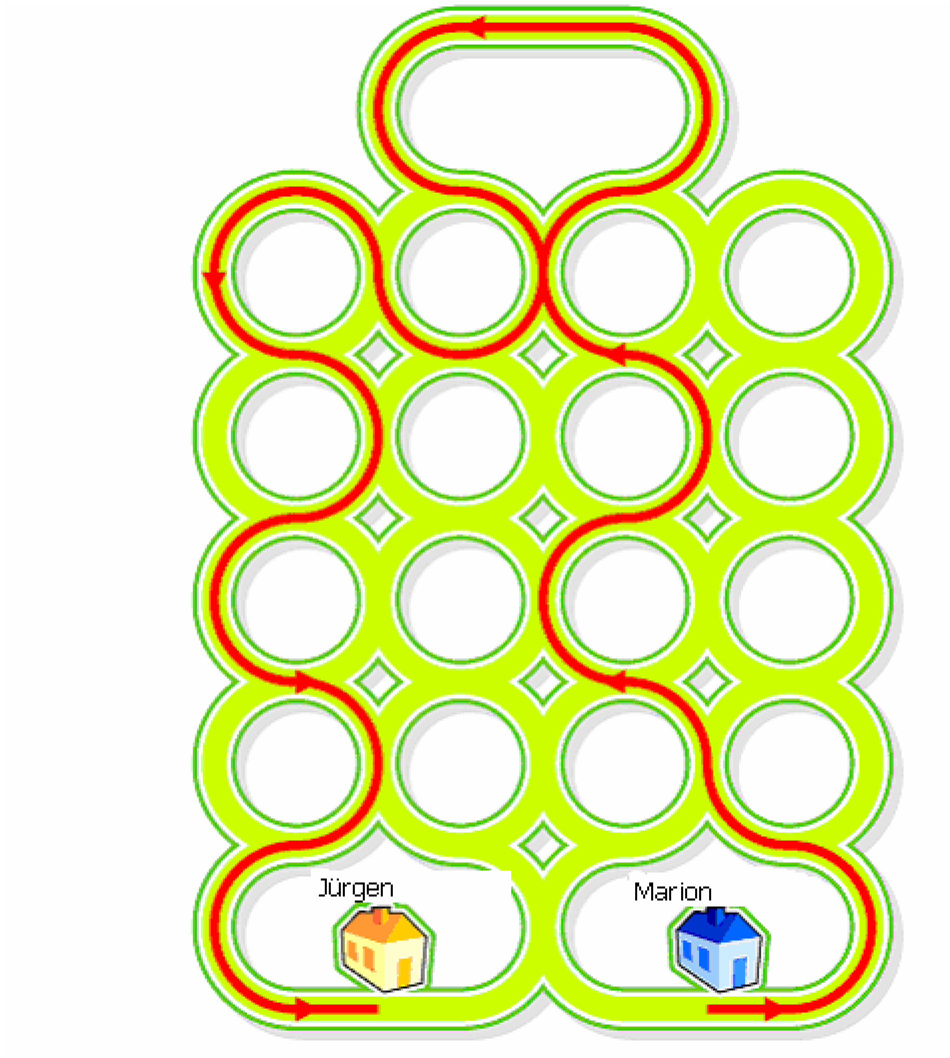
Sie sehen unten einen Plan von Kreisstadt. Alle Straßen sind natürlich Kreise. Wenn Sie auf einer Straße unterwegs sind, dürfen Sie U-turn und keine Spitzkurve fahren (siehe Abbildung links oben). Einzig sanfte Kurven sind erlaubt (siehe Abbildung links unten).

Jürgen und Marion sind Freunde. Normalerweise spaziert Marion zu Jürgens Haus, aber heute wird sie dorthin gefahren. Die Karte zeigt, wo die beiden wohnen. Finden Sie eine Route, dass Marion Jürgen besuchen kann. Der Weg muss bei Marions Haus beginnen und unter Einhaltung der Regeln bei Jürgens Haus enden.

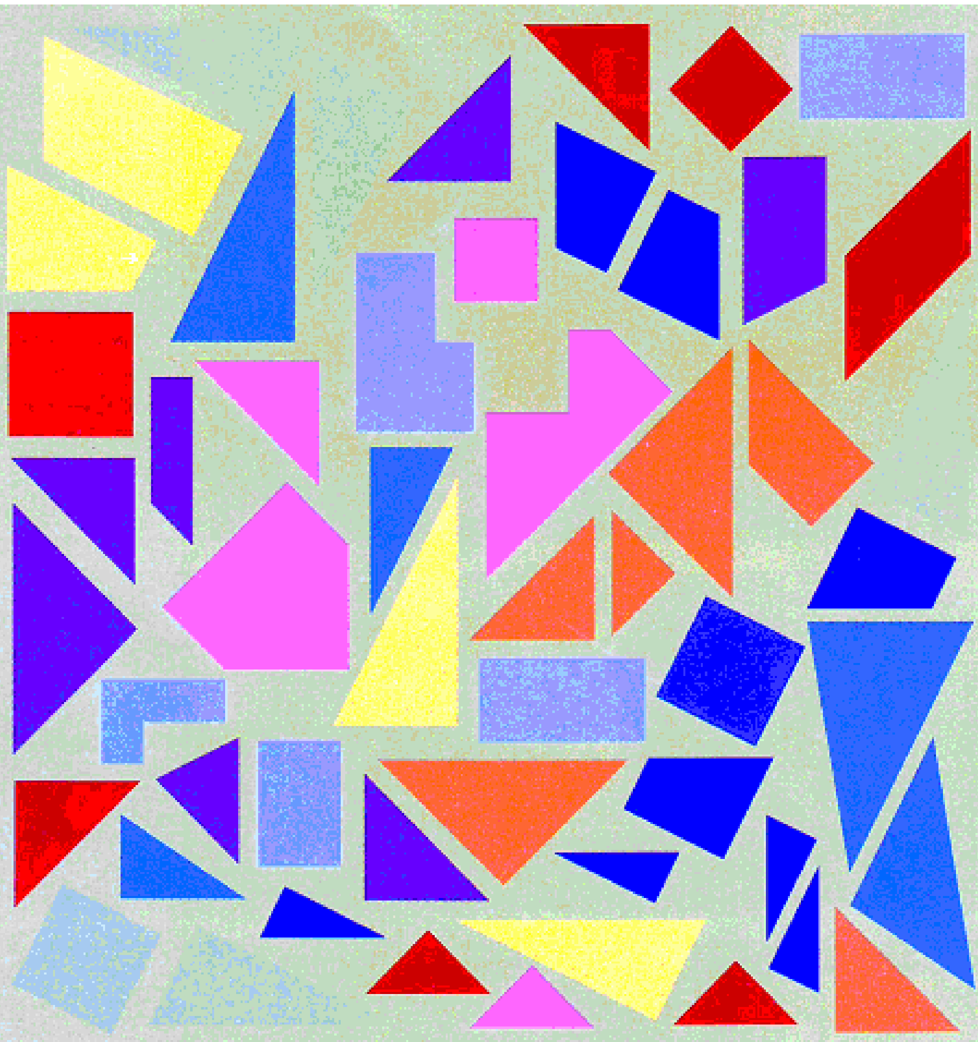


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

KREISSTADT Lösung

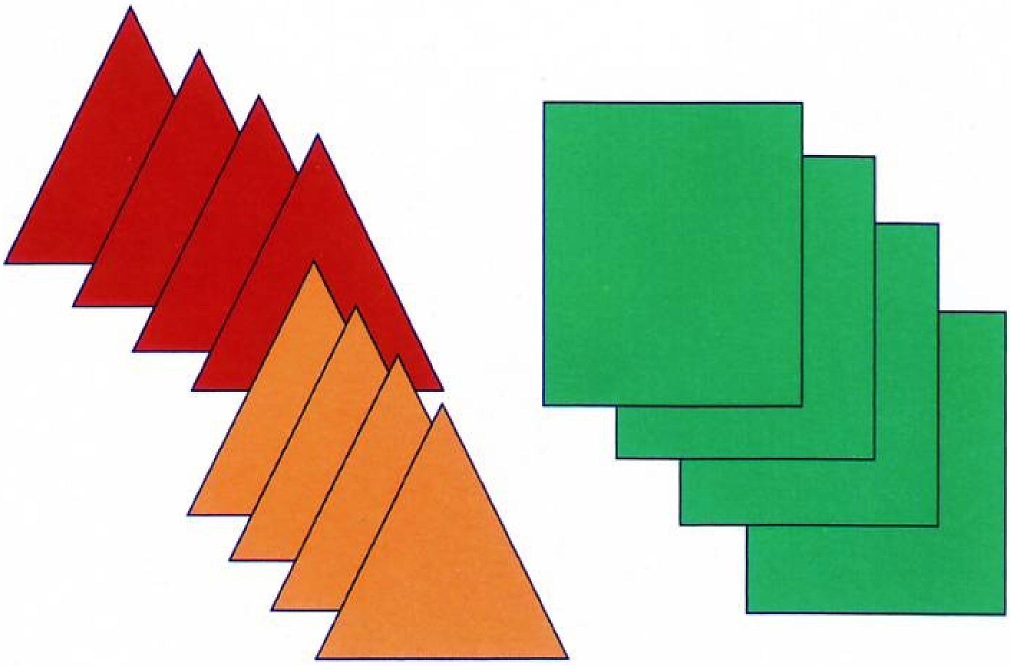


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS



Figuren und Vielecke

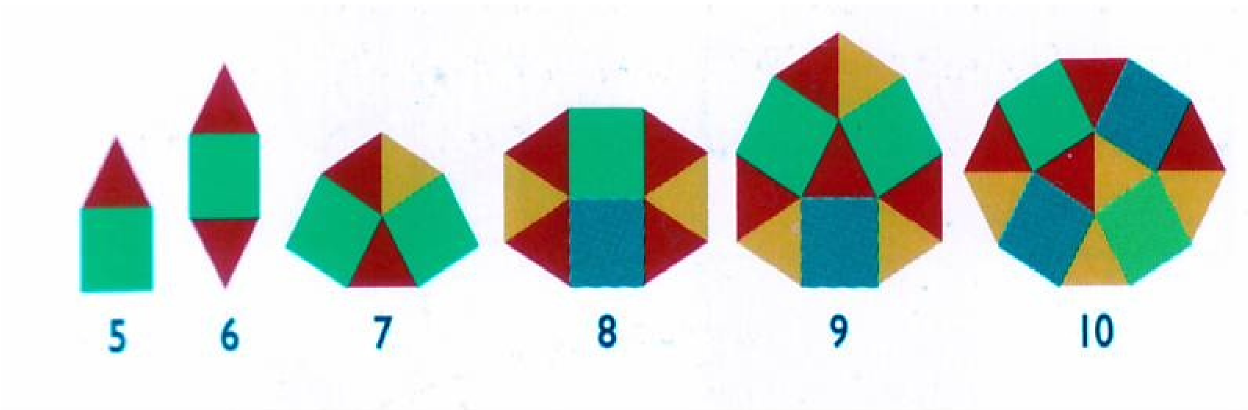
VIELECKE AUS DREIECKEN UND QUADRATEN



Bilden Sie aus den hier abgebildeten Quadraten und gleichseitigen Dreiecken konvexe Vielecke. Können Sie Vielecke bilden, die fünf bis zehn Seiten haben? Wie viele Dreiecke und Quadrate brauchen Sie, um das jeweilige Vieleck zu bilden?

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

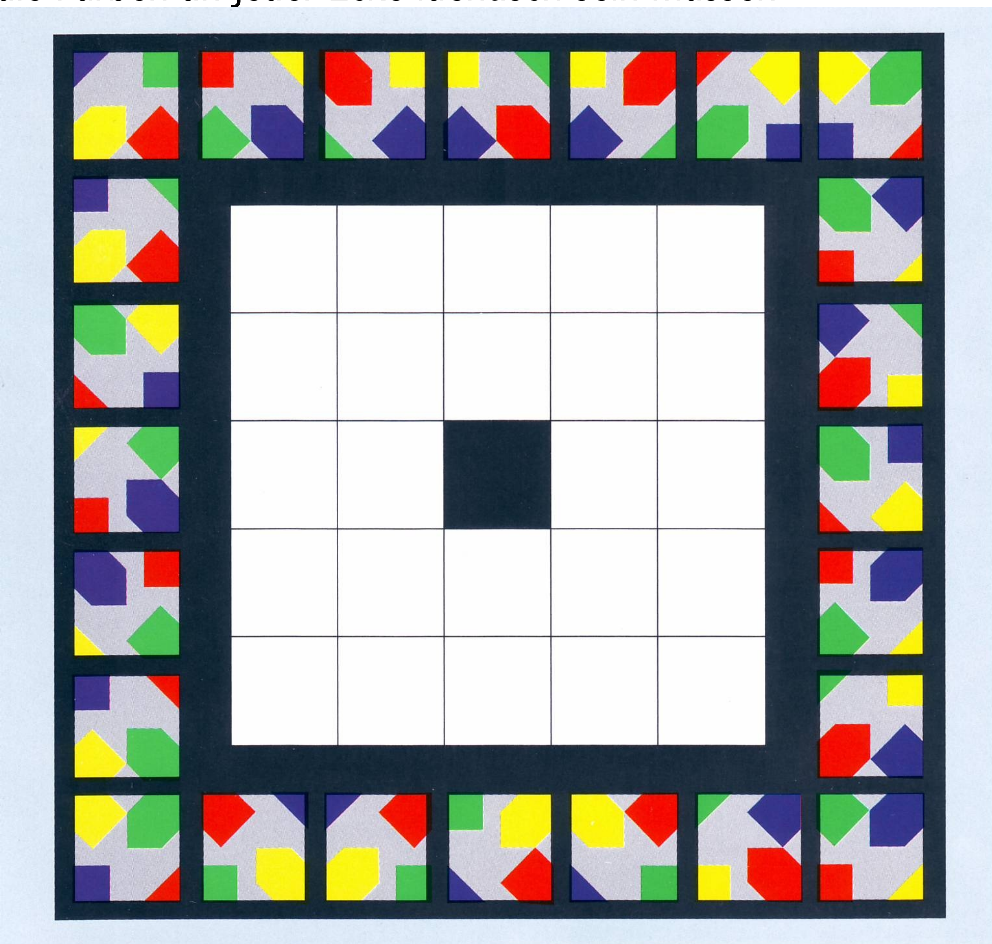
VIELECKE AUS DREIECKEN UND QUADRATEN Lösung



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

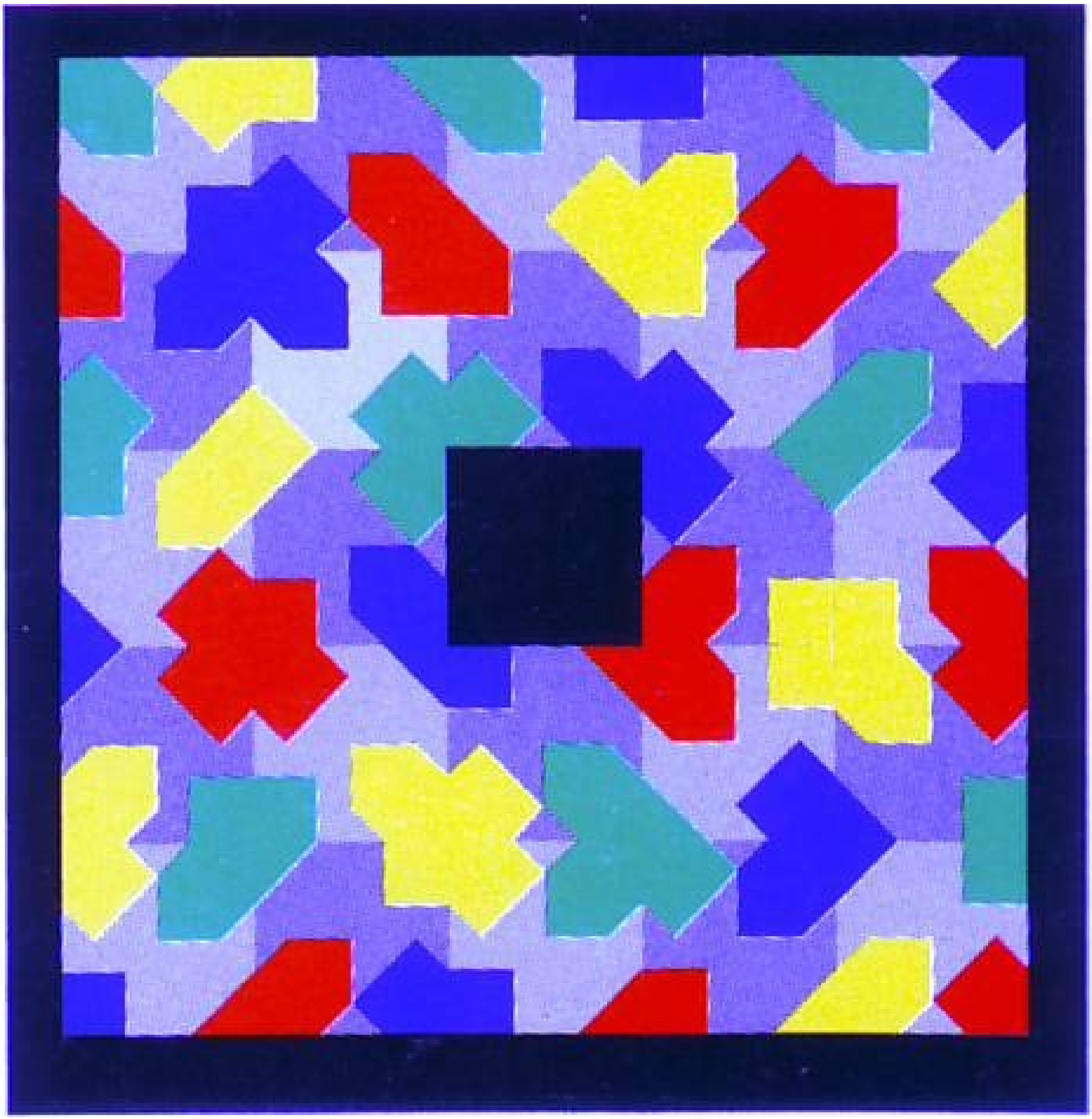
POLYGO

Polygo ist ein Spiel, bei dem es um das Erkennen und Zusammensetzen komplexer Figuren aus vier einfachen Grundformen geht: Dreieck, Quadrat, Fünfeck und Sechseck. Aus diesen Grundformen lassen sich unzählig neue Vielecke bilden.
Auf jedem Spielstein befinden sich Vielecke in vier verschiedenen Farben: Rot, Gelb, Grün und Blau. Spielt man zu zweit, so wählt jeder Spieler zwei dieser Farben aus. Ziel ist es, aus jeder Farbe komplexe Figuren zu bilden, indem immer vier Spielsteine aneinander gelegt werden. Jedes so gebildete Viereck hat einen Wert, der aus der Summe der vier Spielsteine besteht, aus denen es gebildet wurde: ein Punkt für jedes Dreieck, zwei Punkte für jedes Quadrat, drei für jedes Fünfeck und vier für jedes Sechseck. Der Spieler, der am Ende die meisten Punkte hat, gewinnt.
Um ein Solitärspiel zu spielen, fügt man die 24 Kacheln in das Gitter ein, wobei die Farben an jeder Ecke identisch sein müssen.



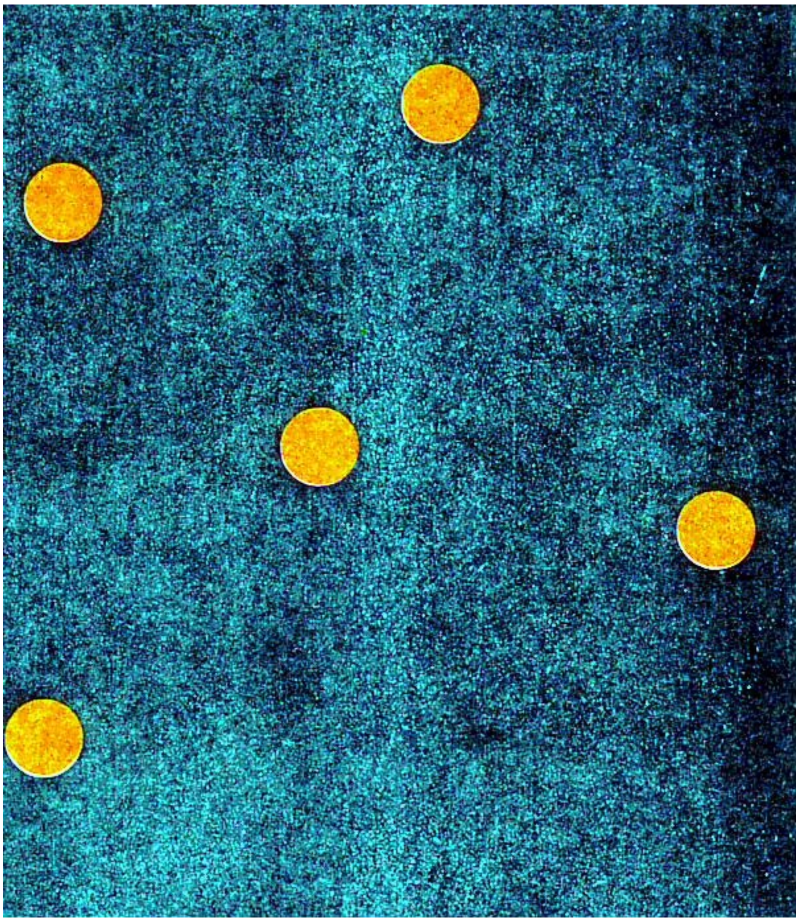
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

POLYGO Lösung



KONVEXES VIERECK

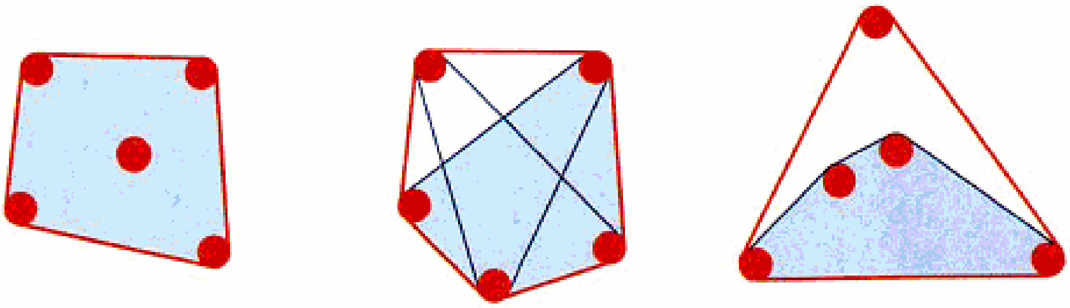
Platzieren Sie fünf Punkte beliebig auf einer Fläche. Ist es grundsätzlich möglich, vier dieser Punkte zu einem konvexen Viereck zu verbinden?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

KONVEXES VIERECK Lösung

Nein. Stellen Sie sich ein Dreieck mit einem Punkt im Inneren vor. Man braucht fünf Punkte, um ein konvexes Viereck zu konstruieren. Diese Tatsache wurde 1935 mit dem Satz von Erdös-Szekeres bewiesen. Umschließt man die fünf Punkte mit einem Gummiband, gibt es drei mögliche Ergebnisse:



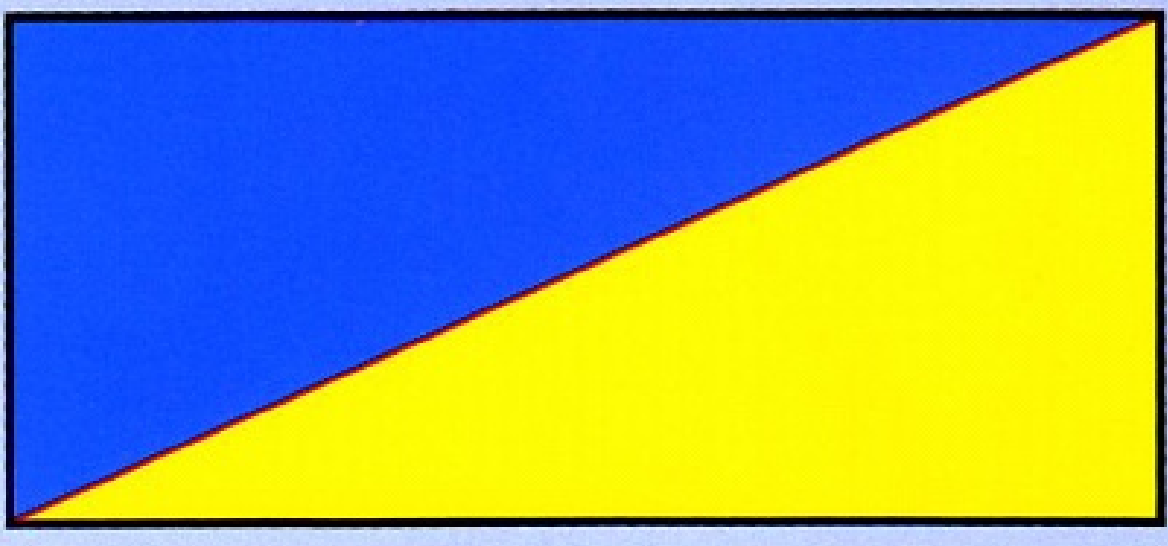
1. Das Band bildet ein konvexes Viereck mit dem fünften Punkt im Inneren.

