

Die Sensation des Sommers 2017



Internetquellen

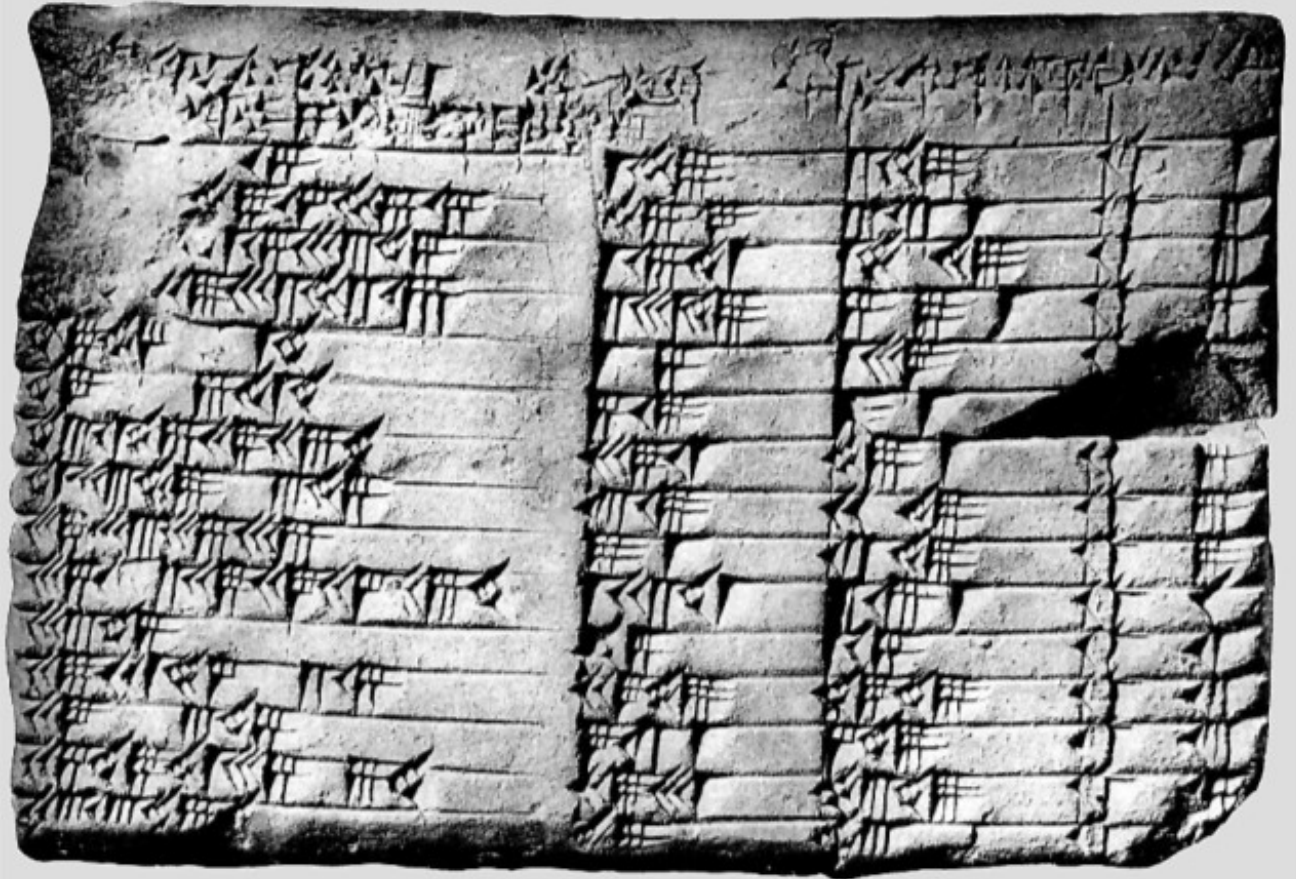
- Originalarbeit
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086017300691#tbl0160>
- <https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/mathhist/plimprnote.html>
- <https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/news/monthly105-120.pdf>

Die Plimpton Tafeln

- Objekt Nr. 322 der G.A. Plimpton Collection der Columbia University
- Zwischen 1800 v. Chr. und 1650 v. Chr. entstanden
- Zahlen-Tabelle mit vier Spalten und 15 Zeilen
- mit pythagoreischen Tripeln (Otto Neugebauer, 1945)
- die Babylonier kannten bereits 1000 Jahre vor Pythagoras den Satz
- außerdem hatten sie bedeutende Kenntnisse der Algebra (Gleichungen)