2. Das Band bildet ein Fünfeck; verbindet man zwei seiner Eckpunkte, entsteht ein konvexes Viereck.

3. Das Band bildet ein Dreieck mit zwei Punkten im Inneren. Verbindet man die zwei innen liegenden Punkte durch eine Linie, befinden sich auf der einen Seite der Linie zwei Eckpunkte des Dreiecks. Diese lassen sich mit den Punkten im Inneren zu einem konvexen Viereck verbinden.

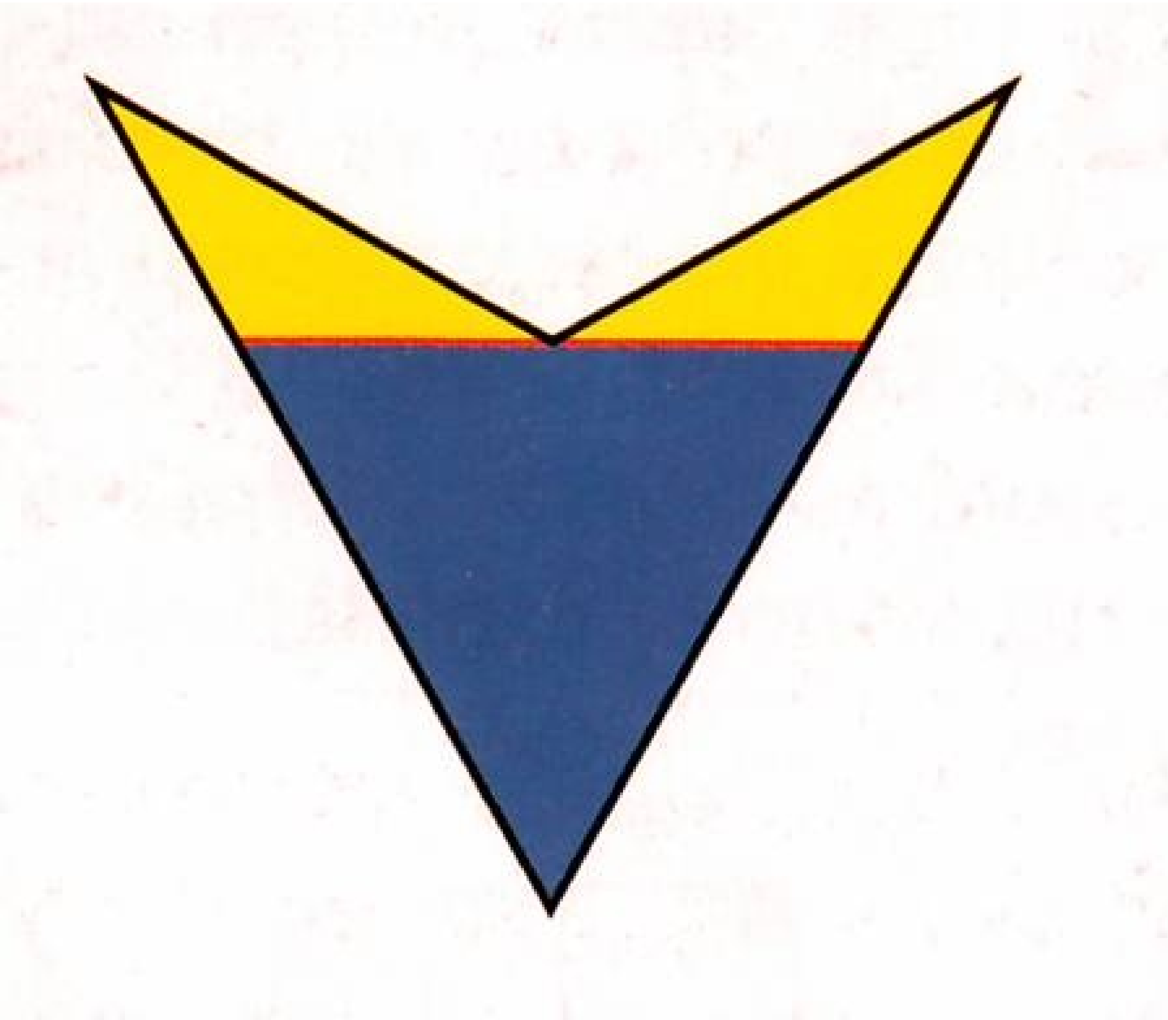
DREIECKE IN VIERECKEN

Dieses Viereck ist durch eine gerade Linie in zwei Dreiecke geteilt. Finden Sie ein Viereck (welches einfach nur ein Vieleck mit vier Seiten ist), das sich mit einer geraden Linie in drei Dreiecke teilen lässt?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

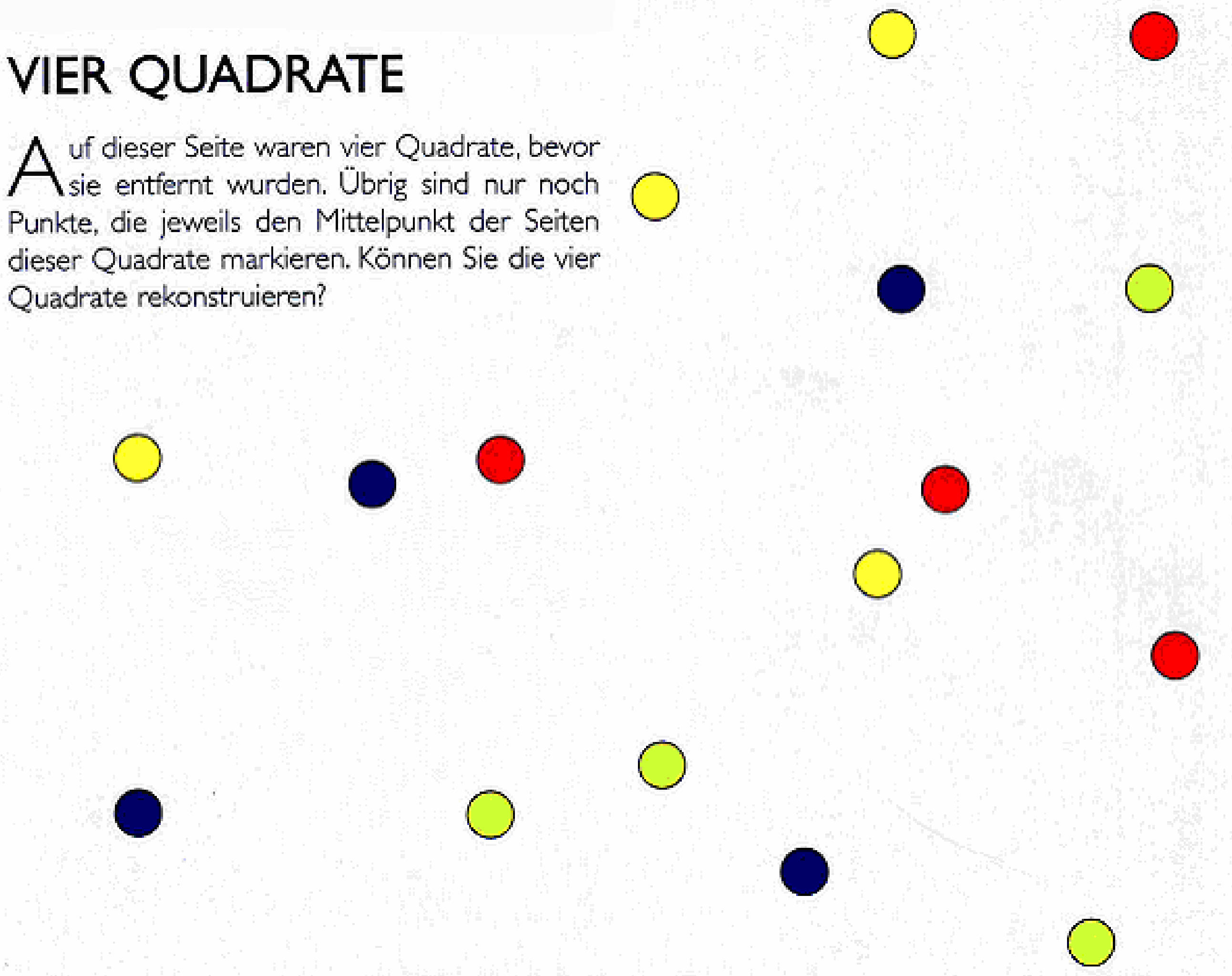
DREIECKE IN VIERECKEN Lösung



VIER QUADRATE

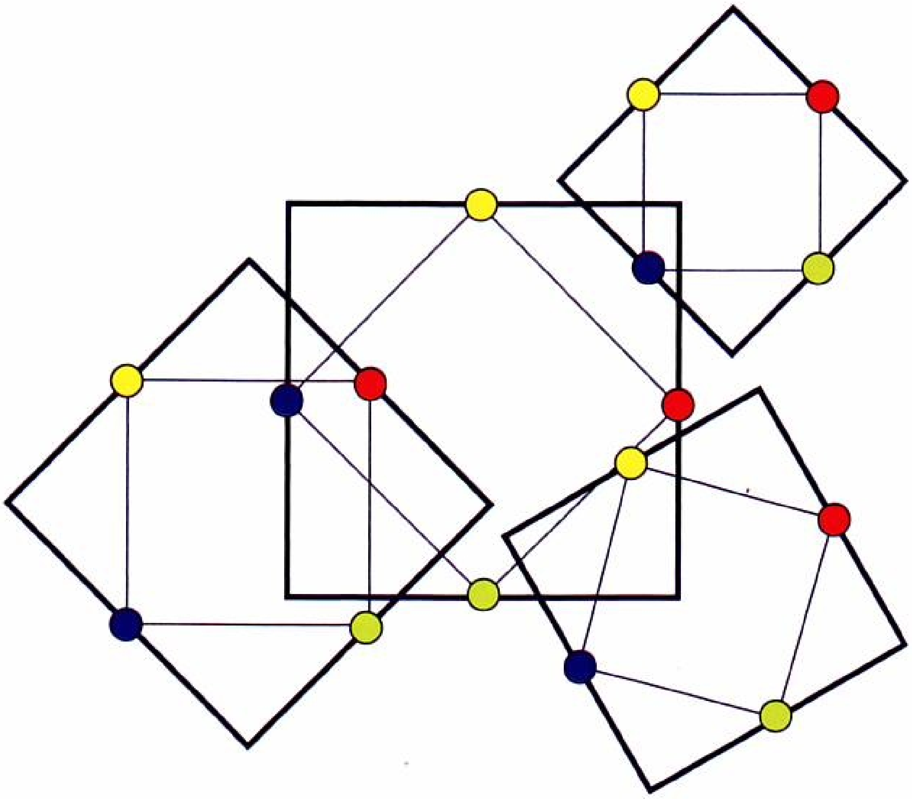
VIER QUADRATE

Auf dieser Seite waren vier Quadrate, bevor sie entfernt wurden. Übrig sind nur noch Punkte, die jeweils den Mittelpunkt der Seiten dieser Quadrate markieren. Können Sie die vier Quadrate rekonstruieren?



VIER QUADRATE Lösung

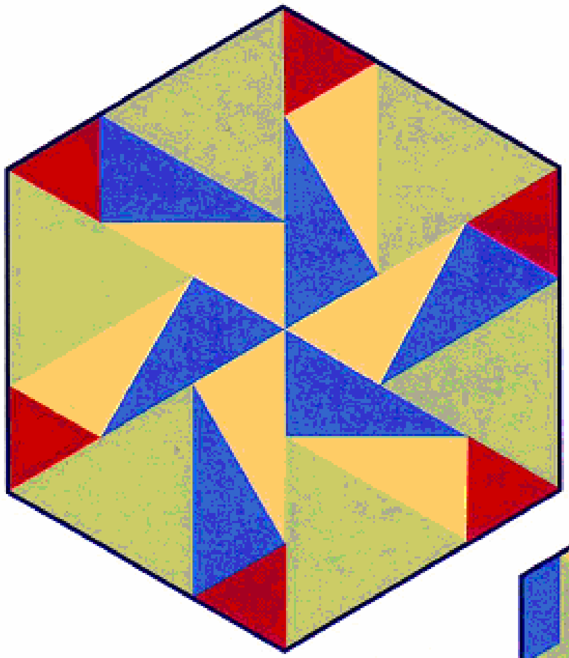
Die Mittelpunkte und die rekonstruierten Quadrate sind hier dargestellt.

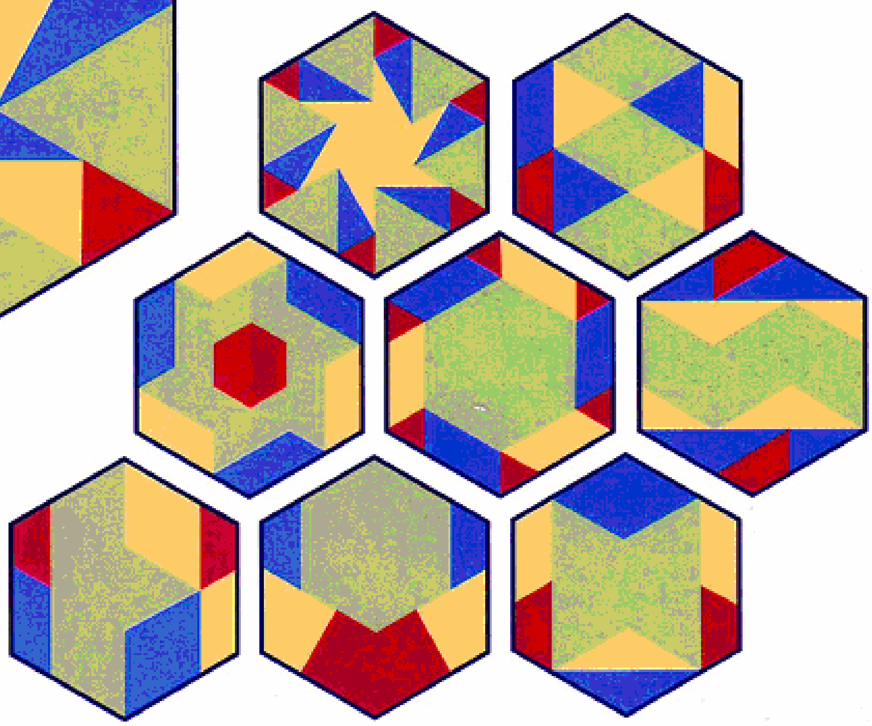


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

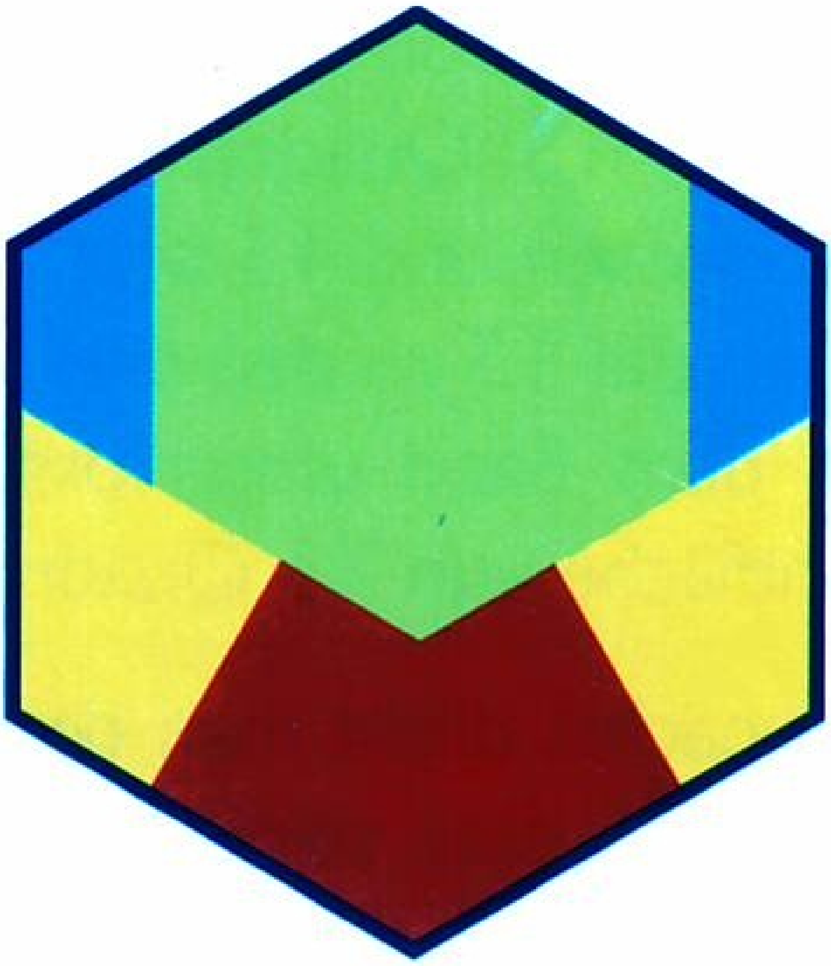
SECHSERMUSTER

Alle außer einem der kleineren Muster bestehen aus denselben 24 farbigen Puzzleteilen, aus denen das große Sechseck besteht.
Welches Sechseck passt nicht dazu?





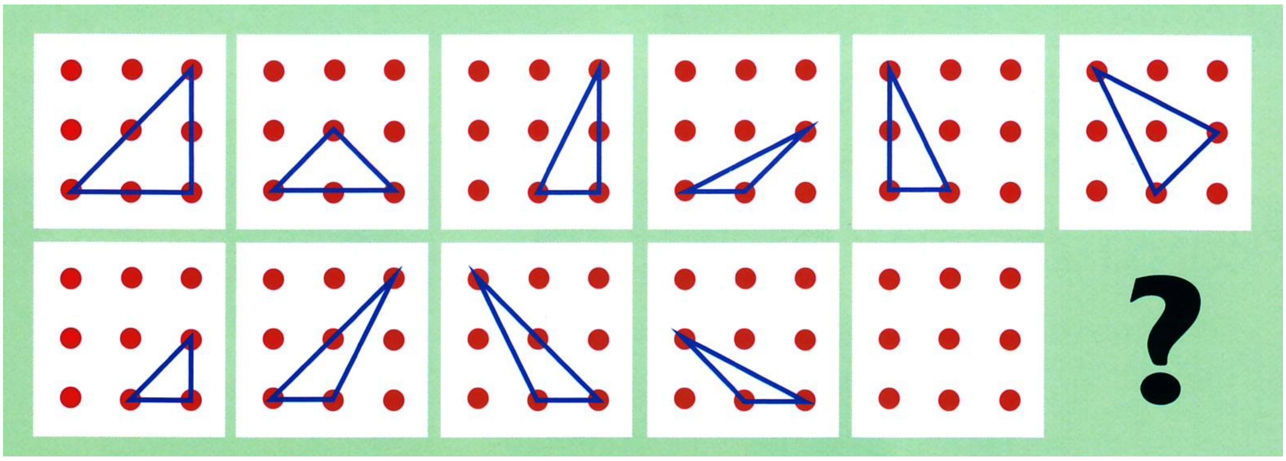
SECHSERMUSTER Lösung



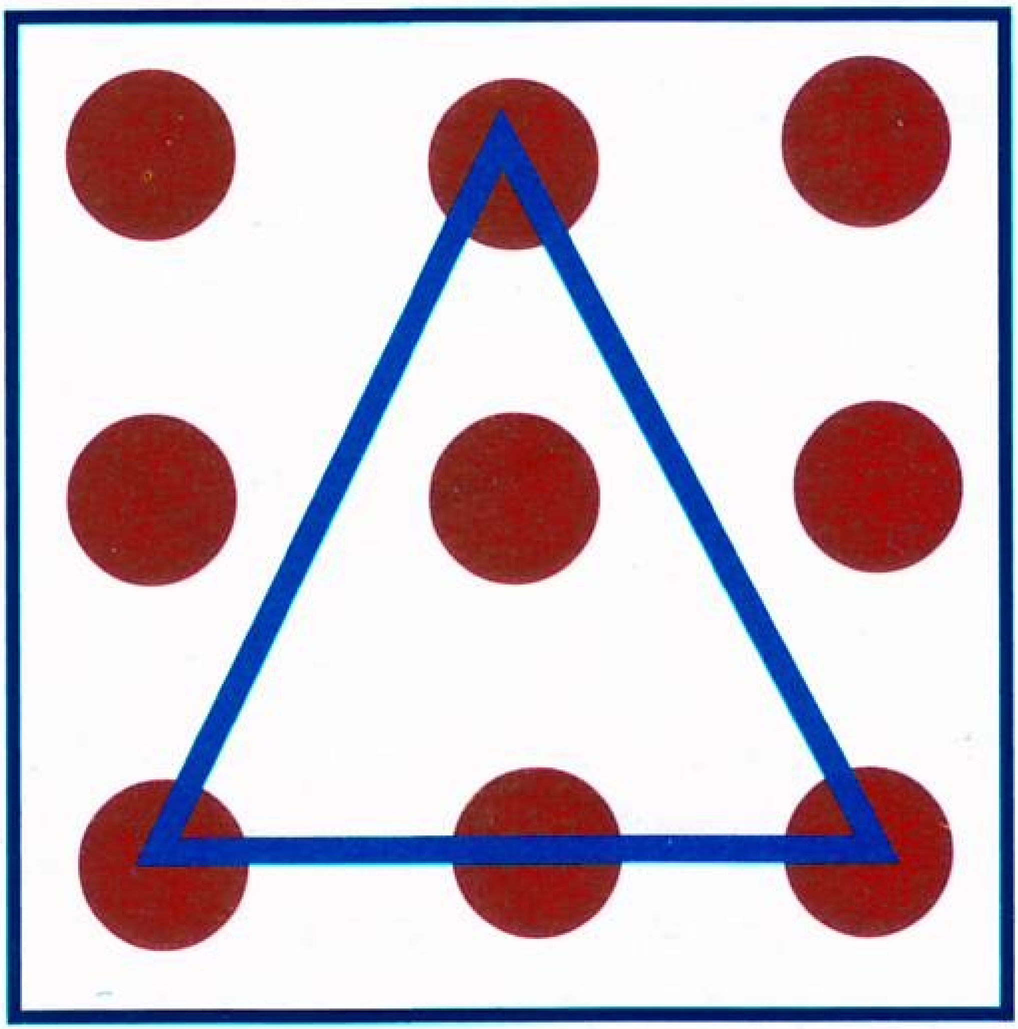
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

STECKFELDDREIECKE

Es gibt genau elf verschiedene Dreiecke, die durch Verbinden dreier Punkte auf einem Steckfeld mit 3 mal 3 Feldern gebildet werden können – rotationssymmetrische Variationen und Translationen nicht mitgezählt. Zehn sind hier dargestellt. Finden Sie das elfte Quadrat?



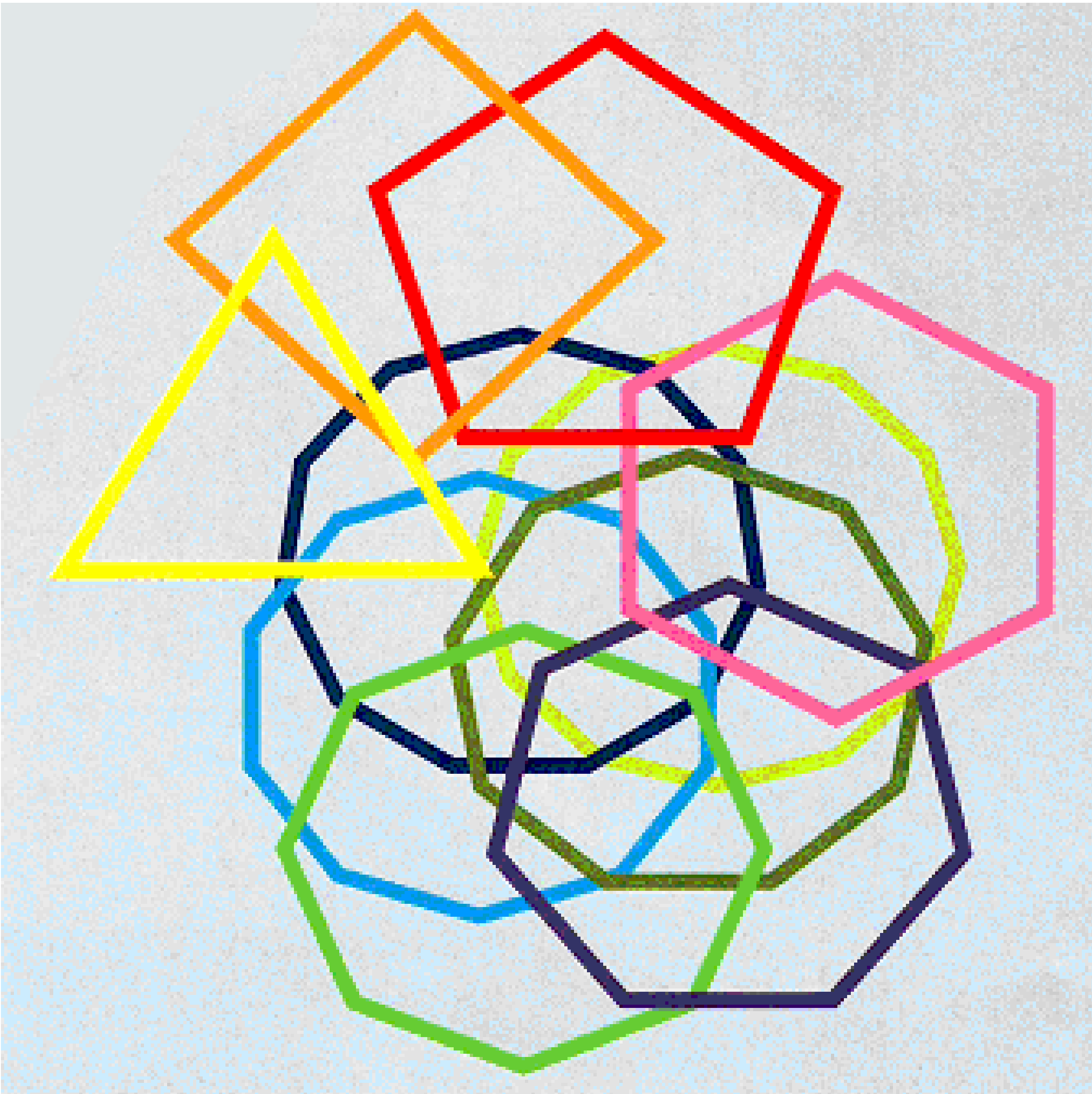
STECKFELDDREIECKE Lösung



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

VIELECKE AUFHEBEN

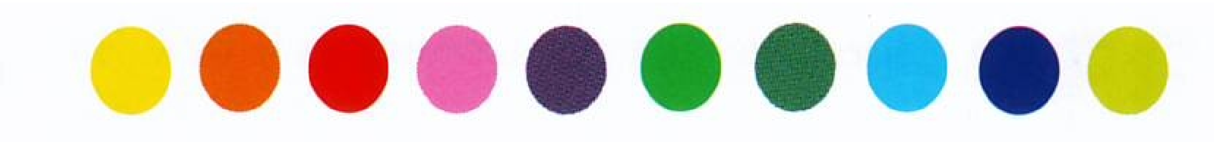
Zehn regelmäßige Vielecke liegen auf einem Haufen. Jedes Vieleck kann aufgehoben werden, aber nur dann, wenn keine anderen Figuren darauf liegen. Finden Sie heraus, in welcher Reihenfolge die Vierecke entfernt werden können.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

VIELECKE AUFHEBEN Lösung

Die Reihenfolge lautet gelb, orange, rot, rosa, violett, hellgrün, dunkelgrün, hellblau, dunkelblau und gelbgrün. Sie wird von der der zunehmenden Seitenanzahl bestimmt, vom Dreieck mit drei bis zum Zwölfeck mit zwölf Seiten.



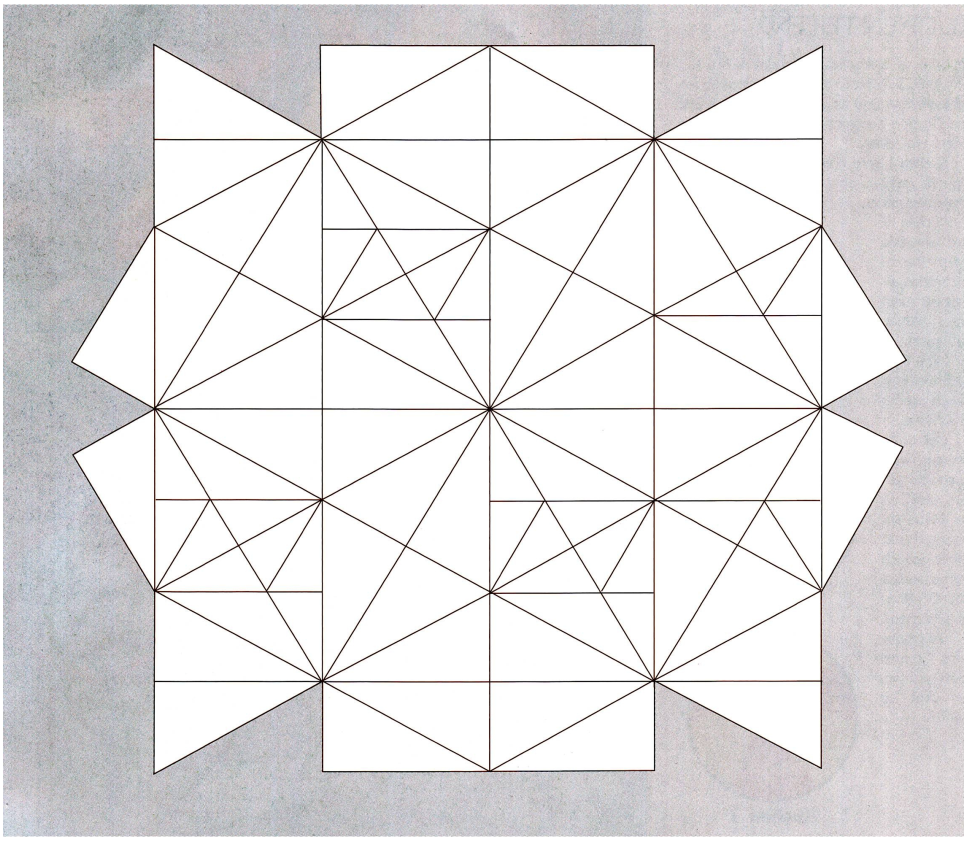
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

SPIEL MIT VIERECKEN

Das Ziel dieses Spiels ist die Bildung von Vierecken. Die Spieler wählen eine Farbe und füllen damit abwechselnd die dreieckigen Felder aus. Jedes neu ausgemalte Feld muss an eines angrenzen, das bereits ausgefüllt wurde. Punkte werden erzielt, wenn ein Viereck gebildet wird: Es gibt einen Punkt pro Dreieck innerhalb der Begrenzungen des Vierecks, unabhängig von der Farbe. Folgende Bedingungen müssen aber erfüllt werden:

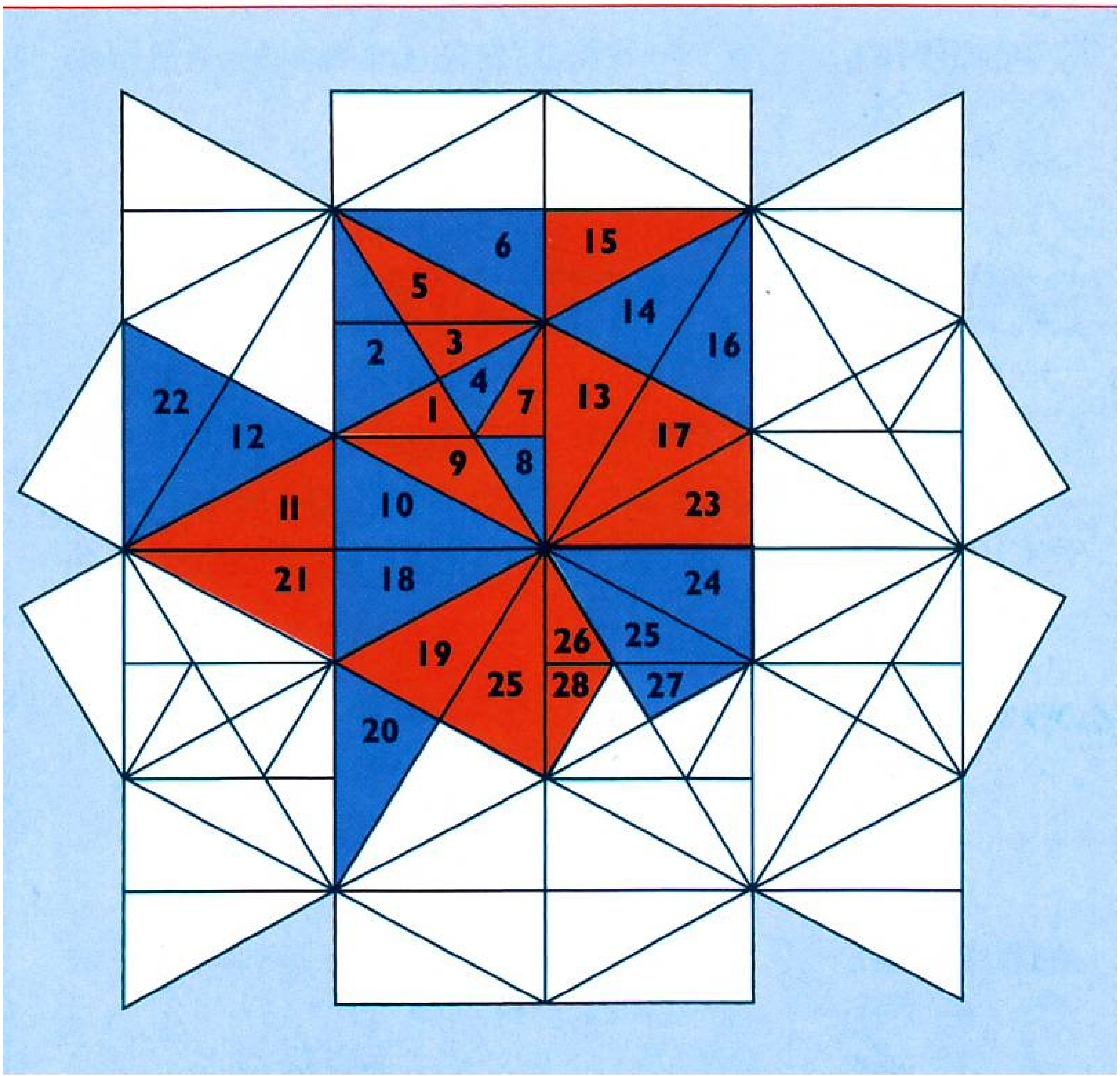
* Mehr als die Hälfte der Dreiecke, die das Viereck bilden, müssen in der Farbe des Spielers sein, der es gebildet hat.
* Der Umfang des Vierecks darf nicht zwischen Dreiecken derselben Farbe verlaufen.
* Das Viereck darf keine Leerfelder haben.
* Das Viereck muss symmetrisch sein.
* Die Dreiecke dürfen jeweils nur Teil eines einzigen Vierecks sein.

Das Spiel endet, wenn alle Dreiecke ausgefüllt sind.



SPIEL MIT VIERECKEN Verdeutlichung

Das unfertige Beispiel verdeutlicht die im Textteil angeführten Regeln.

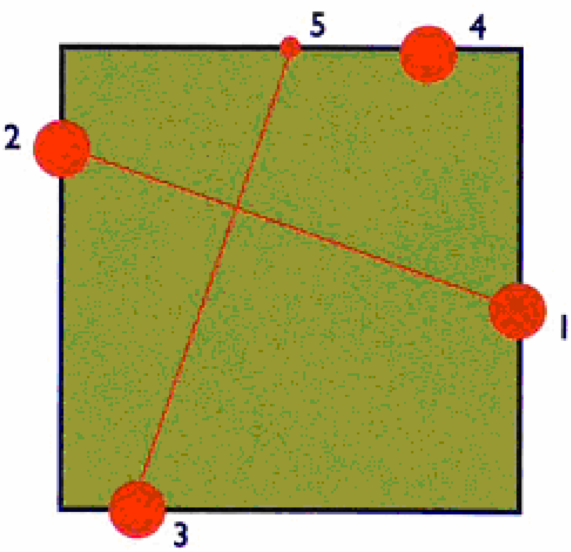


UNSICHTBARES QUADRAT

Ein Quadrat ist bis auf vier Punkte verschwunden, die sich an bestimmten Stellen an dessen vier Seiten befanden. Können Sie die Position des Quadrats wiederherstellen?

UNSICHTBARES QUADRAT Lösung

Die Lösung beginnt damit, dass man eine Linie zwischen zwei Punkten zieht wie hier zwischen Punkt 1 und 2. Dann zieht man eine Linie von Punkt 3, die genauso lang ist wie die Linie zwischen 1 und 2 und senkrecht zu ihr verläuft. Der Endpunkt dieser Linie (mit 5 gekennzeichnet) befindet sich eindeutig auf der Linie des Quadrats.

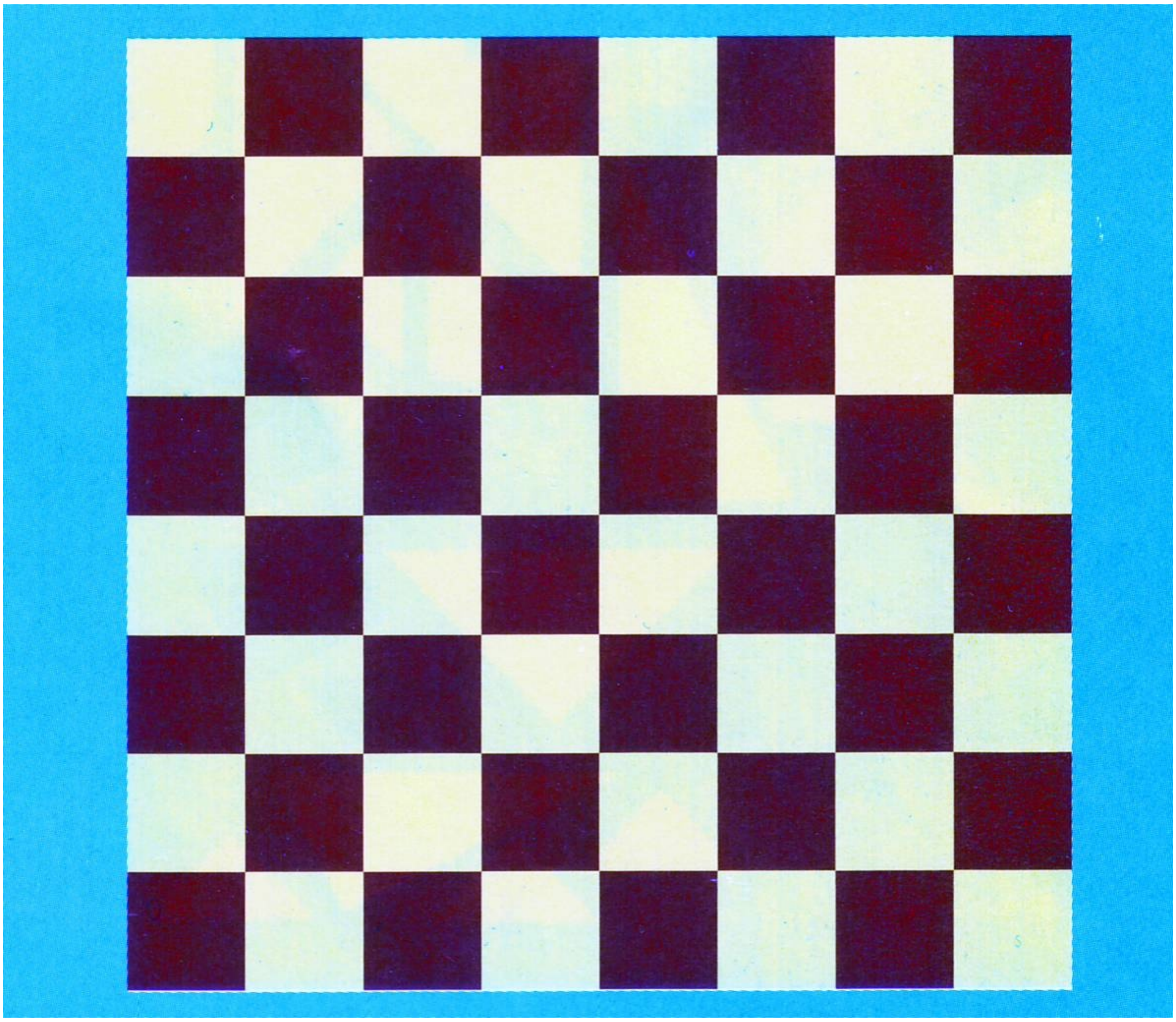


Ziehen Sie eine Linie durch Punkt 4 und 5 und eine Parallele durch Punkt 3. Zur Vervollständigung des Quadrats ziehen Sie Linien, die senkrecht zu diesen Linien durch Punkt 1 und 2 verlaufen. Die vier Linien schneiden sich so, dass sie ein Quadrat bilden.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

SCHACHBRETTQUADRATE

Wie viele Quadrate verschiedener Größe gibt es auf einem Schachbrett? Die 64 einzelnen Quadrate, aus denen das Schachbrett besteht, sind der Ausgangspunkt. Es gibt jedoch noch andere, zusammengesetzte Quadrate, die aus mehr Quadrateinheiten bestehen.
Finden Sie alle?

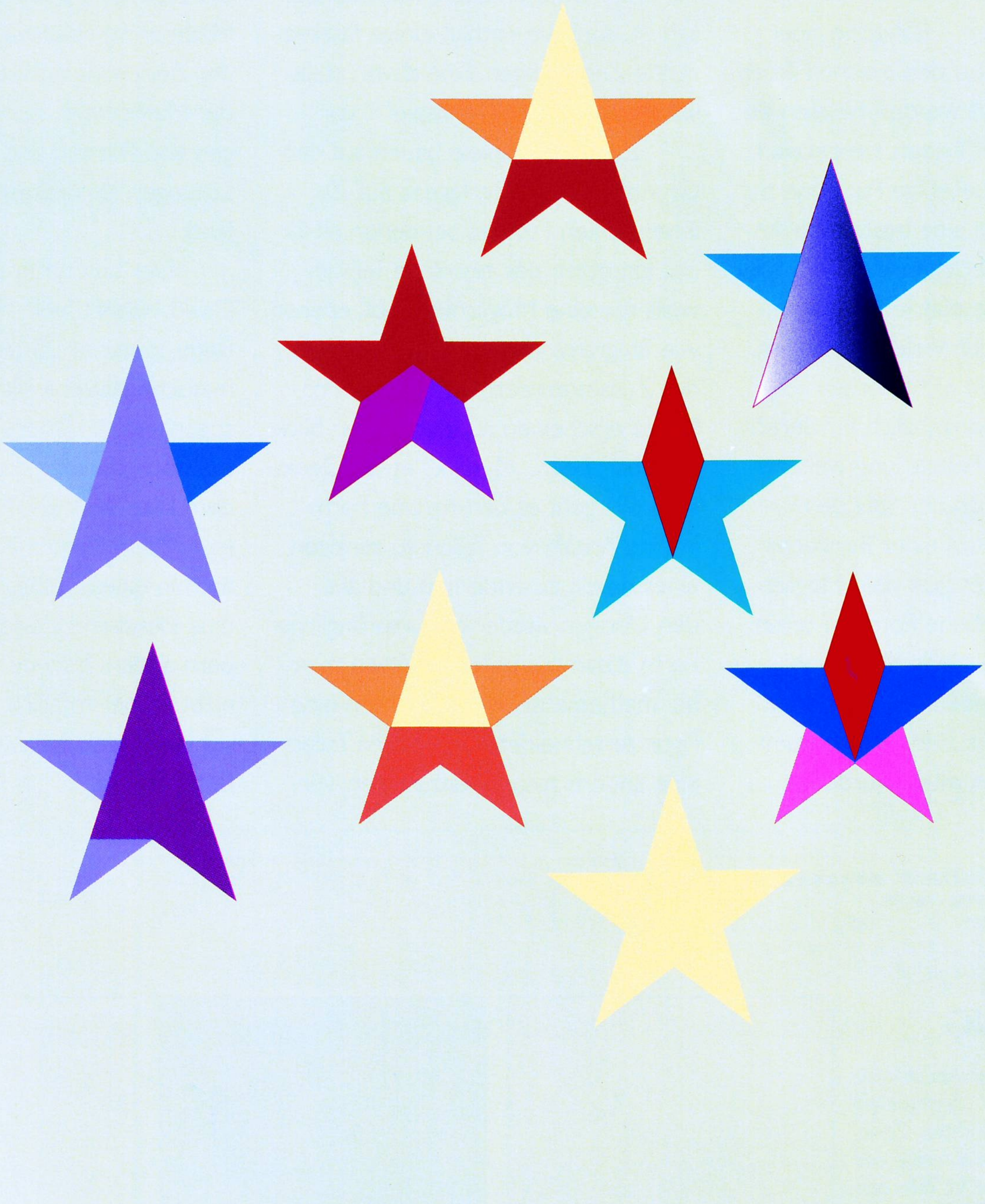


SCHACHBRETTQUADRATE Lösung

Es gibt insgesamt 204 Quadrate verschiedener Größen:

1 Quadrateinheit – 64
4 Quadrateinheiten – 49
9 Quadrateinheiten – 36
16 Quadrateinheiten – 25
25 Quadrateinheiten – 16
36 Quadrateinheiten – 9
49 Quadrateinheiten – 4
64 Quadrateinheiten – 1