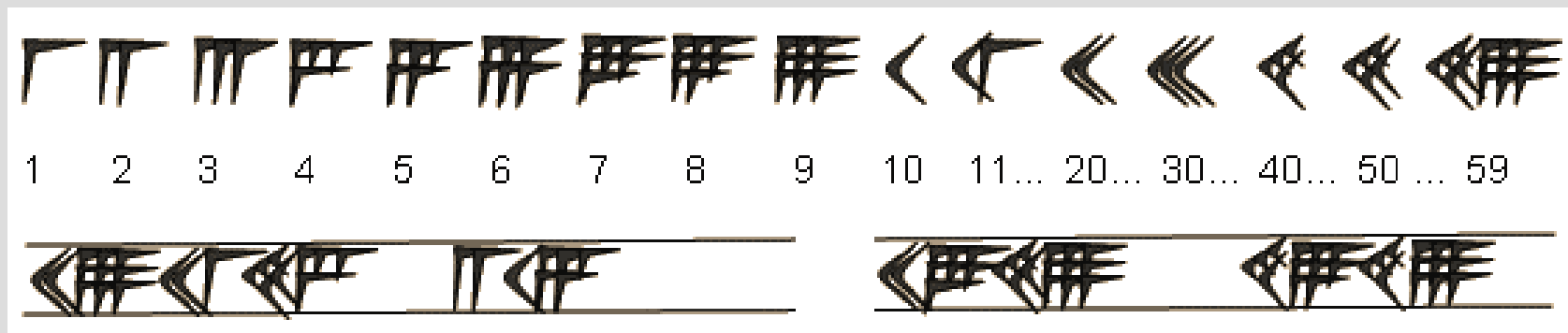
Die Tafel

- Tontafe, teilw. gebrochen
- 13x9x2cm
- Zahlen im 60er-System (sexagesimal), von rechts nach links
- linke Spalte ev. unvollständig



Die Zahlen im Original

- Zahlen im Babylonischen System
- zwei Typen von Zeichen: Citroën-Winkel für 10, großes Gamma für 1, bei Bedarf mehrfach
- z.B. Zeile 12 sexadezimal
- und dezimal



Schreibung der Zahlen

- **Ziffern(!!)**: 0(an sich unbekannt, leerer Platz), **1,2,3, ... 59** (Zahlzeichen s.o.); eine Zahl z.B.
- **a, b, c ; d, e**
- Wert:
$$a*60^2 + b*60^1 + c*60^0 + d * 60^{-1} + e * 60^{-2}$$
- heute übliche Trennzeichen der Ziffern also
, und **;**=Komma

Umrechnung dezimal \Leftrightarrow sexadezimal

- **ganze Zahl:**
fortlaufende Division durch die höchste passende 60er-Potenz. Verfahren bricht ab.
- der ganze Anteil ergibt die nächste Ziffer,
- der Rest noch einmal gleich weiterbehandelt.
- **Beispiel 20.000:**
 $20000 : 3600 = 5, 2000 \text{ Rest,}$
 $2000 : 60 = 33, 20 \text{ Rest}$
 $20 : 1 = 20, 0 \text{ Rest}$
Ergebnis: **5,33,20**

Umrechnung dezimal \Leftrightarrow sexadezimal

- Echte Dezimalzahl:
fortlaufende Multiplikation mit 60
- der ganze Anteil ergibt die nächste Ziffer,
- der Rest noch einmal gleich weiterbehandelt.
- Beispiel 0.108:

$$0.108 * 60 = \mathbf{6}.48$$

$$0.48 * 60 = \mathbf{28}.8$$

$$0.8 * 60 = \mathbf{48}$$

Ergebnis: $\mathbf{0;6,28,48}$

Arithmetik: Quadrate

- Es gab weilers Tabellen mit Quadraten:

x	1, 20=80	1, 19	5, 20, 00=19200
x²	1, 46, 40	1, 44, 01	28, 26, 40, 00, 00

- Wurzeln wurden mit dem Verfahren von Heron berechnet:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2} \rightarrow \sqrt{a}$$

Arithmetik: Reziprokwerte

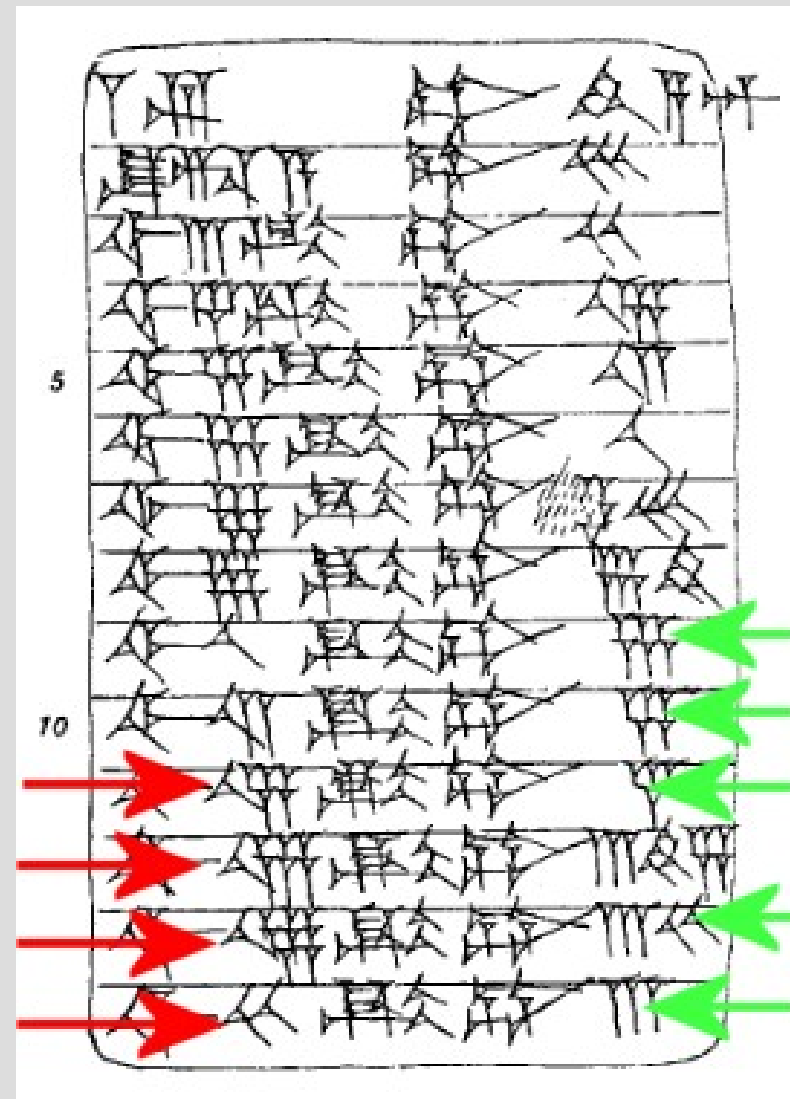
- Reziproke x und $1/x$ regulärer Zahlen wurden tabelliert, Ausschnitt:

x	2	3	4	16
1/x	0;30	0;20	0;15	0;3,45=3/60+45/3600

- einmal gefundene Werte wurden ergänzt durch verdoppeln/ halbieren:
 $(2;05;28,48) = (2 + 5/60, 28/60 + 48/3600)$ ergibt z.B.
 $(4;10;14,24)$ usw.
- teilweise bis zu hohen Zahlen

Reziprokentafeln

x	1/x
2	0;30
3	0;20
4	0;15
5	0;12
6	0;10
8	0;7,30
9	0;6,40
10	0;6
12	0;5
15	0;4
16	0;3,45
18	0;3,20
20	0;3



Arithmetik: Multiplizieren

- Addition und Subtraktion sind eher problemlos
- Für die Multiplikation benützte man die Quadrat- bzw. Viertelquadrattabellen:

$$a*b = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$

- Für die Division verwendete man die Kehrwerttabellen, exakte Werte erhielt man nur für reguläre Divisoren

Zahlentheorie 1

- **Reguläre Zahlen** zur Basis 60: nur Primteiler 2,3,5
- die ersten sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 36, 40, 45, 50, 54, 60, 72, 75, 90, 100, 108, 120, 125, ...
Regulär zur Basis 10: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64, 80, 100, 125, 128, ...
- ihre Kehrwerte sind endlich
- **Pythagoräische Tripel** a, b, c :
$$a^2 + b^2 = c^2$$
- **Primitive Tripel:** Zahlen teilerfremd

Zahlentheorie 2

- Parameterdarstellung:
u,v... beliebig, teilerfremd,
eine gerade, eine ungerade.
Alle weiteren primitiven PT
sind dann:

$$a=2*u*v, b=u^2-v^2, c=u^2+v^2$$

- Sie können wohlgeordnet
werden (zuerst nach u,
dann nach v)
- „generating pair“ method
von Neugebauer und Sachs

u	v	a	b	c
2	1	4	3	5
3	2	5	12	13
4	1	8	15	17
4	3	24	7	15

Im Original sexadezidimal

	Kath.	Hypot.	Nr
1;59,00,15	1,59	2,49	1
1;56,56,58,14,50,06,15	56,07	1,20,25	2
1;55,07,41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	3
1;53,10,29,32,52,16	3,31,49	5,09,01	4
1;48,54,01,40	1,05	1,37	5
1;47,06,41,40	5,19	8,01	6
1;43,11,56,28,26,40	38,11	59,01	7
1;41,33,45,14,03,45	13,19	20,49	8
1;38,33,36,36	8,01	12,49	9
1;35,10,02,28,27,24,26	1,22,41	2,16,01	10
1;33,45	45	1,15	11
1;29,21,54,02,15	27,59	48,49	12
1;27,00,03,45	2,41	4,49	13
1;25,48,51,35,06,40	29,31	53,49	14
1;23,13,46,40	56	1,46	15