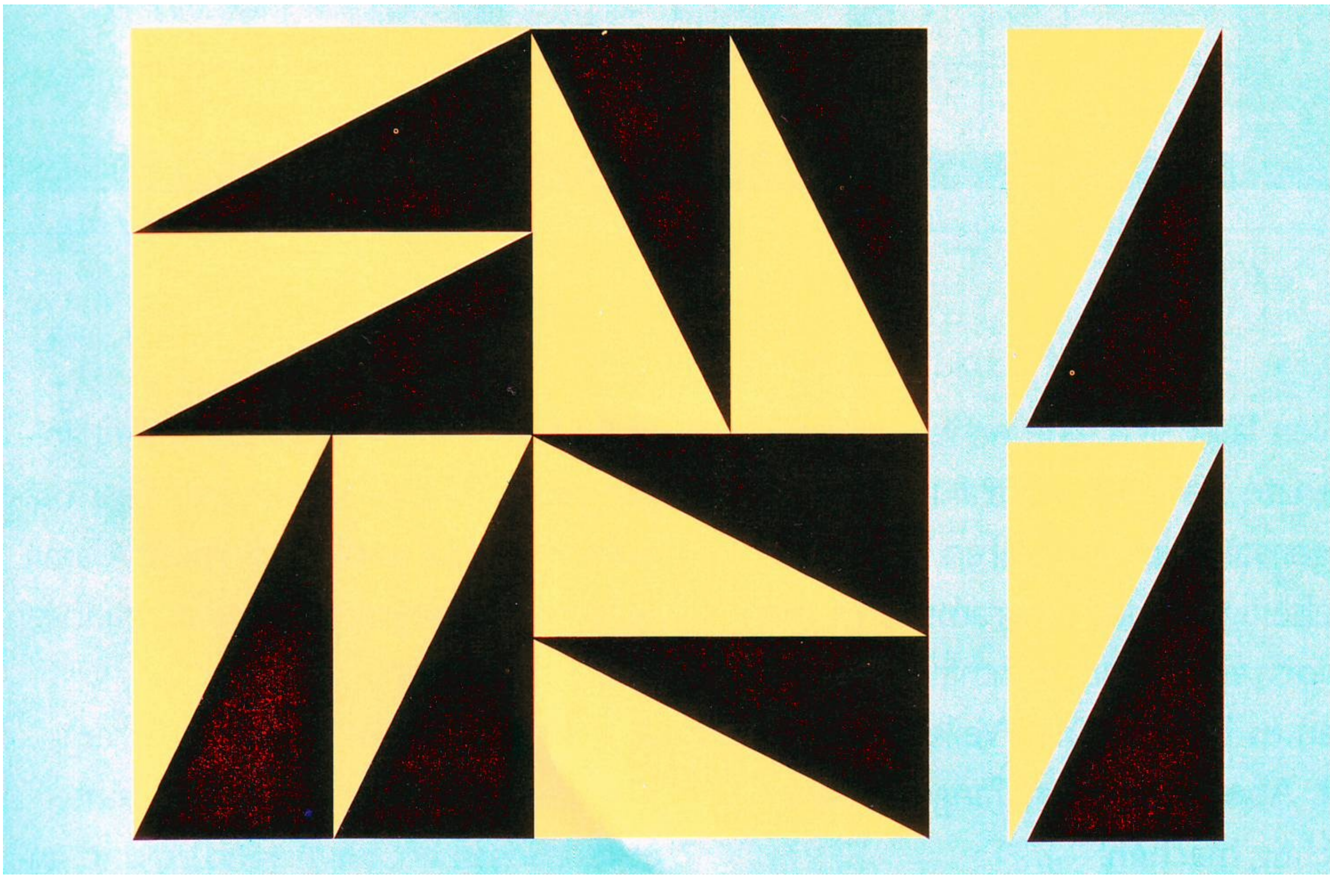
Die Gesamtzahl unterschiedlich großer Quadrate in einem quadratischen Gitter mit *n* Einheiten auf einer Seite ist einfach die Summe der Quadrate der *n* ersten ganzen Zahlen.



Figuren zerlegen

ZERLEGTES QUADRAT 20

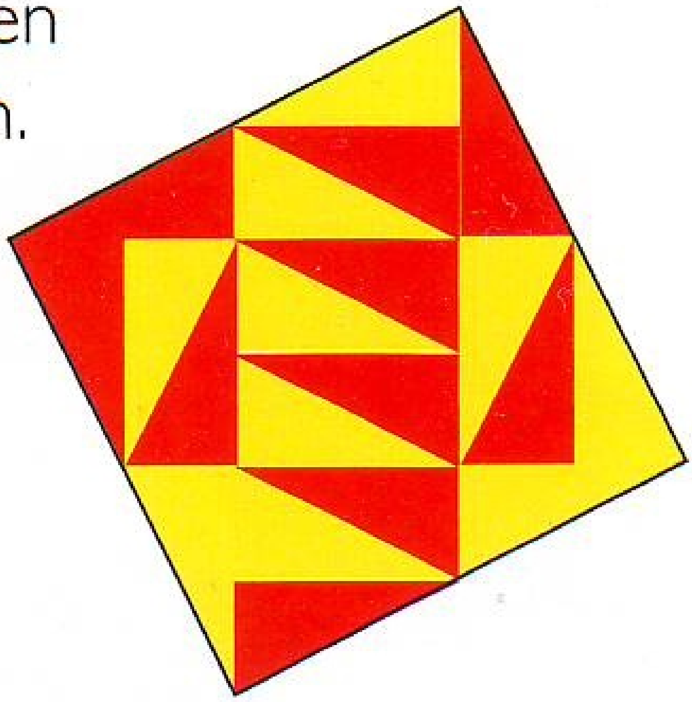
Ein Quadrat kann in 16 identische, rechtwinkelige 2:1 Dreiecke zerlegt werden. Fügen Sie vier weitere identische Dreiecke hinzu und legen Sie die 20 zu einem größeren Quadrat zusammen. Das Ergebnis wird etwas komplizierter aussehen als das in 16 Dreiecke zerschnittene Quadrat.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

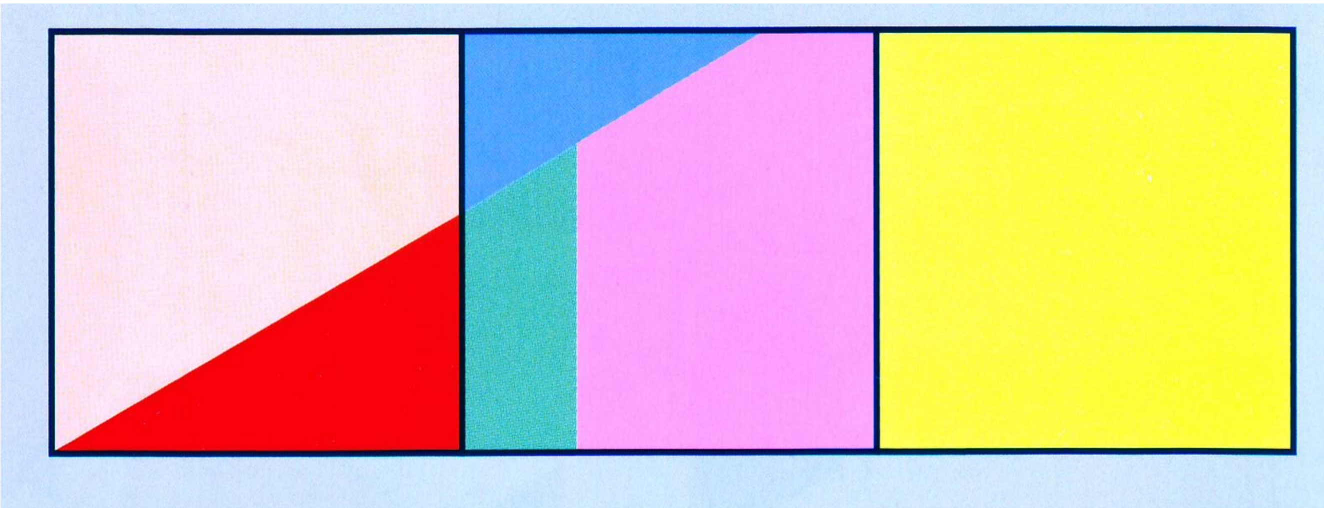
ZERLEGTES QUADRAT 20 Lösung

Eine von vielen
Möglichkeiten.



EIN QUADRAT AUS DREIEN

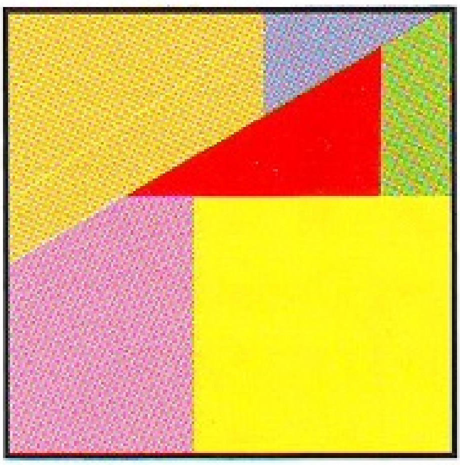
Zwei dieser drei identischen Quadrate wurden zerschnitten: eines in zwei Teile und das andere in drei. Können Sie die sechs Teile zu einem größeren Quadrat zusammenlegen?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

EIN QUADRAT AUS DREIEN — Lösung

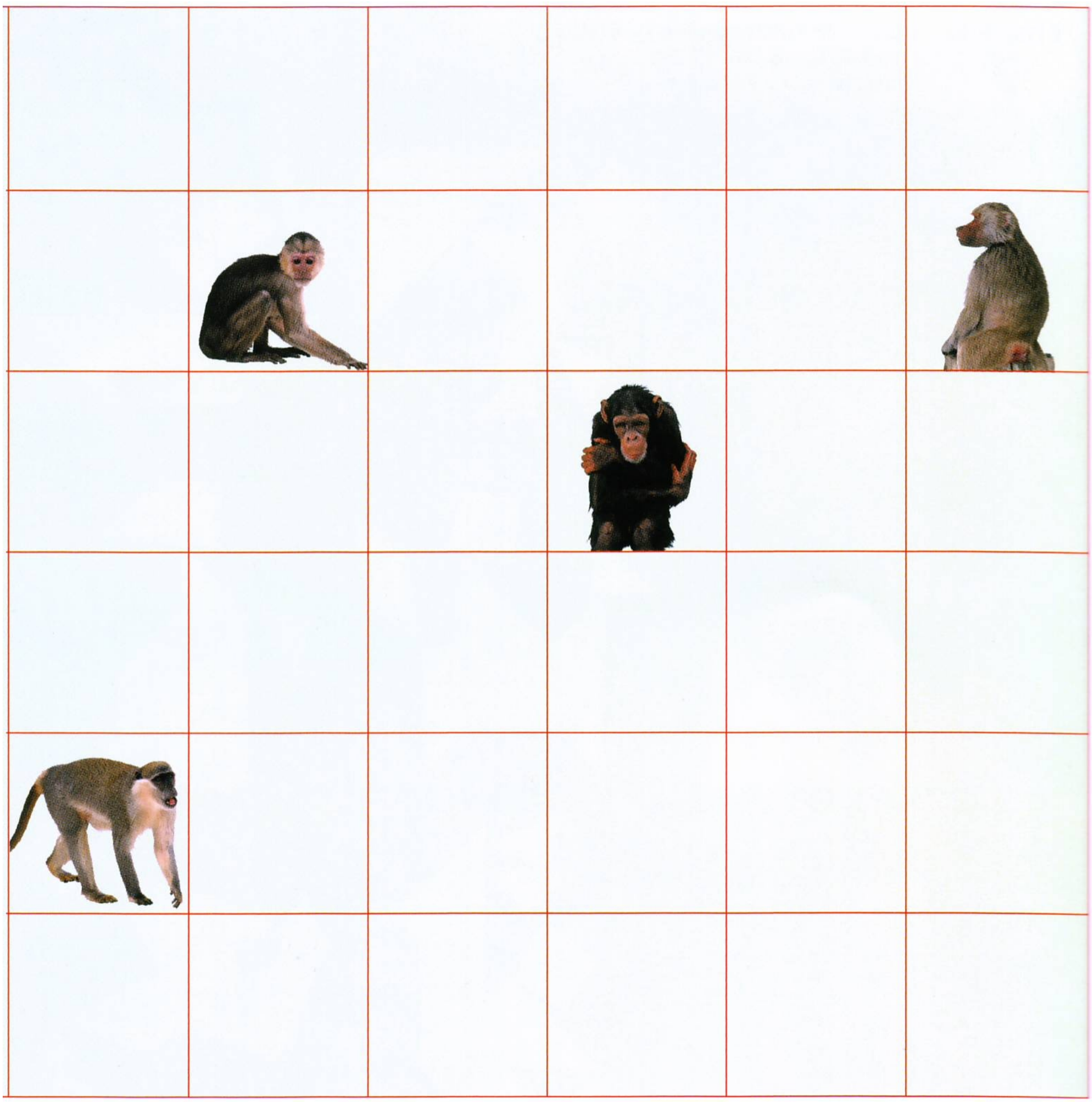
Eigentlich müsste man dieses Quadratproblem auch mit fünf Teilen lösen können, doch gelang dies noch niemandem. Gängig ist diese Lösung, die sechs Teile verwendet.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

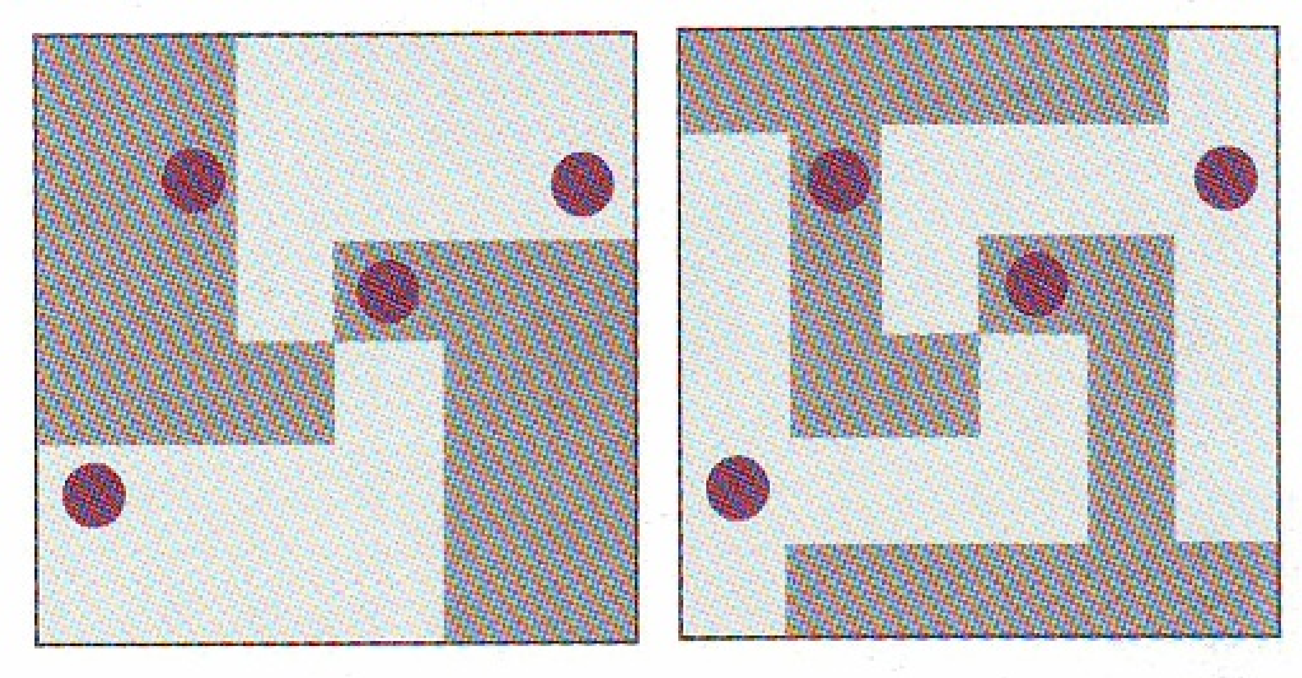
AFFEN TRENNEN

Jeder der vier Affen soll ein eigenes Gehege erhalten. Zäunen Sie die Tiere entlang der Kästchen des Quadrates so ein, dass jedes gleich viel Platz erhält. Dafür gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

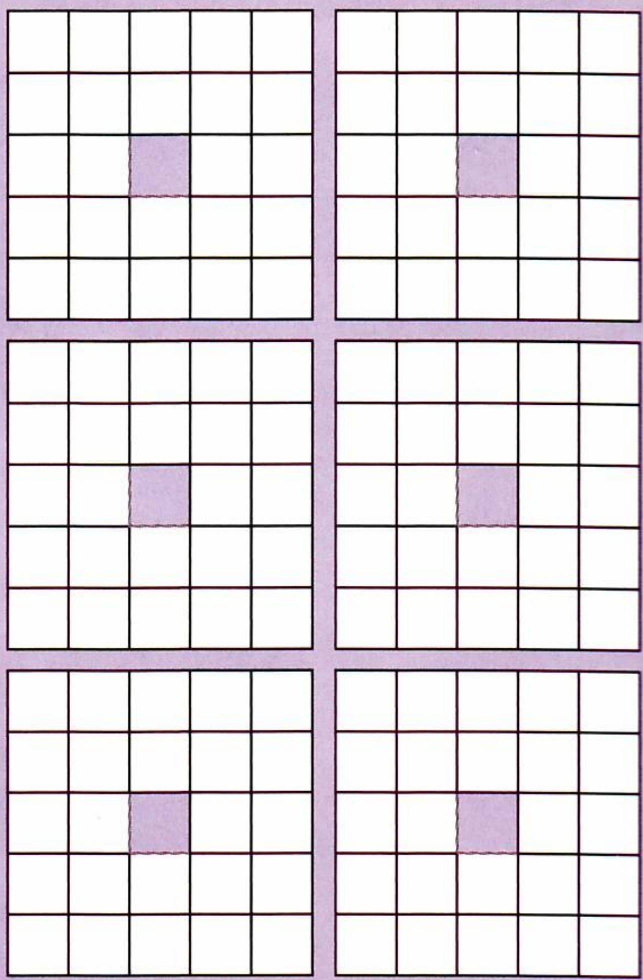
AFFEN TRENNEN **Lösung**

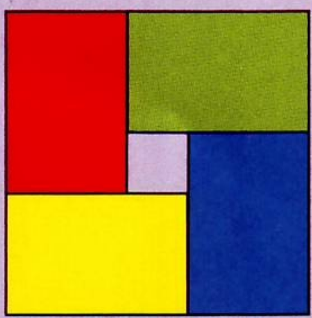


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

QUADRATE MIT LOCH VIERTELN

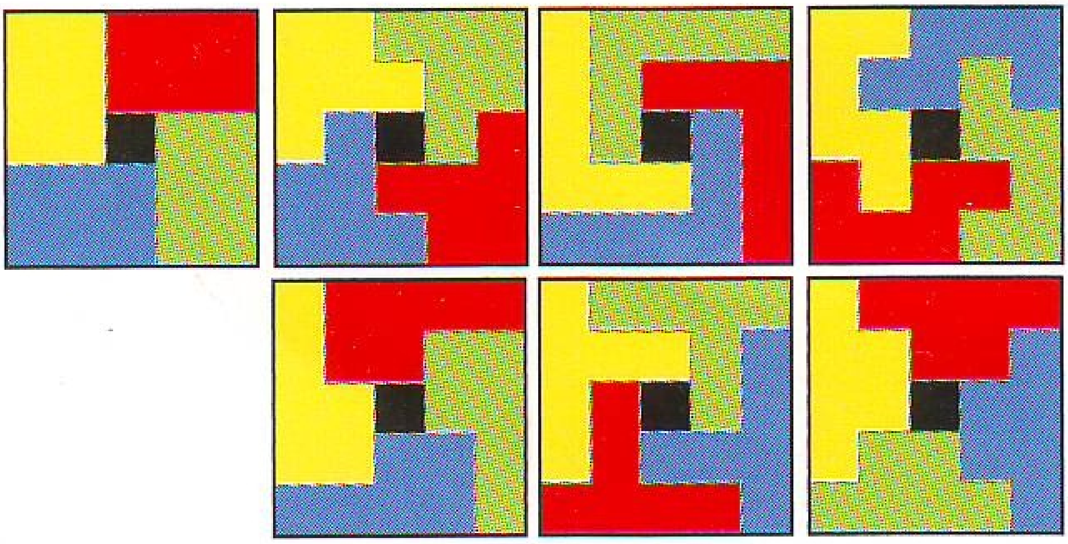
Ein aus fünf mal fünf Kästchen bestehendes Quadrat, in dessen Mitte ein Kästchen fehlt, kann entlang den Rasterlinien in vier deckungsgleiche Flächen zerlegt werden. (Nach dem Entfernen des mittleren Kästchens besteht jede Fläche aus sechs Kästchen.) Für diese Aufgabe gibt es sieben Lösungen.





GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

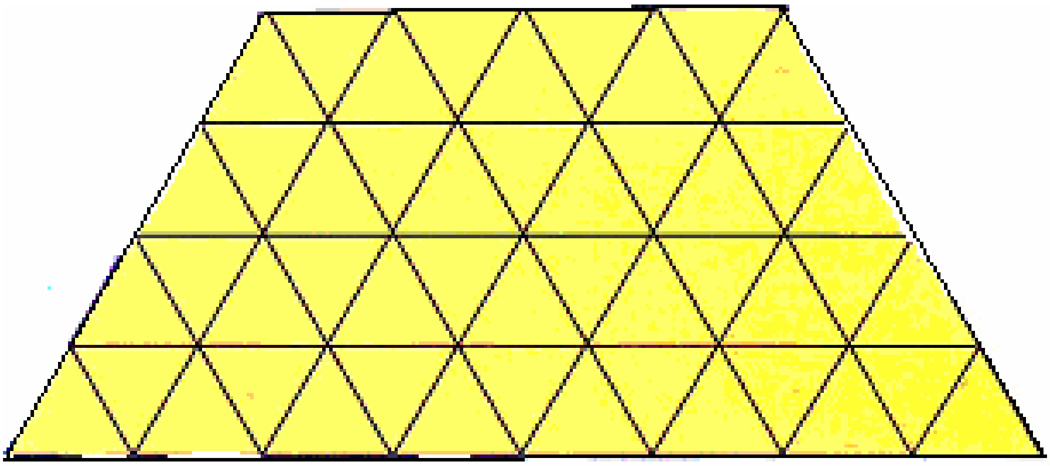
QUADRATE MIT LOCH VIERTELN Lösung



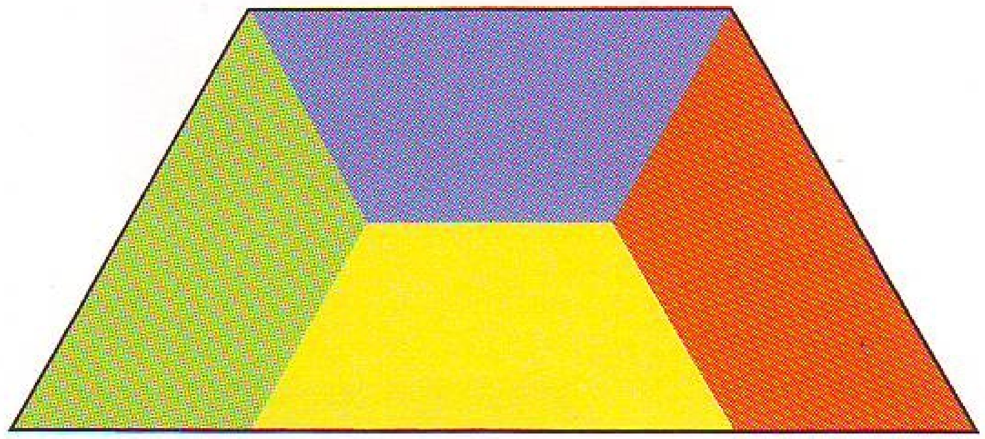
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

FIGUREN VIERTELN

Anna soll dieses Trapez in vier deckungsgleiche Teile zerschneiden. Wissen Sie, wie das geht?