Tabelle dekadisch

Winkel	$1/\cos^2$	Kath.	Hypot.	Nr
44,7603	1,9834	119	169	1
44,2527	1,9492	3367	4825	2
43,7873	1,9188	4601	6649	3
43,2713	1,8862	12709	18541	4
42,0750	1,8150	65	97	5
41,5445	1,7852	319	481	6
40,3152	1,7200	2291	3541	7
39,7703	1,6927	799	1249	8
38,7180	1,6427	481	769	9
37,4372	1,5861	4961	8161	10
36,8699	1,5625	45	75	11
34,9760	1,4894	1679	2929	12
33,8550	1,4500	161	289	13
33,2619	1,4302	1771	3229	14
31,8908	1,3872	56	106	15

Berechnung der Zahlen

n	$u^2 - v^2$	$u^2 + v^2$
1	119	169
2	3367	4825
3	4601	6649
4	12709	18541
5	65	97
6	319	481

n	u	v	$2uv$	$u^2 - v^2$	$u^2 + v^2$	x
1	12	5	120	119	169	1.9834
2	64	27	3456	3367	4825	1.9492
3	75	32	4800	4601	6649	1.9188
4	125	54	13500	12709	18541	1.8862
5	9	4	72	65	97	1.8150
6	20	9	360	319	481	1.7852

<http://www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/pythtripel.htm>

Zeile 1 der Tafel

- (sexadezimal + dekadisch)

	längere Kathete	kleinere Kathete	Hypotenuse	Nummer
59 00 15	1 60	1 59	2 49	1
$\frac{59}{60} + \frac{0}{60^2} + \frac{15}{60^3}$ =0.9834028	$1 \cdot 60 + 60 = \mathbf{120}$	$1 \cdot 60 + 59 = \mathbf{119}$	$2 \cdot 60 + 49 = \mathbf{169}$	
$\frac{a^2}{b^2} = \tan^2 \alpha$	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$a < b$	$c > b > a$	
(1) 59 00 15	1 60	1 59	2 49	
$1 + \frac{59}{60} + \frac{0}{60^2} + \frac{15}{60^3}$ =1.9834028	$1 \cdot 60 + 60 = \mathbf{120}$	$1 \cdot 60 + 59 = \mathbf{119}$	$2 \cdot 60 + 49 = \mathbf{169}$	
$1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} =$ $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \beta}$	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$a < b$	$c > b > a$	

Zahlentheorie 2

- **Babylonische Zahlentripel:**

u, v enthalten nur die Primteiler 2,3,5 (wie 60, die Basis des sexagesimalen Systems), was sich auf a, b, c vererbt.

- Konsequenz: alle Quotienten von a, b, c haben eine

endliche Sexagesimaldarstellung

- Vermutung: die obige Parameterdarstellung war bekannt, verwendet wurden alle $u-v$ -Paare mit $u > v$, $u \leq 125$, u, v relativ prim
- die ersten regulären Zahlen:
1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,18,20,24,25,27,30,36,40,45,50,
54,60,72,75,90,100,108,120,125 bis 12
- Nur eines fehlt

Vollständige Tabelle (sex.)

Wink	$(c/b)^2$	a	c	b	u	v	n
44.76	1:59:00:15	1:59	2:49	2	12	5	1
44.25	1:56:56:58:14:50:06:15	56:07	1:20:25	57:36	1:04	27	2
43.79	1:55:07:41:15:33:45	1:16:41	1:50:49	1:20	1:15	32	3
43.27	1:53:10:29:32:52:16	3:31:49	5:09:01	3:45	2:05	54	4
42.08	1:48:54:01:40	1:05	1:37	1:12	9	4	5
41.54	1:47:06:41:40	5:19	8:01	6	20	9	6
40.32	1:43:11:56:28:26:40	38:11	59:01	45	54	25	7
39.77	1:41:33:45:14:03:45	13:19	20:49	16	32	15	8
38.72	1:38:33:36:36	8:01	12:49	10	25	12	9
37.44	1:35:10:02:28:27:24:26	1:22:41	2:16:01	1:48	1:21	40	10
36.87	1:33:45	3	5	4	2	1	11
35.78	1:31:09:09:25:42:02:15	3:12:09	5:28:41	4:26:40	2:05	1:04	
34.98	1:29:21:54:02:15	27:59	48:49	40	48	25	12
33.86	1:27:00:03:45	2:41	4:49	4	15	8	13
33.26	1:25:48:51:35:06:40	29:31	53:49	45	50	27	14
31.89	1:23:13:46:40	56	1:46	1:30	9	5	15

Vollständige Tabelle (dez.)

<u>Quot</u>	a	b	c	u	v	
1,9834	119	120	169	12	5	1
1,9492	3367	3456	4825	64	27	2
1,9188	4601	4800	6649	75	32	3
1,8862	12709	13500	18541	125	54	4
1,8742	67319	72000	98569	288	125 *	
1,815	65	72	97	9	4	5
1,7852	319	360	481	20	9	6
1,72	2291	2700	3541	54	25	7
1,6927	799	960	1249	32	15	8
1,6686	14129	17280	22321	135	64 *	
1,6427	481	600	769	25	12	9
1,6175	190951	243000	309049	500	243 *	
1,6082	49911	64000	81161	256	125 *	
1,5861	4961	6480	8161	81	40	10
1,5625	3	4	5	2	1	11
1,5395	19039	25920	32161	160	81 *	
1,5192	11529	16000	19721	125	64 *	
1,4894	1679	2400	2929	48	25	12
1,4704	42665	62208	75433	243	128 *	
1,4685	47311	69120	83761	256	135 *	
1,45	161	240	289	15	8	13
1,4302	1771	2700	3229	50	27	14

Pythagoras und „sein“ Satz

- Schamanismusthese: er war nicht an Wissenschaft interessiert sondern an spekulativer Kosmologie
- Wissenschaftsthese: er war Philosoph, Musiker, Mathematiker und Astronom
- Herodot vermutete die Ursprünge der Geometrie in Ägypten, laut Isokrates habe er sie von dort
- Euklid brachte den Satz (Elemente, Buch 1, Satz 47), verband ihn aber nicht mit P.
- Jedenfalls ist der Satz schon Jahrtausende früher bekannt, aber ohne Beweis.

mentimeter.com

- Werkzeug zum Erkunden, wie gut ein Vortrag/ eine Schulstunde angekommen ist/ verstanden wurde
- Anmelden und Gratiszugang erhalten (allerdings sehr beschränkt)
- Fragenkatalog entwerfen
- Präsentation starten, man sieht zusätzlich einen Code
- Teilnehmer gehen auf menti.com (mit Mobiltelefon, Computer) und erhalten mit dem Code die Umfrage
- Vortragender geht die Fragen durch, Teilnehmer beantworten sie
- Man erhält einen Überblick, wie nachhaltig man war.

Sonnenaufgang

- Berechnungen und Konstruktionen zur Bahn der Sonne

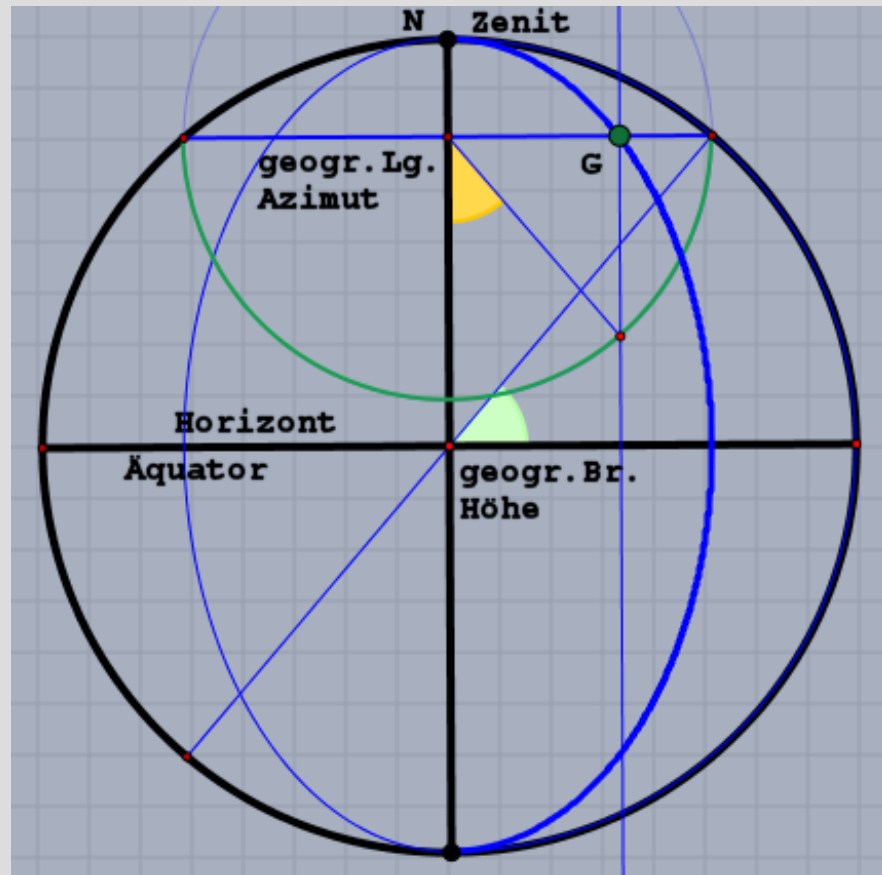


Internetquellen

- Deklinationstabelle
https://www.planet-schule.de/fileadmin/dam_media/swr/ganz_schoen_vermessen/pdf/doc/bg0019_02_01.pdf
- Originalarbeit
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0315086017300691#tbl0160>
- <https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/mathhist/plimprnote.html>