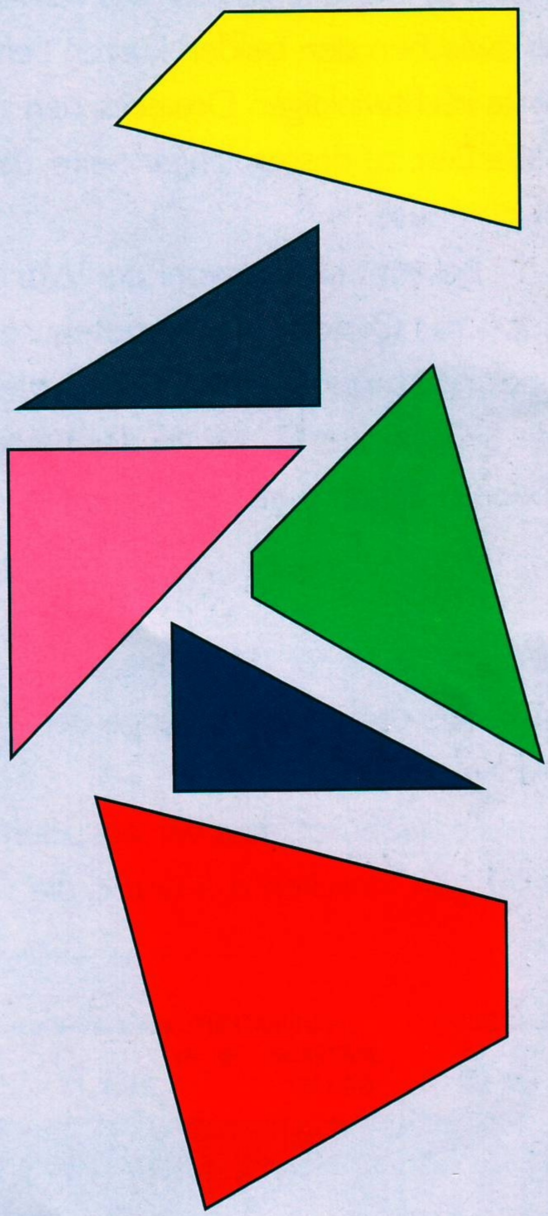
FIGUREN VIERTELN Lösung



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

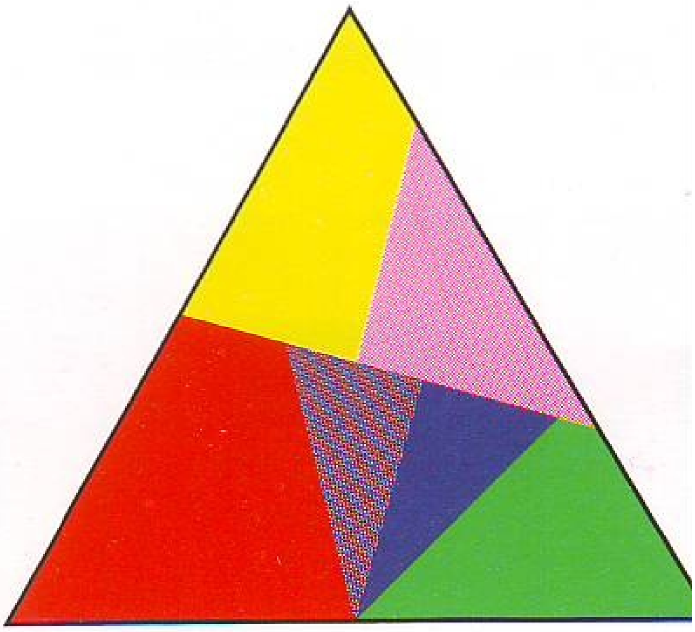
VOM DREIECK ZUM SECHSECK

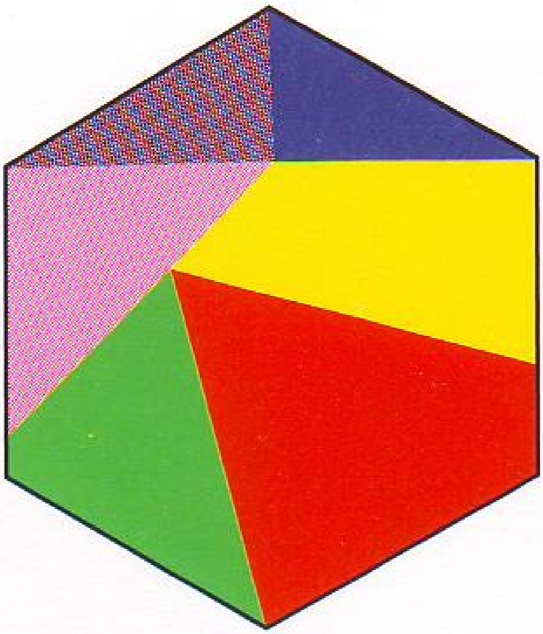
Finden Sie heraus, wie man aus den sechs Teilen ein gleichschenkliges Dreieck legen kann. Können Sie sie auch zu einem Sechseck anordnen?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

VOM DREIECK ZUM SECHSECK Lösung



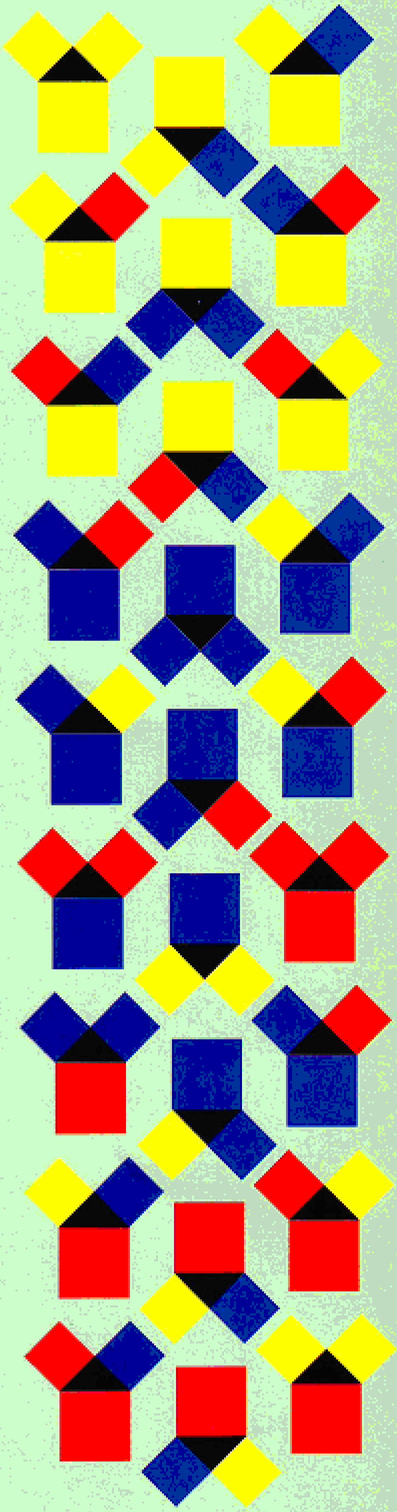


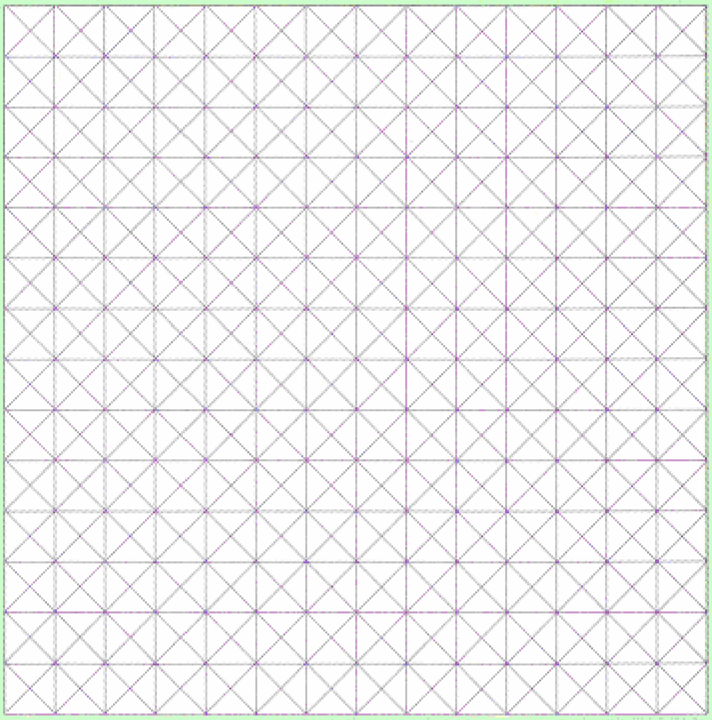
PYTHAGORINO

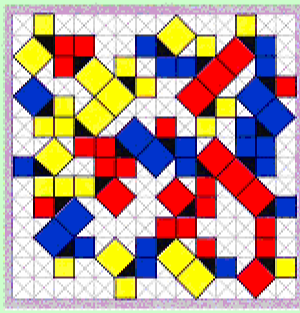
Dieses neuartige Dominospiel für drei Spieler verwendet eine Figur, die auf dem Satz des Pythagoras beruht: ein gleichschenkliges Dreieck mit drei Quadraten über den Seiten. Die 27 pythagoreischen Spielsteine weisen verschiedene Kombinationen der Farben Rot, Blau und Gelb auf.

Die Steine werden nacheinander so auf das Feld gelegt, dass die kleineren Quadrate bündig mit den waagerechten und senkrechten Linien und die größeren Quadrate mit den Diagonalen zum Liegen kommen. Jeder Spieler wählt eine Farbe und legt seine Steine wie beim Domino üblich: Ein Quadrat kann nur an ein Quadrat gleicher Farbe gelegt werden (siehe Beispiel unten). Punkte gibt es für jedes große Quadrat, das mit anderen der gleichen Farbe einen mindestens zwei Quadrate langen Streifen bildet.

Das Spiel endet, wenn keine passenden Teile mehr angelegt werden können. Es gewinnt der Spieler mit der höchsten Punktzahl. Bei Gleichstand siegt derjenige, der seine Punkte mit der geringeren Zahl an Streifen erzielte.







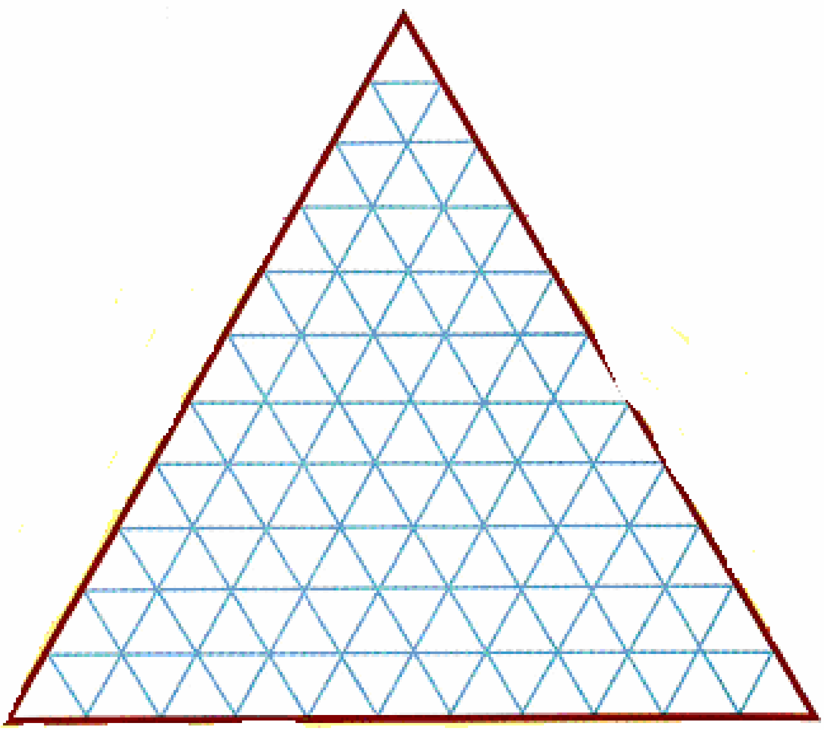
BEISPIEL FÜR EINE PYTHAGORINO-PARTIE

Der Punktestand dieses abgeschlossenen Spiels war: Rot 6, Blau 6 und Gelb 3. Letztendlich siegte Rot, weil die Punkte mit nur zwei Streifen erzielt wurden. Einzelne große Quadrate werden nicht bewertet.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

LOUVRE - PYRAMIDE

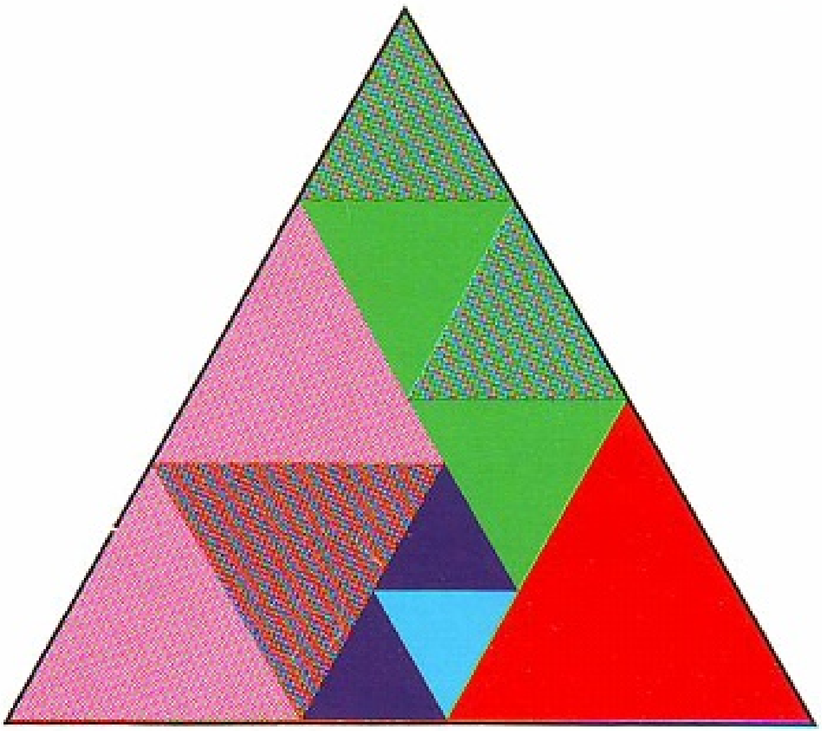
Zerlegen Sie dieses gleichseitige Dreieck mit der Seitenlänge 11 Einheiten mit Hilfe der Rasterlinien in 13 kleinere gleichseitige Dreiecke. Welche Mindestzahl von Teildreiecken ist erforderlich, um die Figur ganz abzudecken?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

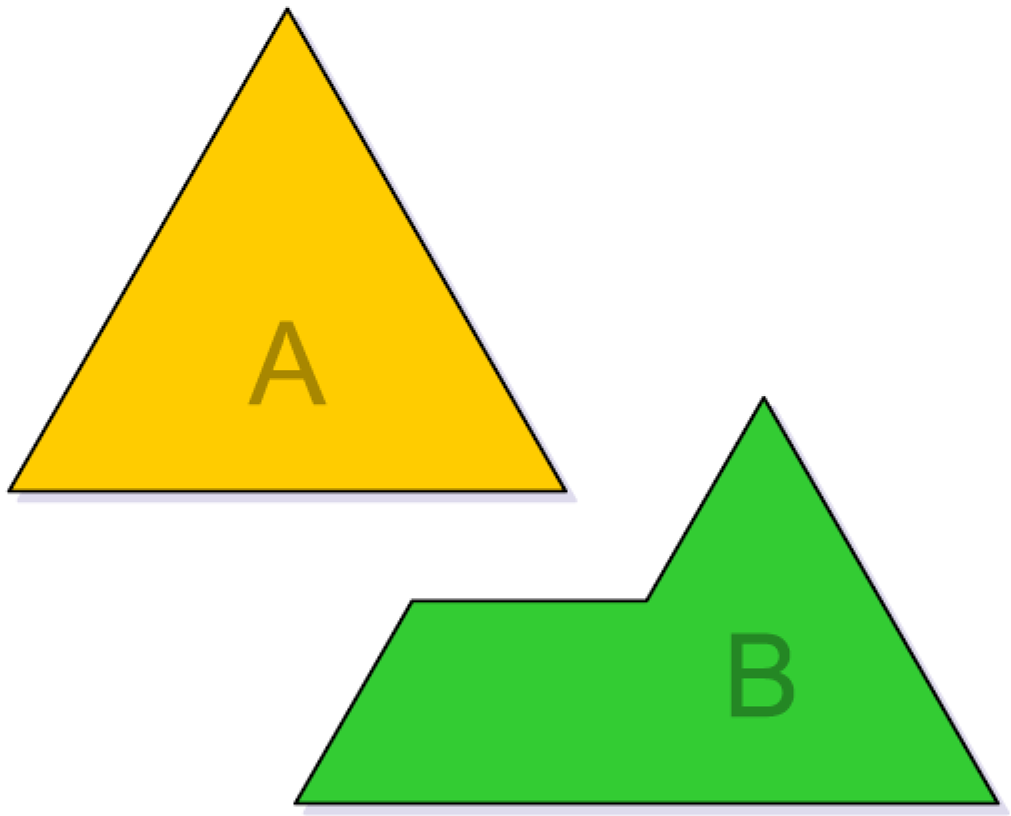
LOUVRE - PYRAMIDE Lösung

Zum vollständigen Abdecken des Dreiecks mit 11 Einheiten braucht man mindestens elf Teildreiecke. Hier eine mögliche Lösung.



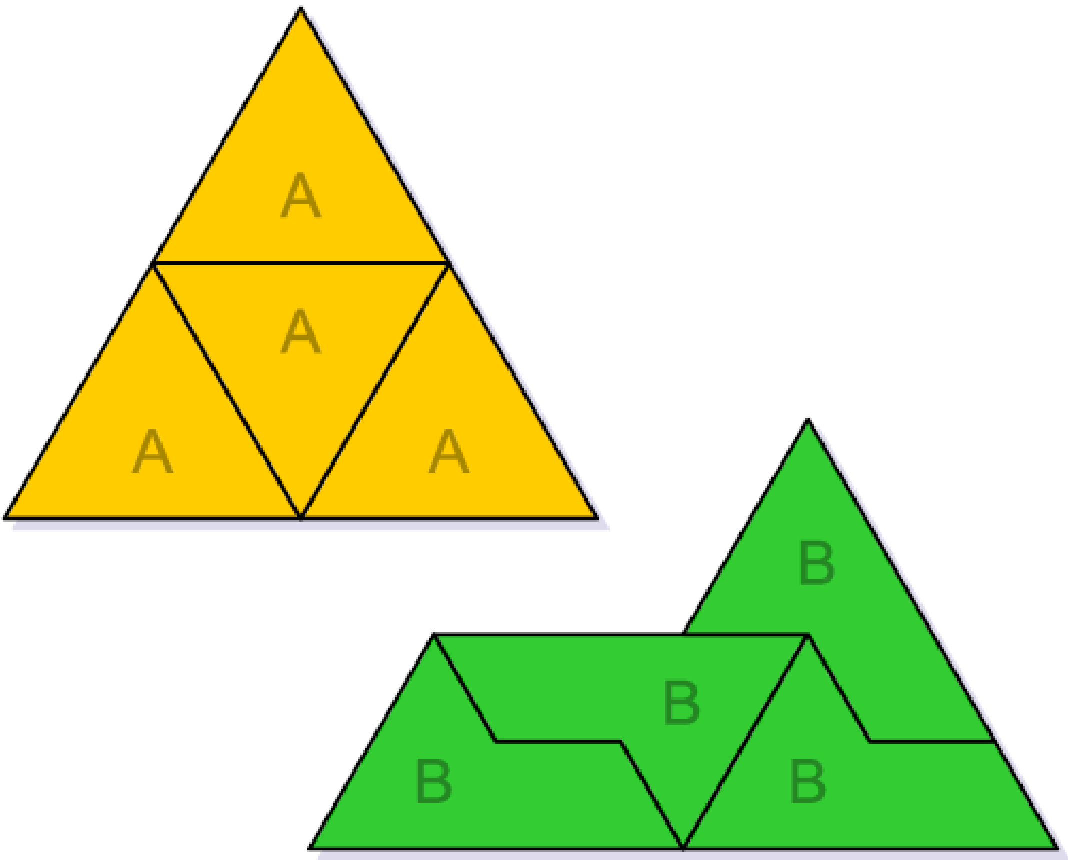
WIEDERHOLUNGSTEILE

Nehme Sie vier mal Teil A und fügen Sie diese vier Teile so zusammen, dass Figur A entsteht, nur größer. Verfahren Sie mit Teil B ebenso.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

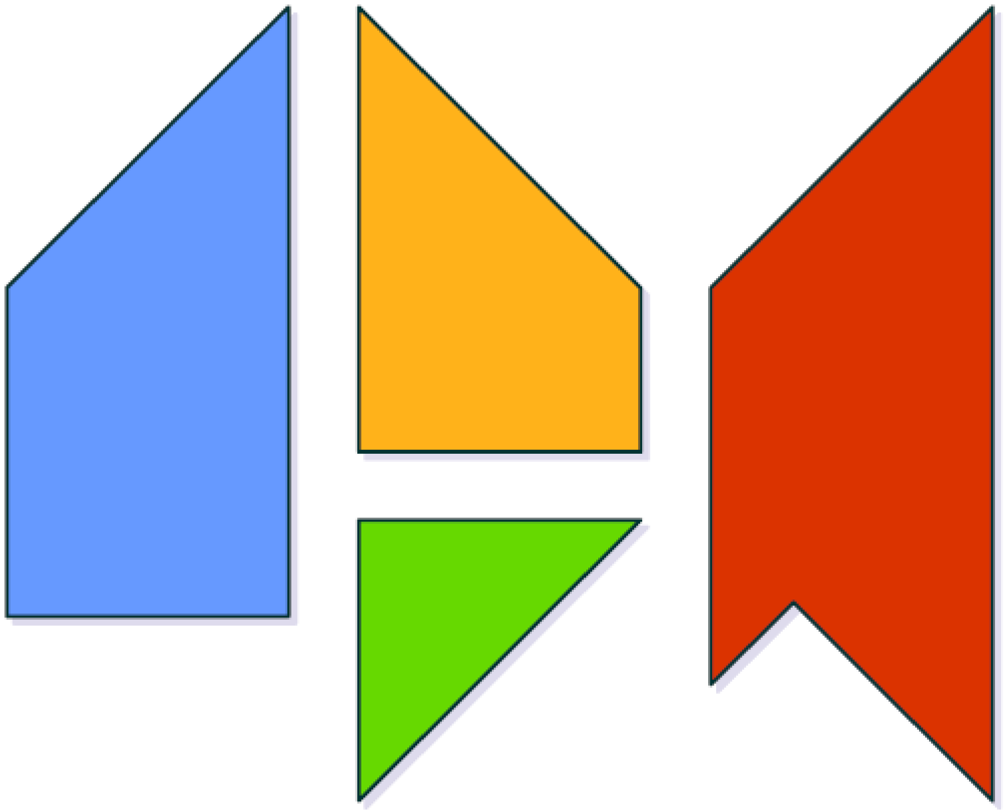
WIEDERHOLUNGSTEILE Lösung



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

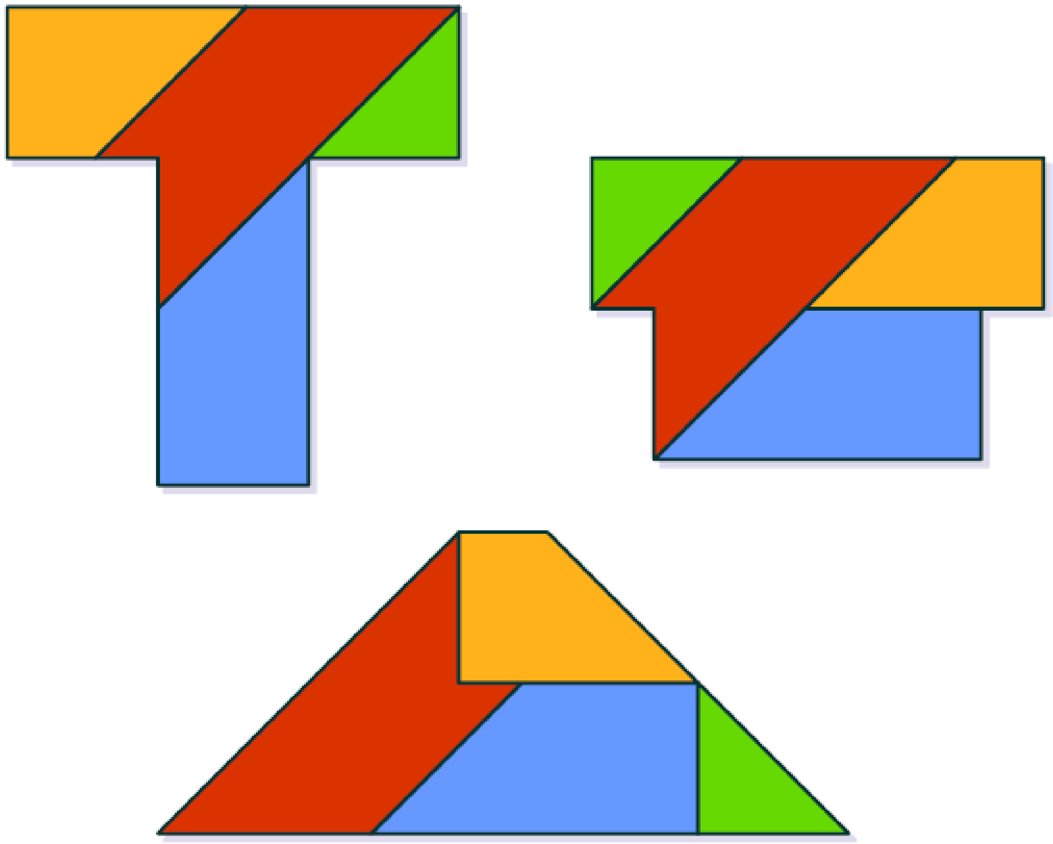
DAS T - BRAINGAME

Dieses Braingame stammt aus dem Beginn des 20. Jahrhunderts und wurde seither oft für Werbezwecke verwendet.
Die Aufgabe ist, aus den gegebenen Teilen ein symmetrisches T zu legen. Sie dürfen die Teile drehen und spiegeln, aber sie dürfen sich nicht überlappen. Tatsächlich gibt es zwei Möglichkeiten. Darüber hinaus kann aus diesen Teilen auch ein gleichschenkeliges Trapez gelegt werden. Finden Sie alle Lösungen?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

DAS T – BRAINGAME Lösung

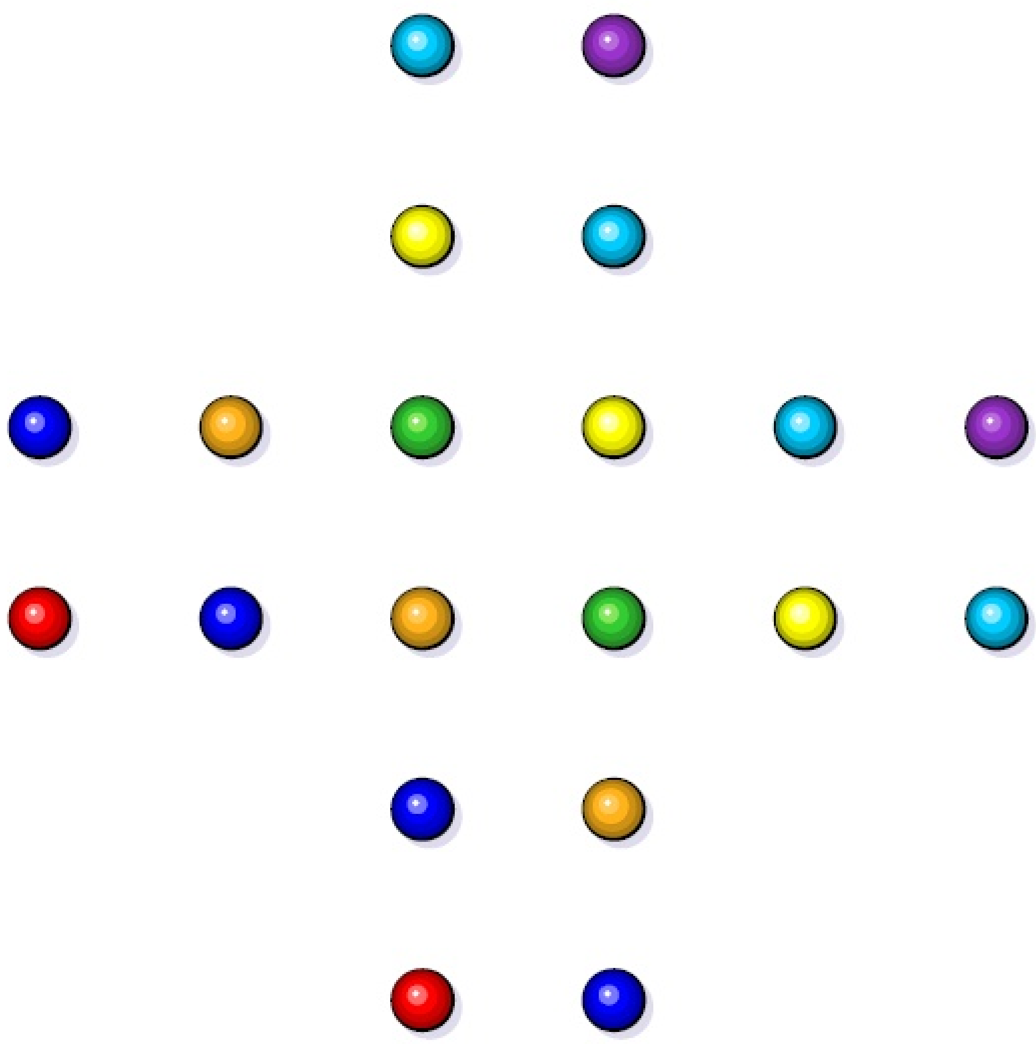


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

WIE VIELE QUADRATE

Braingame1: Zählen Sie alle möglichen Quadrate, die in dem gegeben Punktkreuz versteckt sind.

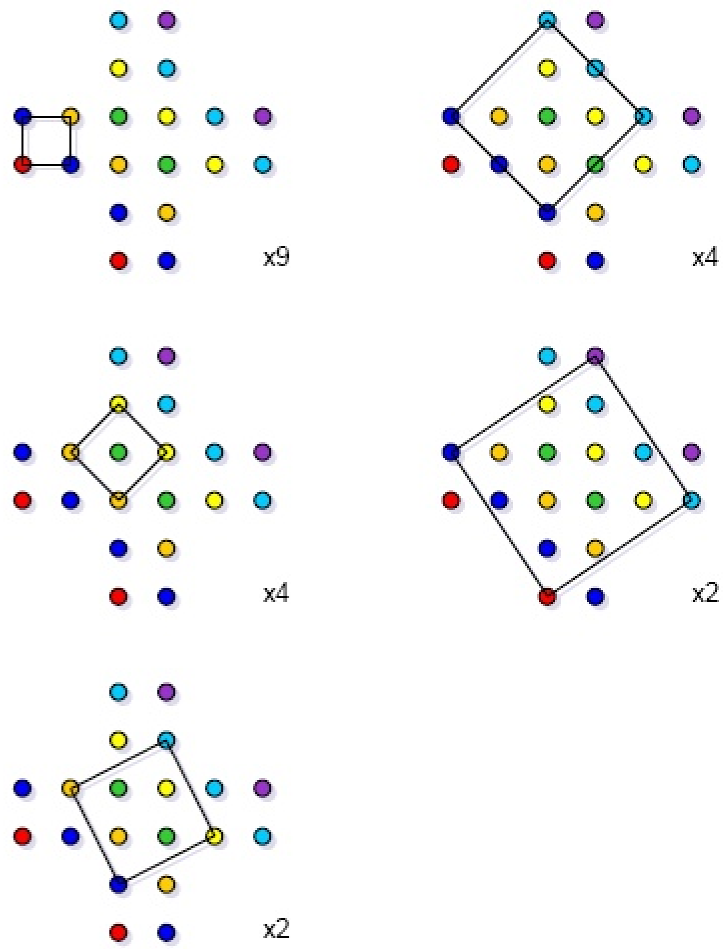
Braingame 2: Entfernen Sie genau 6 Punkte aus dem Kreuz, sodass keine 4 Punkte mehr Eckpunkte eines Quadrates sind.



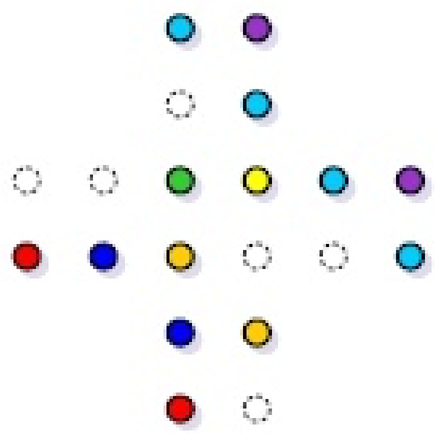
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

WIE VIELE QUADRATE Lösung

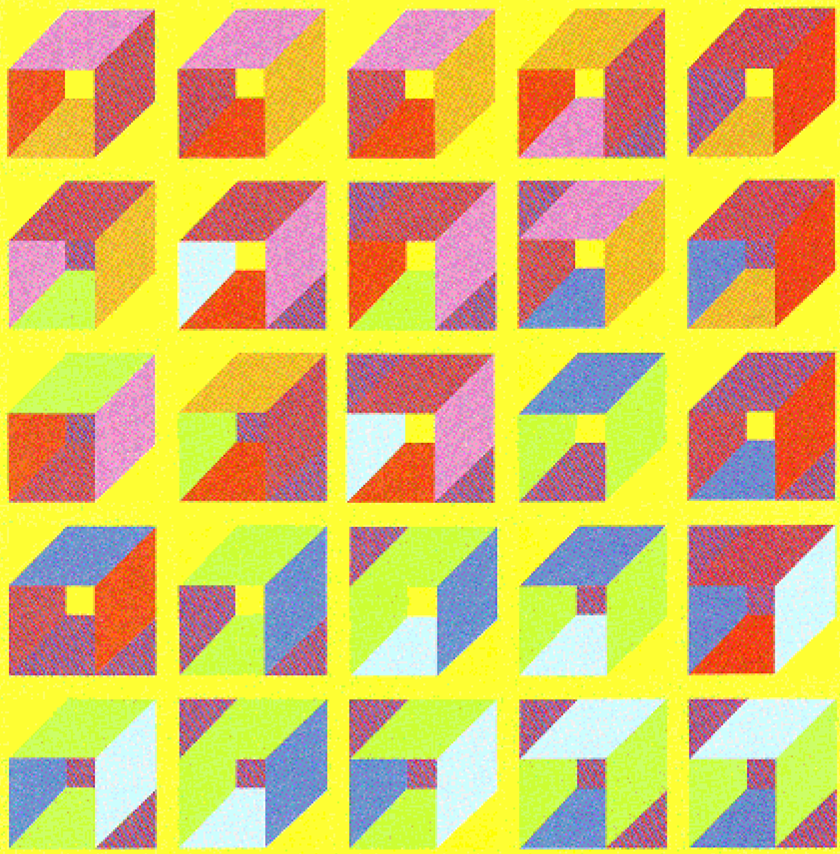
Braingame 1:



Braingame 2:



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

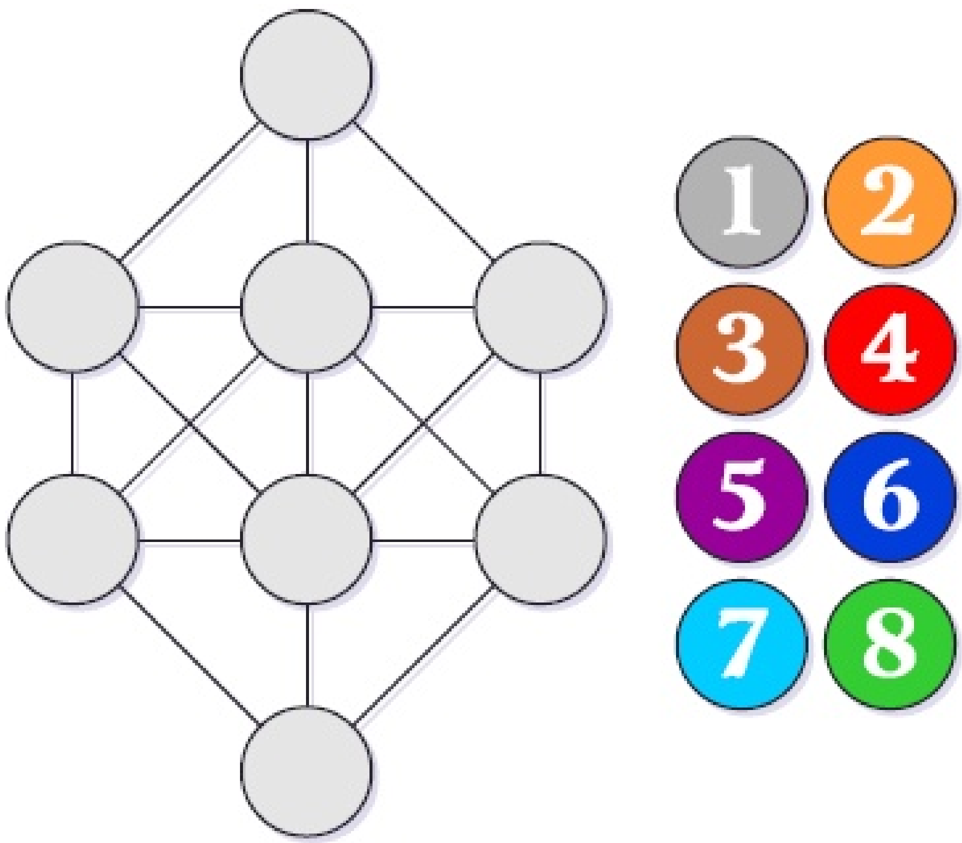


Muster

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

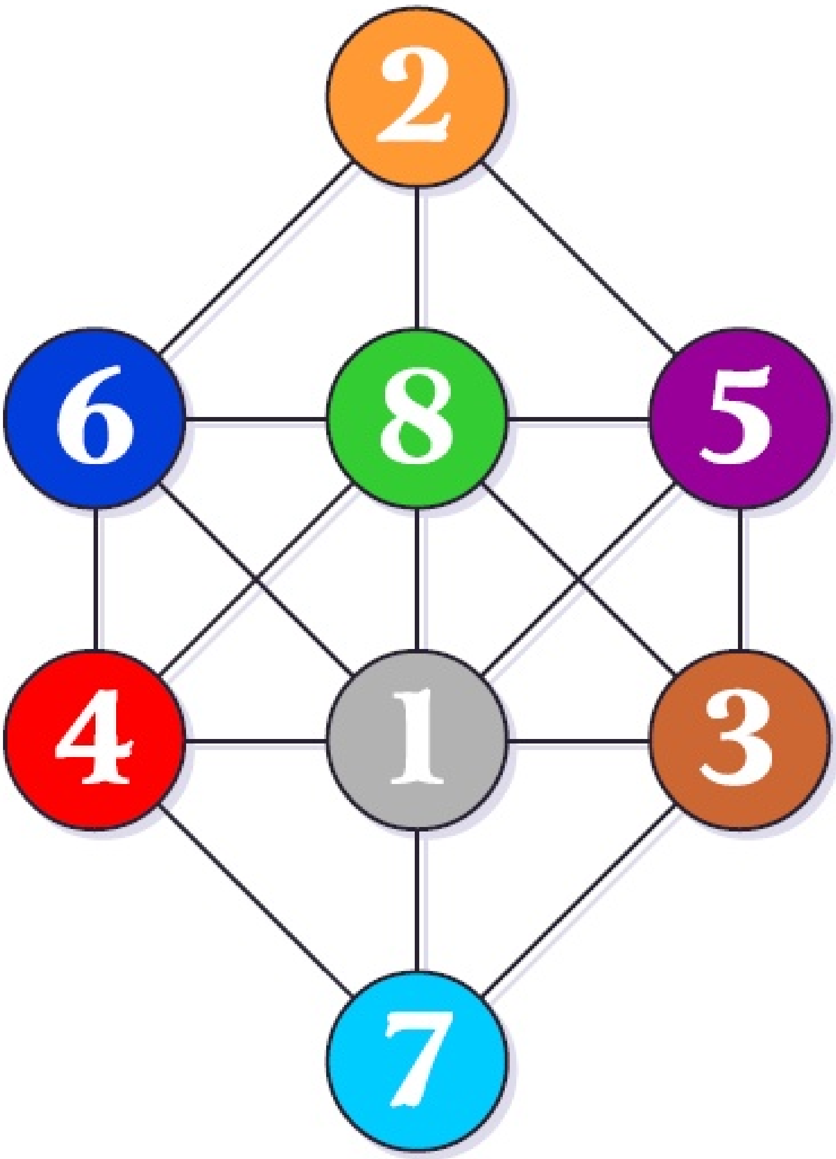
ZIFFERNGITTER

Ordnen Sie die Zahlen von 1 bis 8 so in den leeren Kreisen an, dass Differenz der Zahlen in zwei verbundenen Kreisen stets von 1 verschieden ist. Wenn Sie zum Beispiel die 4 in den obersten Kreis setzen, können Sie weder die 3 noch die 5 in die zweite Kreisreihe setzen, weil alle drei Kreise der zweiten Reihe mit dem obersten Kreis durch eine Linie verbunden sind.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

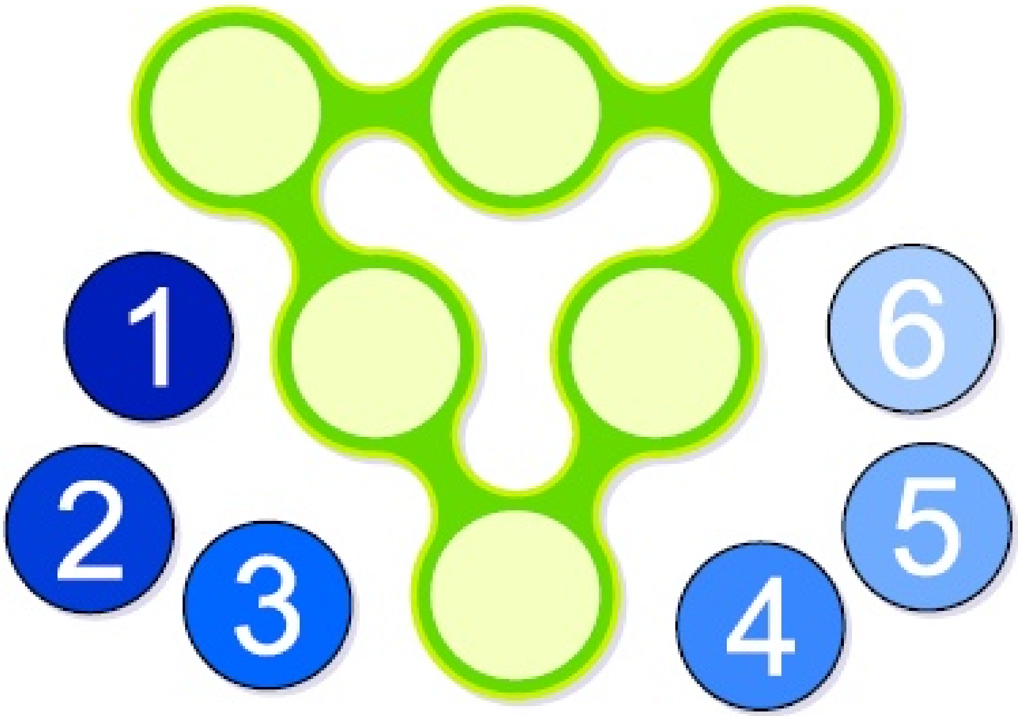
ZIFFERNGITTER Lösung



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

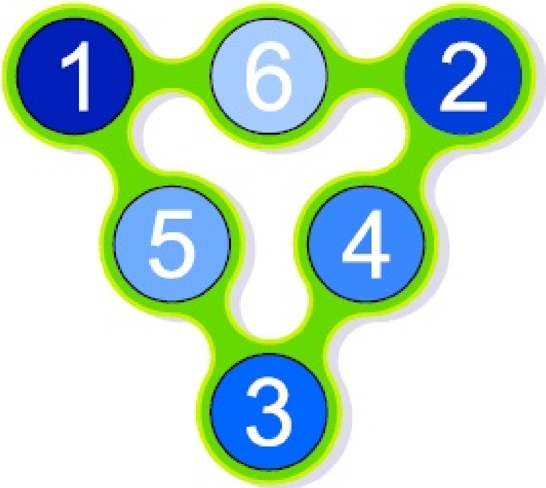
MAGISCHES DREIECK

Platzieren Sie die Zahlen von 1 bis 6 so in den Kreisen des Dreiecks, dass die Summe entlang jeder Seite gleich ist (magische Summe). Es gibt vier verschiedene magische Summen bei diesem Brainsnack, nämlich 9 bis 12, Können Sie alle finden?