Einmessen eines Punktes

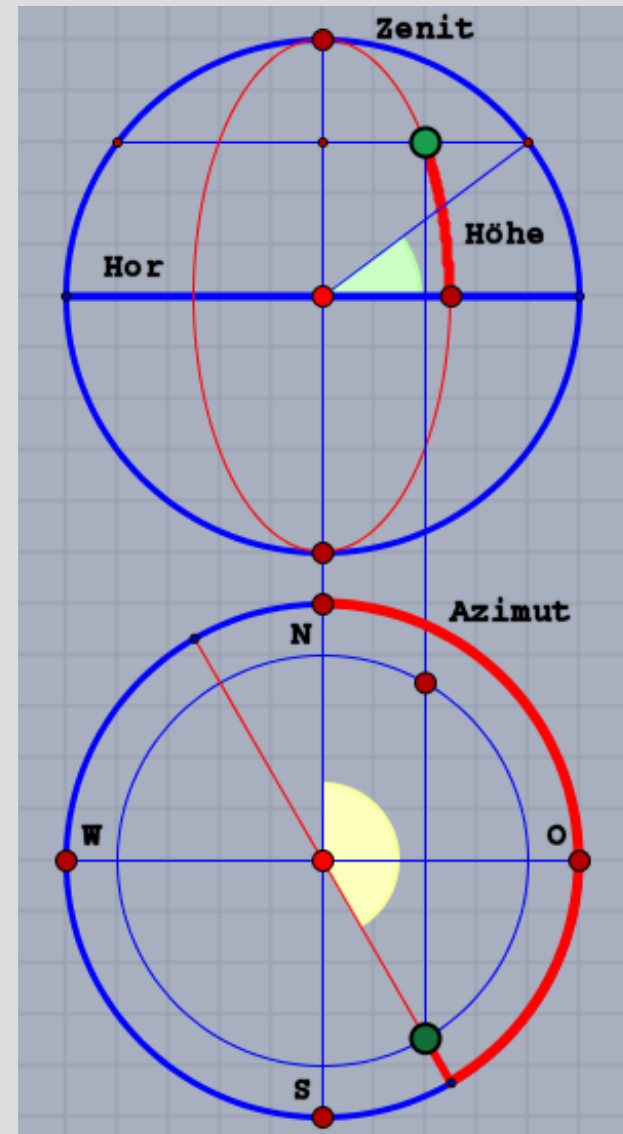
- Ort im geogr. KooSyst oder
- Gestirn G im Horizontalsystem



Horizontalsystem

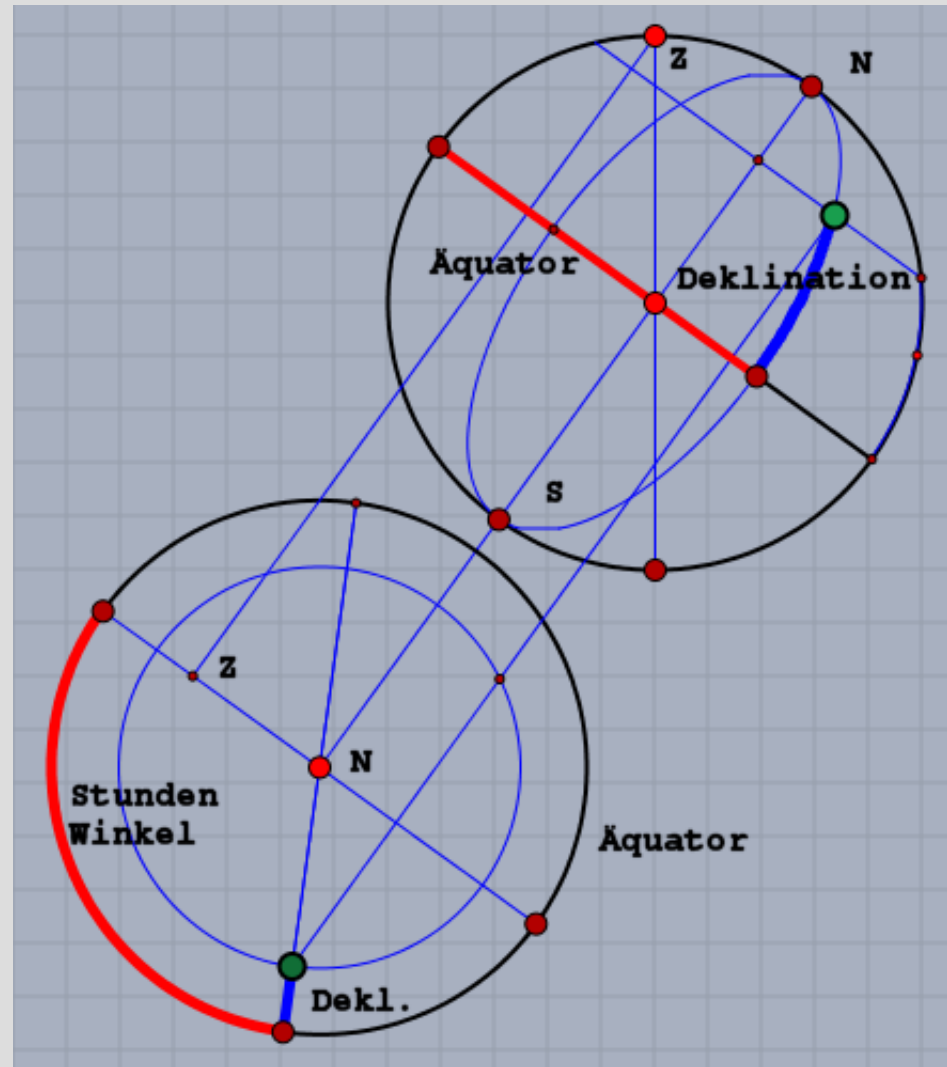
Sphärische
Koordinaten:

- Basis:
Horizont &
Zenit/Nadir
- Koordinaten:
Azimut (\equiv geogr.
Lg.), **Höhe** (\equiv
geogr. Br.)



Äquatorialsystem

- Sphärische Koordinaten
- Basis:
Himmelsäquator &
N- und S-Pol
Polhöhe=geogr. Br.
- Koordinaten:
Deklination (\equiv geogr. Br.), **Stundenwinkel** (\equiv geogr. Lg \approx Rektaszension)

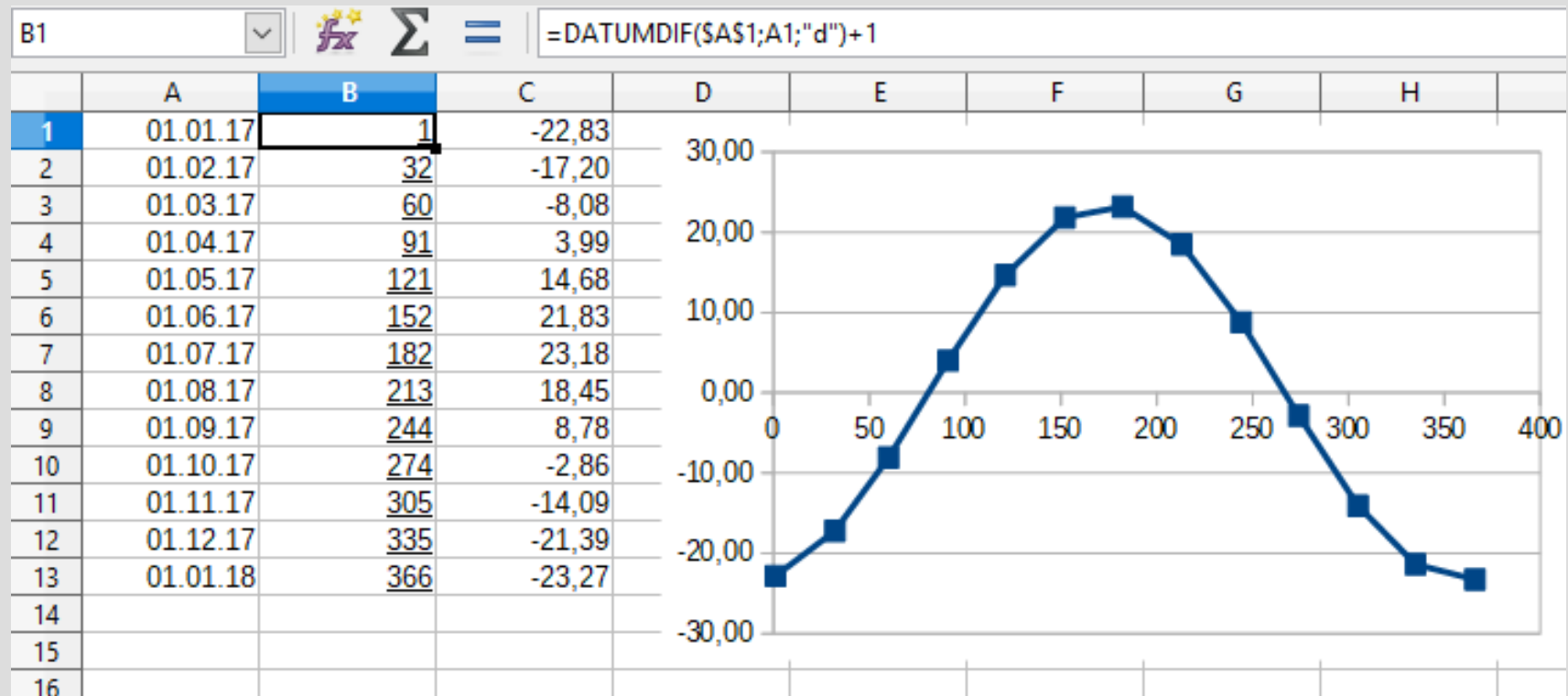


Berechnungen

- Deklination eines Sternes: bleibt unverändert
- Deklination der Sonne ändert sich (wegen der Schiefe der Erdachse zur Ekliptik) sinusförmig
- ε = Schiefe der Erdachse $\varepsilon=23.4^\circ$
T = Tageszahl (1.1.: T=1, 31.12.: T=365 oder 366)
Berechnung von T in LibreOffice