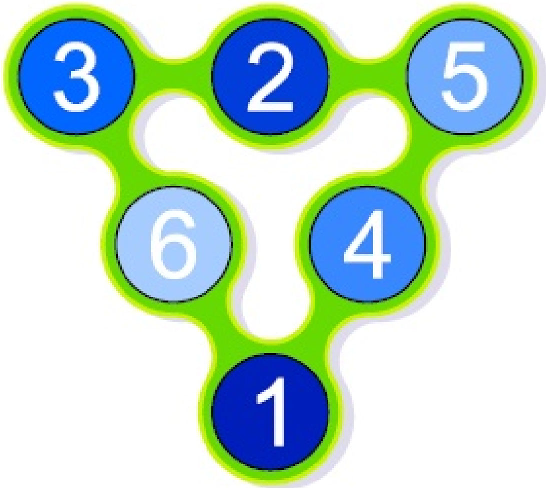


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

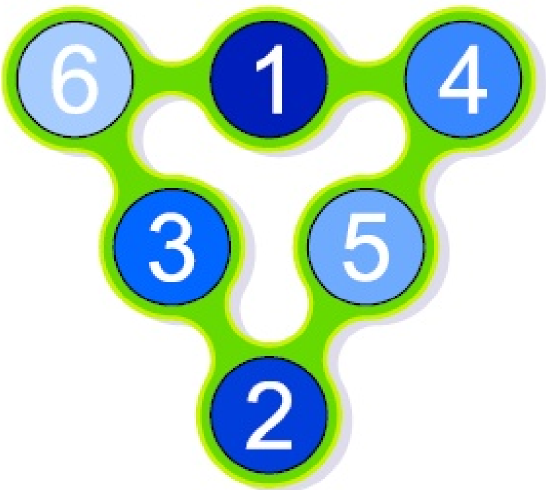
MAGISCHES DREIECK Lösung



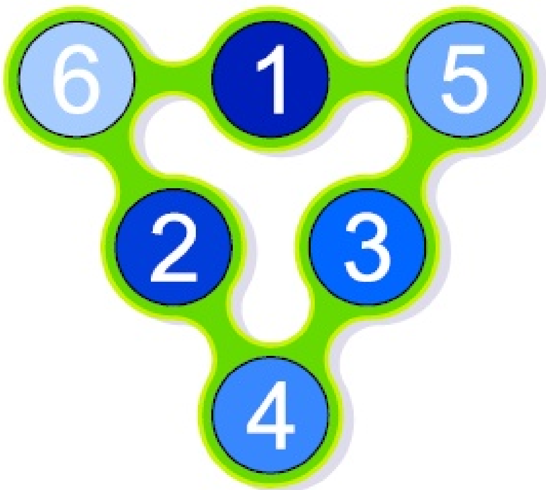
Magic sum 9



Magic sum 10



Magic sum 11



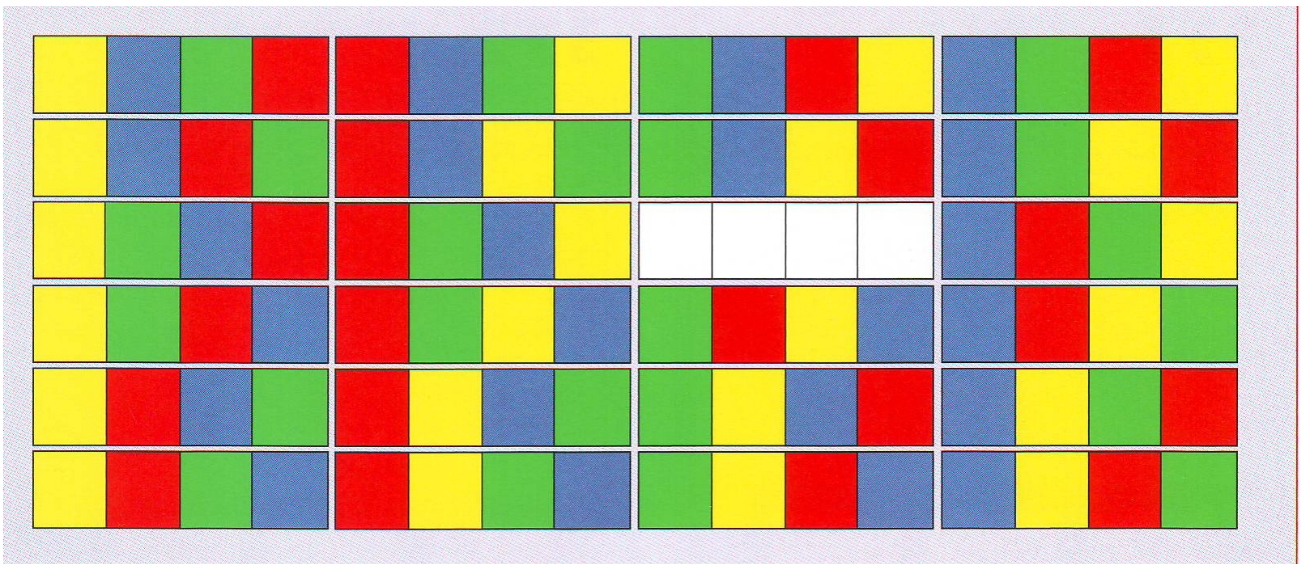
Magic sum 12

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

PERMUTINO

Die farbigen Streifen unten bestehen aus allen möglichen Permutationen von vier Farbfeldern. Ein Streifen fehlt jedoch. Finden Sie die fehlende Farbsequenz heraus?

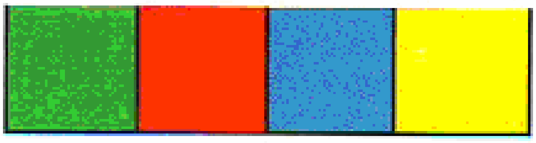
Das Kopieren und Ausschneiden der Streifen bietet die Möglichkeit zu vielen Spielen, wie z.B. zum Permutinospiel (nächster Brainsnack)



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

PERMUTINO Lösung

Schneidet man die Streifen aus, stellt man fest, dass es nur zwölf einzigartige Muster gibt.

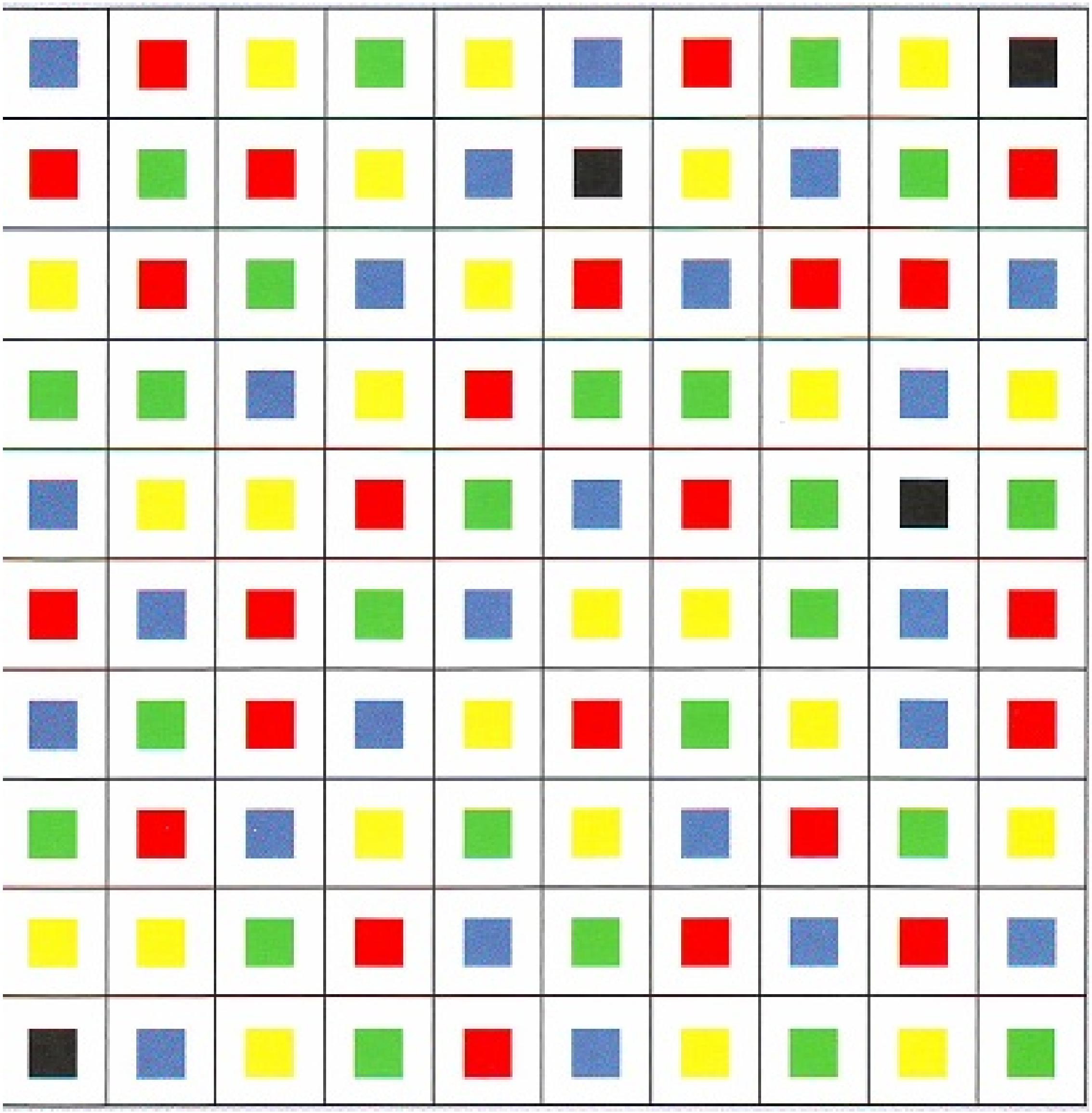


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

PERMUTINOSPIEL

24 vierfarbige Streifen, die für die 24 möglichen Permutationen von Rot, Gelb, Blau und Grün stehen, wurden auf diesem 10 mal 10 großen Gitter platziert. Jedes Feld wurde mit einer Farbe belegt, die vier Leerfelder sind schwarz markiert.
Wie lange brauchen Sie, um die 24 Streifen aus dem vorigen Brainsnack: Permutino deckungsgleich auf das unten vorgegebene Muster zu legen?

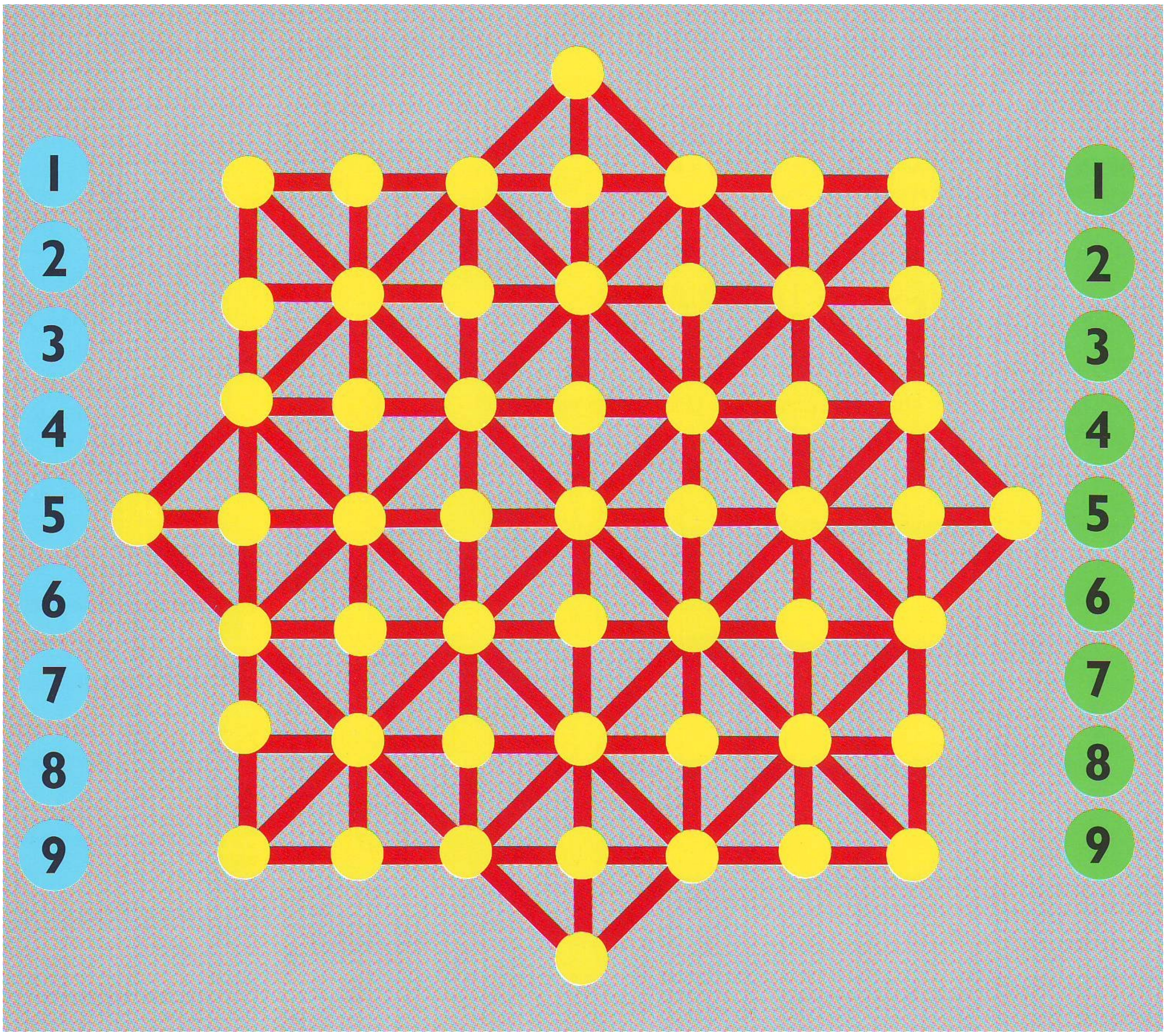
Das Spiel kann auch mit zwei Personen gespielt werden, wobei die Spieler abwechselnd einen Streifen auf das Muster legen. Der letzte Spieler, der einen Streifen erfolgreich auf das Spielbrett gelegt hat, gewinnt.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

MAGISCHE 15

Dieses uralte Spiel basiert auf dem antiken magischen Quadrat. Die Spieler legen ihre nummerierten Spielmarken abwechselnd auf das Spielbrett. Nachdem alle Marken platziert wurden, bewegen die Spieler ihre Marken abwechselnd auf den Gitterlinien zu leeren Nachbarfeldern. Sprünge sind wie beim Damespiel erlaubt, doch darf nur je eine gegnerische Spielmarke übersprungen werden, und das auch nur, wenn sie eine niedrigere Zahl trägt.
Das Ziel ist eine Reihe aus drei Marken zu bilden, deren Summe 15 ist. Mindestens zwei der drei Marken sollten die Farbe des jeweiligen Spielers haben. Wurde eine Reihe mit der Summe 15 gebildet, dürfen diese Marken für den Rest des Spieles nicht mehr bewegt werden. Der Spieler mit den meisten Reihen gewinnt.



CLOWNSPASS

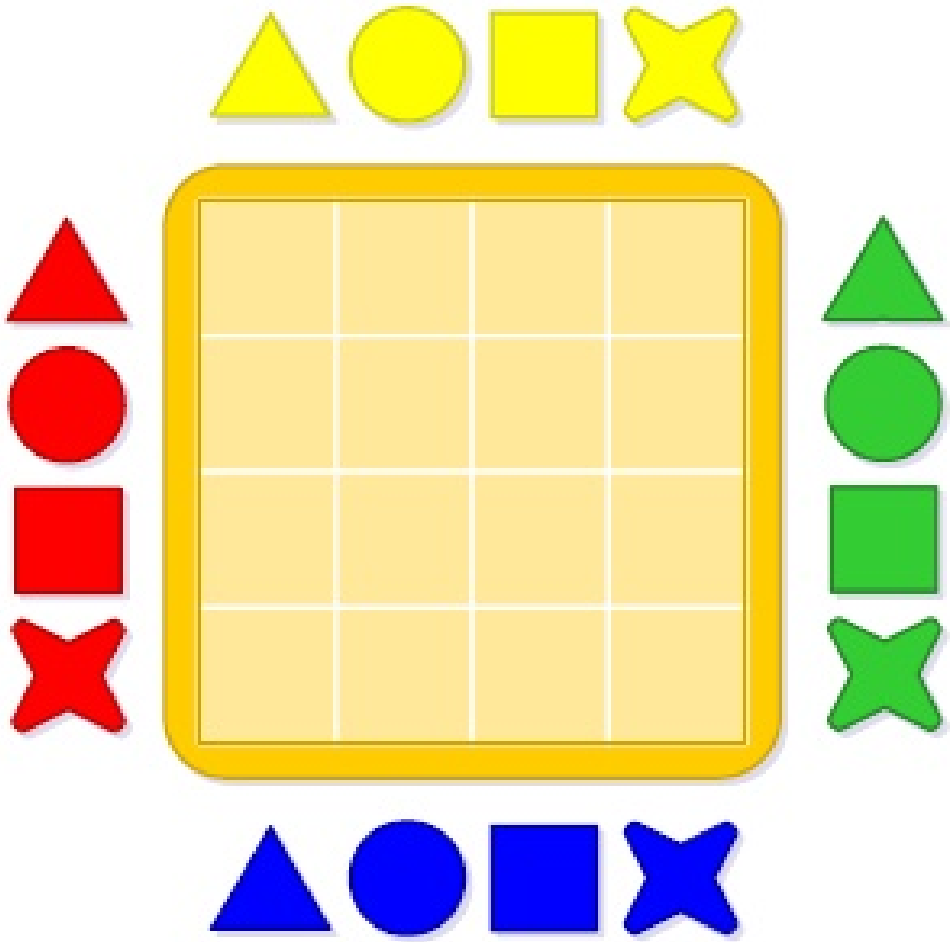
Wie viele verschiedene Clowns sehen Sie in diesem 4 mal 4 Felder großen Gitter aus 16 Quadraten? Sind alle Clowns gleich oft abgebildet, oder erscheinen einige Clowns öfter als andere? Wie viele vollständige Clowns sind zu sehen? Wie viele Clowns können in einer beliebigen Anordnung mit 4 mal 4 Feldern vollständig gezeigt werden?

Sie können die Quadrate kopieren und ausschneiden, um daraus sowohl ein Solitär- als auch ein Gesellschaftsspiel zu machen.

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

FORM UND FARBE

Platzieren Sie alle 16 Teile in dem 4 mal 4 Feld so, dass in keiner Reihe und Spalte und keiner Hauptdiagonale zwei Teile vorkommen, die gleiche Form oder gleiche Farbe haben.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

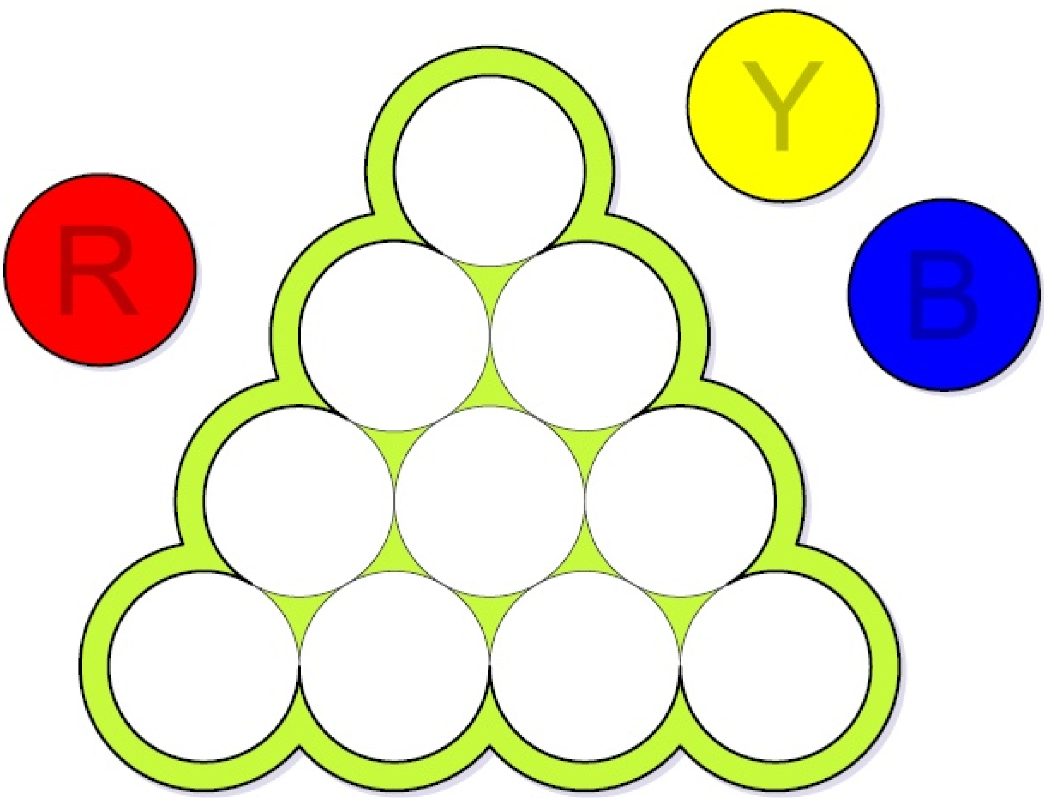
FORM UND FARBE

Lösung

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

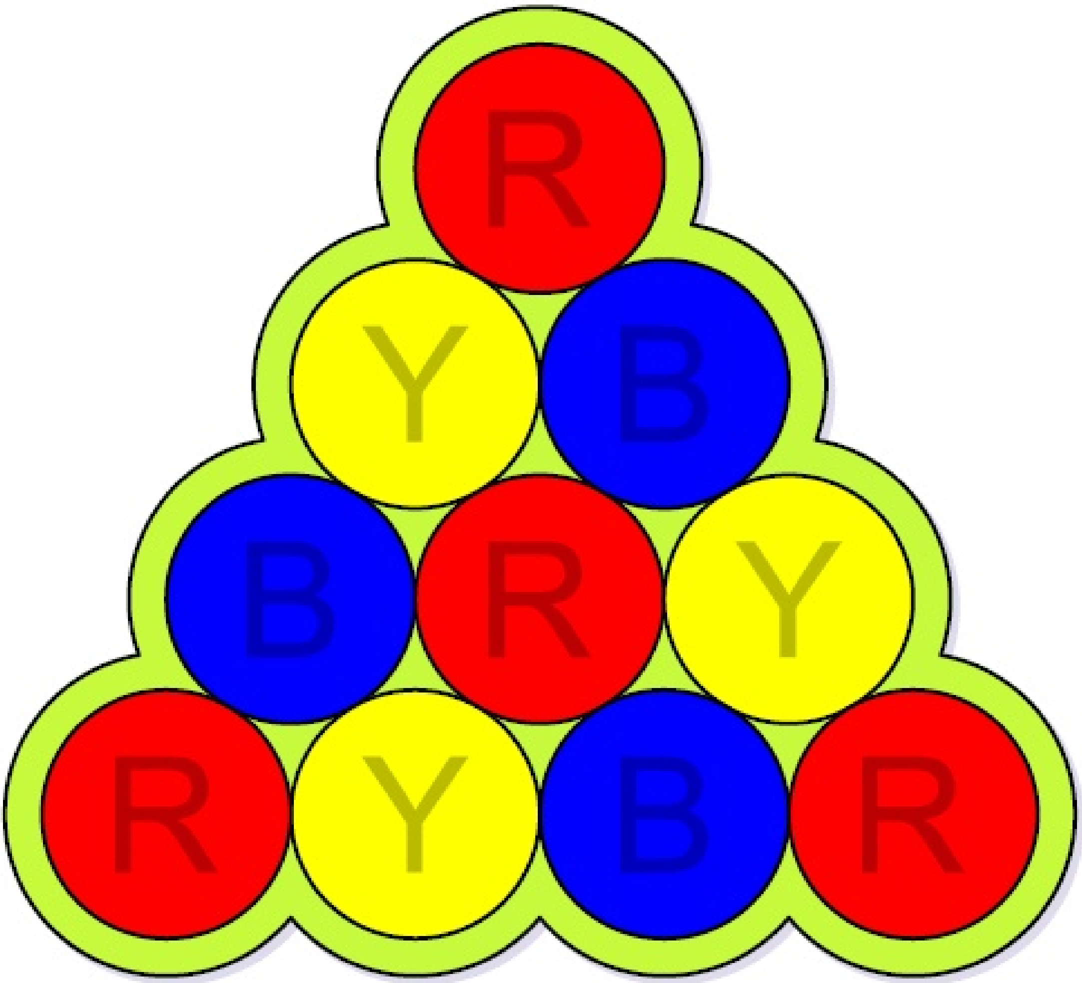
FÄRBE DAS DREIECK

Füllen Sie das Dreieck mit roten, gelben und blauen Scheiben so, dass sich keine Scheiben gleicher Farbe berühren.



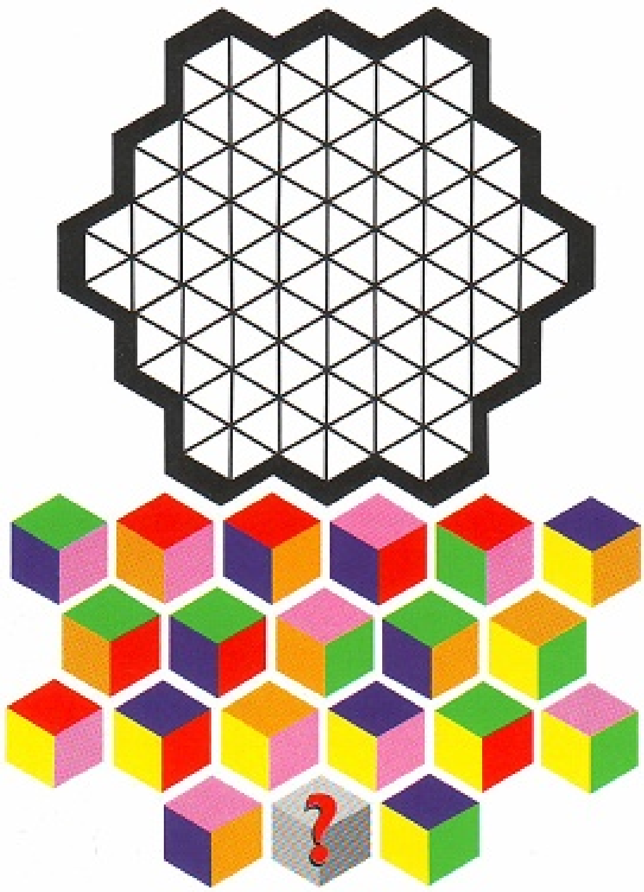
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

FÄRBE DAS DREIECK **Lösung**

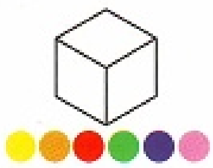


GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

SECHSECKFELDER



Jedes der hier dargestellten Sechsecke ist in drei Felder unterteilt. Sie sind mit einer von sechs Farben ausgefüllt, und kein Sechseck darf zwei Felder in der gleichen Farbe haben. Unter Einhaltung dieser Regel gibt es 20 mögliche Sechsecke (Drehungen und Spiegelungen werden nicht mitgezählt).

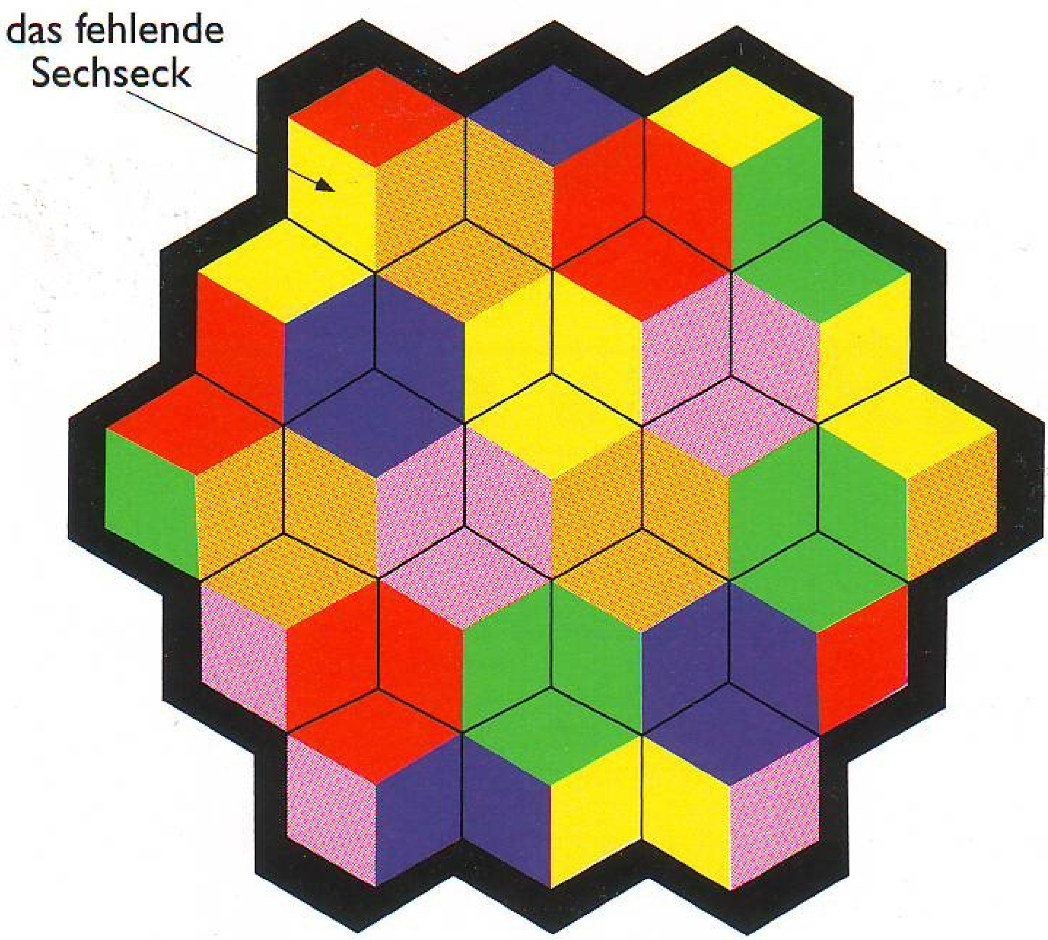


19 Sechsecke sind vorgegeben. Welche Farben hat das fehlende Sechseck?

Können Sie die 20 Sechsecke so in das Gitter einfügen, dass sich jeweils nur Seiten der gleichen Farbe berühren?

GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

SECHSECKFELDER Lösung

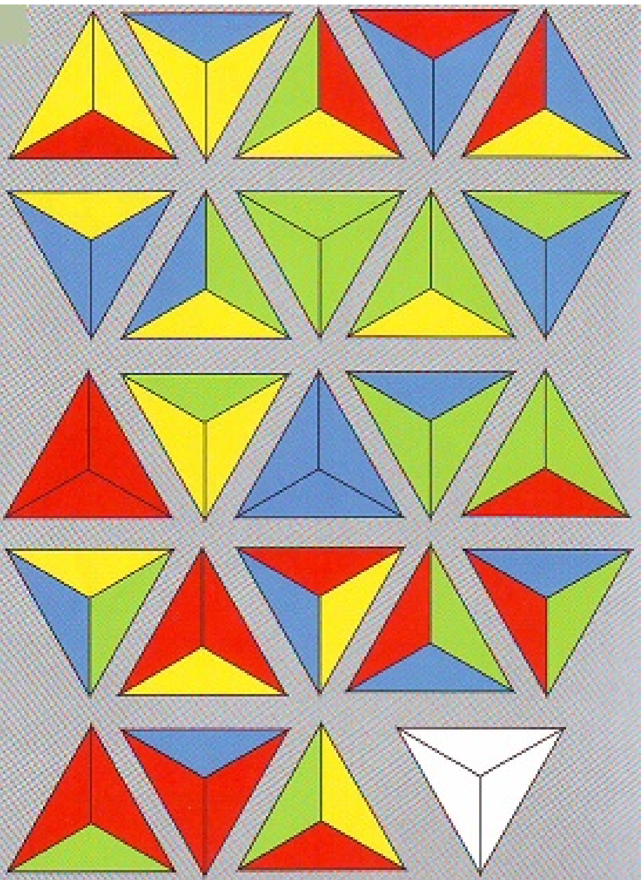


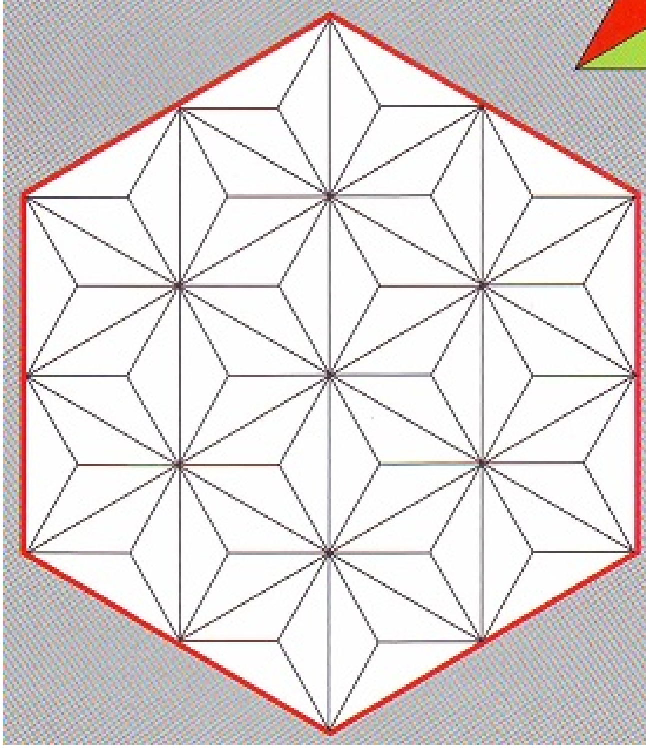
GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

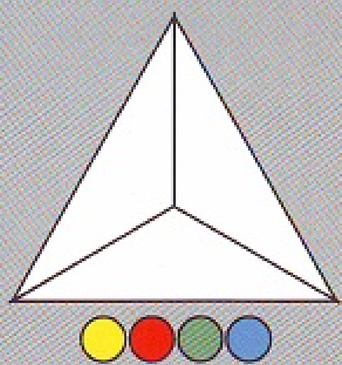
FARBDREIECKE

Für dreigeteilte Dreiecke aus vier möglichen Farben gibt es insgesamt 24 Anordnungen. 23 Farbkombinationen sind bereits vorgegeben. Finden Sie die richtige Anordnung für das letzte Dreieck?

Können Sie außerdem alle 24 Dreiecke so in das Sechseck einfügen, dass die farbigen Kanten jedes Dreiecks jeweils eine andere Kante derselben Farbe berühren?

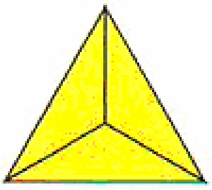


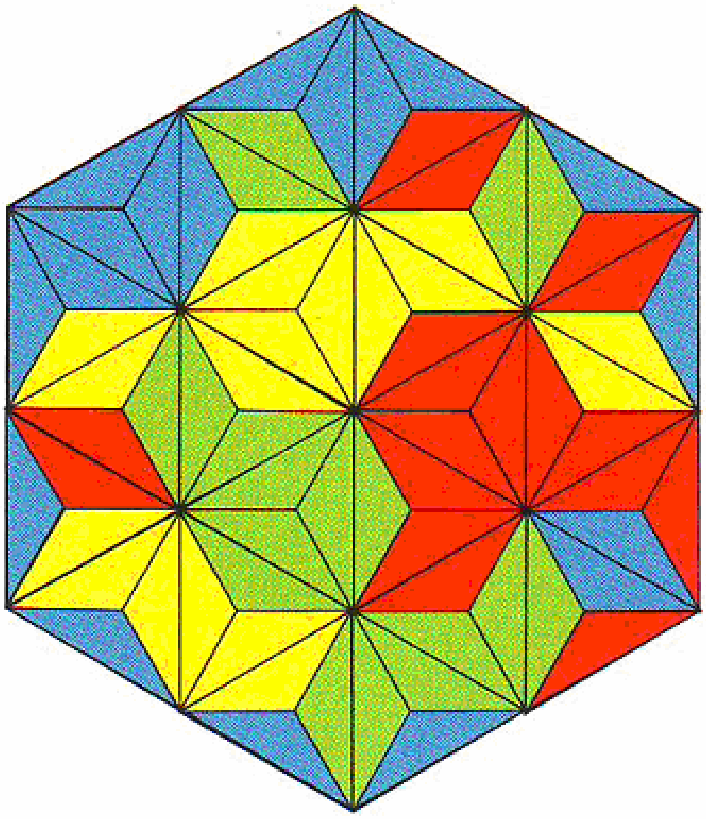




FARBDREIECKE Lösung

Das fehlende Dreieck ist in allen drei Segmenten gelb.

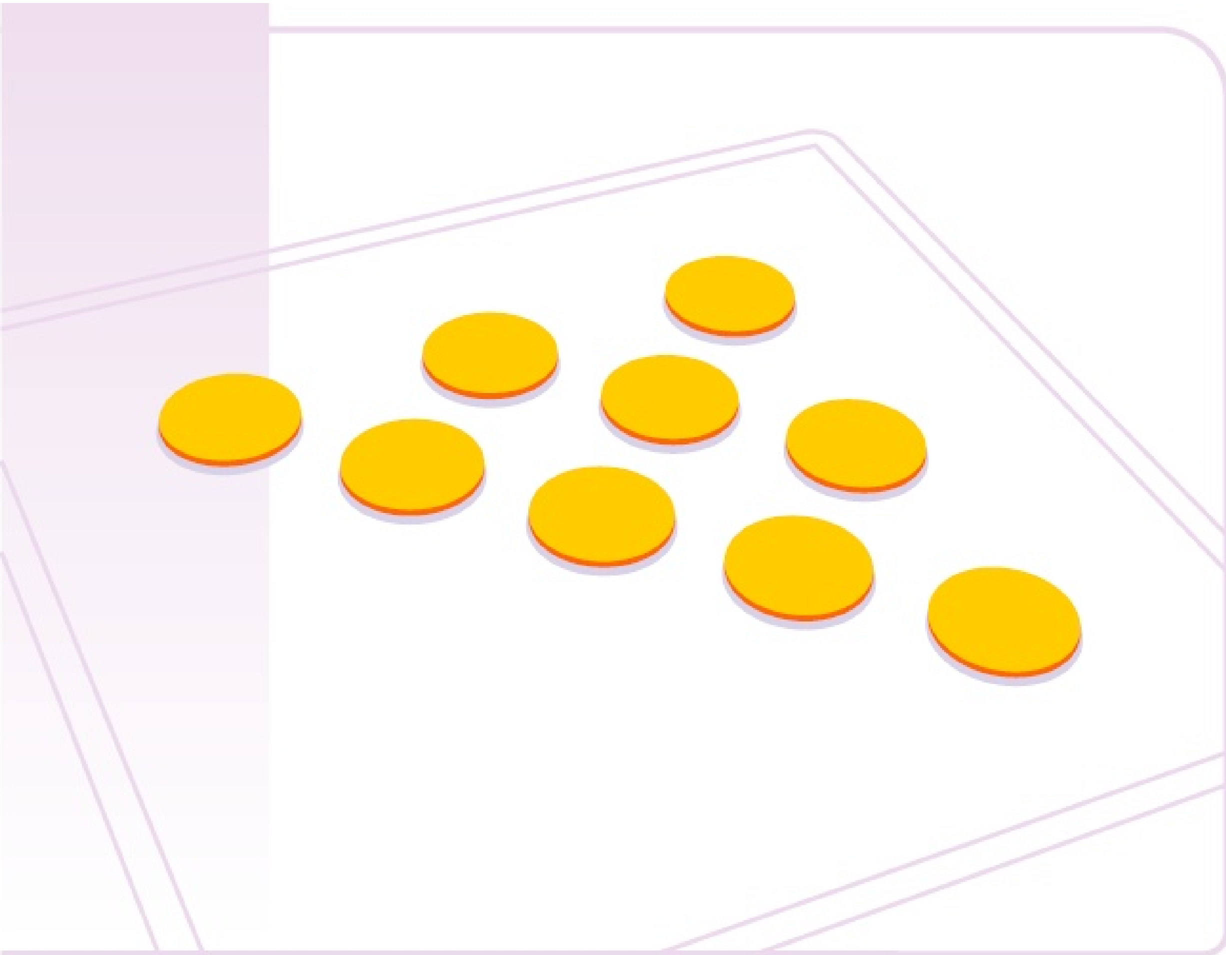




GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

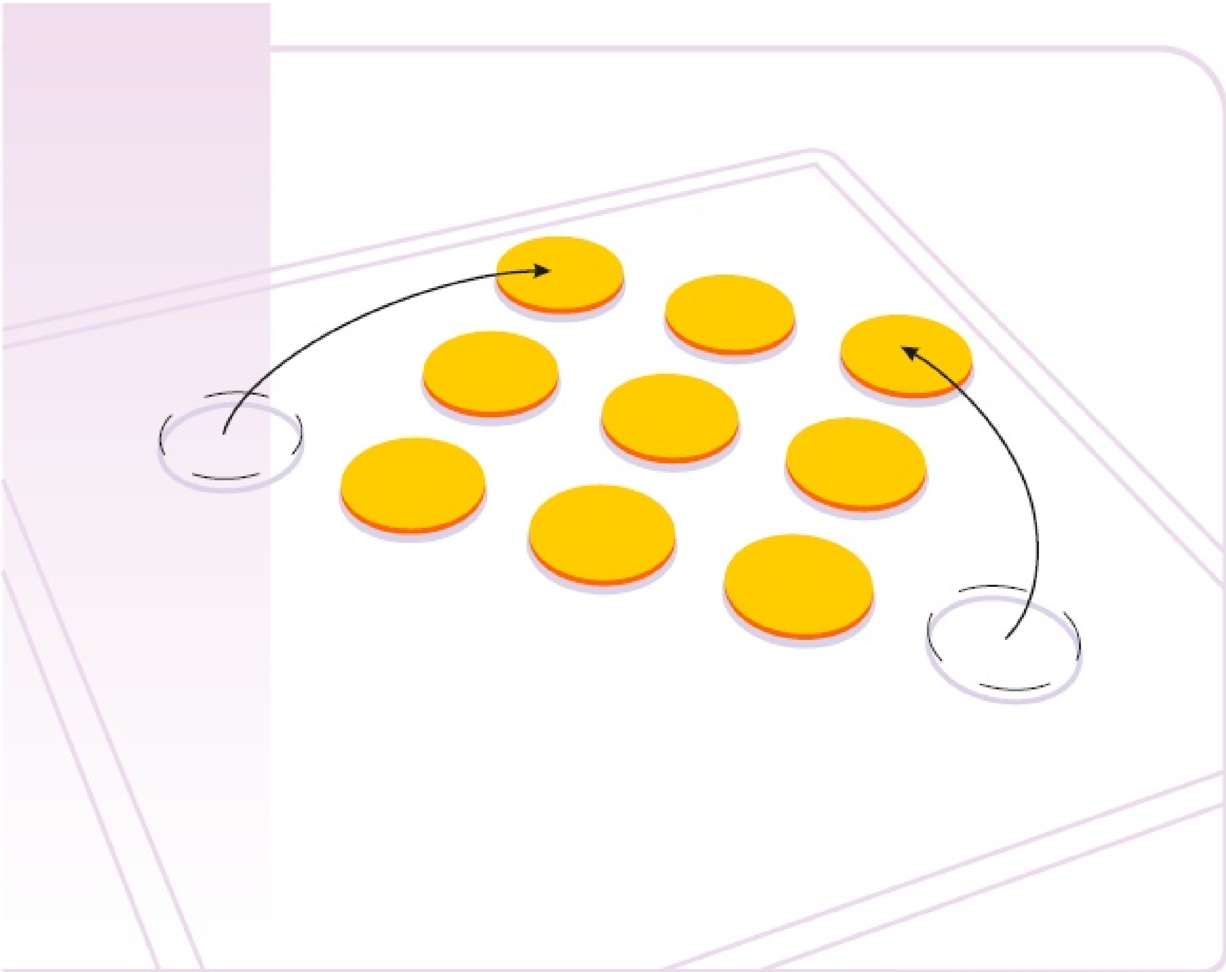
Münzendreieck

Verwandeln Sie das Dreieck in ein Quadrat, indem Sie möglichst wenige Münzen verschieben.



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

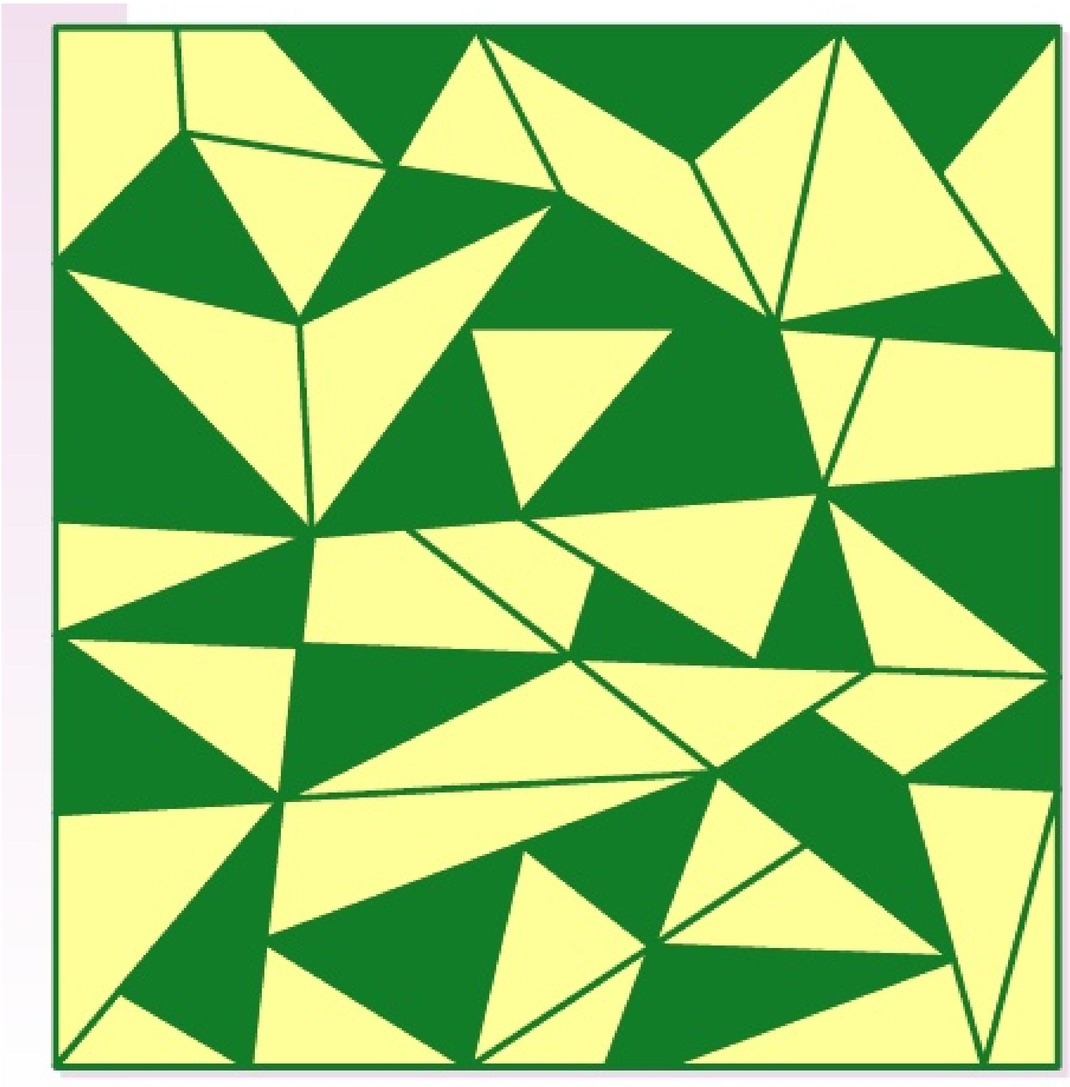
MÜNZENDREIECK



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

DER VERLORENE STERN

In der Abbildung befindet sich ein regelmäßiger Stern. Können Sie ihn finden?



GEOMETRISCHE BRAINSNACKS

DER VERLORENE STERN Lösung