=DATUMDIF(\$A\$1;A1;"d")+1
- $\delta(T)$ = Deklination am Tag T
Ungefähre (!) Formel:
$$\delta(T) = \varepsilon * \sin\left(\frac{2\pi}{365} * (T - 80.086)\right)$$

Berechnung TabKalk

Bildschirmfoto



Berechnung der Deklination

Für den Sommer

$$\delta(T) = \varepsilon * \sin\left(\frac{(T - 81 - 2.5 * (\frac{T - 173}{94})) * 2\pi}{365}\right)$$

Für den Herbst

$$\delta(T) = \varepsilon * \sin\left(\frac{(T - 83.5 - 3.5 * (\frac{T - 266}{89})) * 2\pi}{365}\right)$$

Für den Winter

$$\delta(T) = \varepsilon * \sin\left(\frac{(T - 80) * 2\pi}{365}\right)$$

Für den Frühling

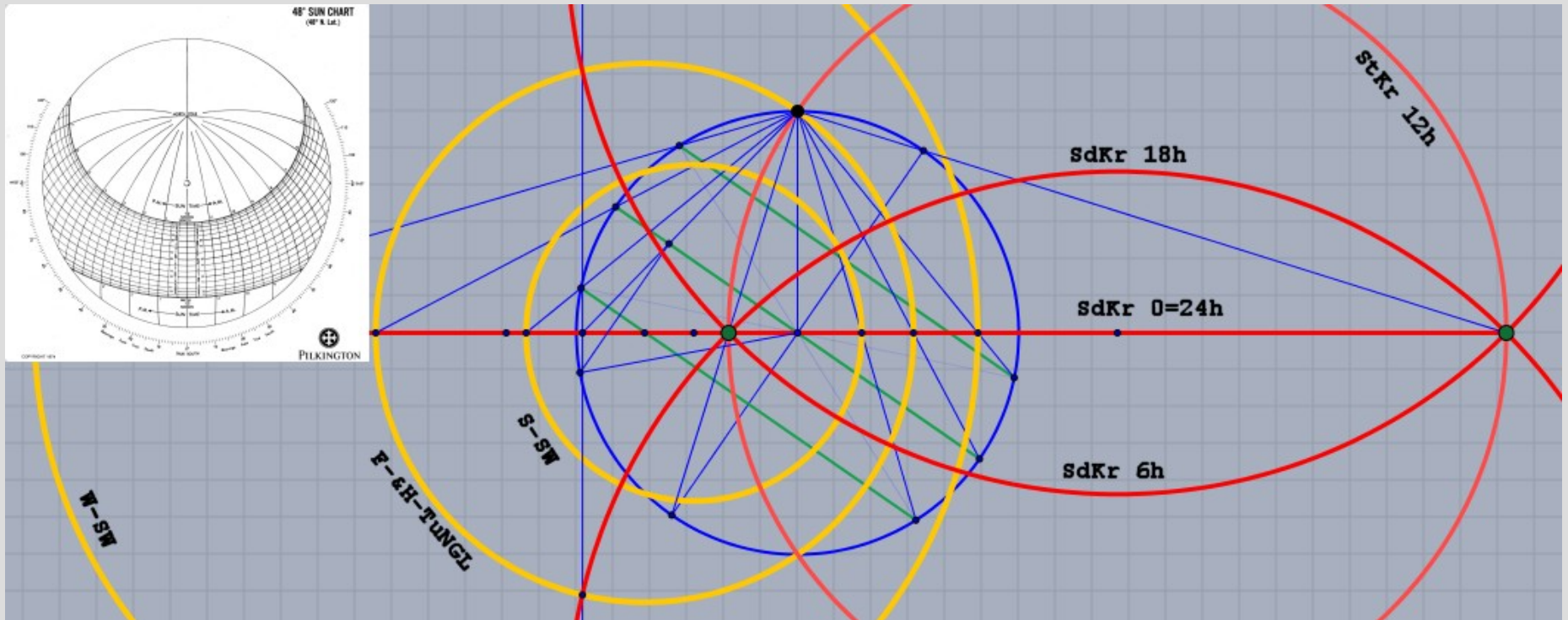
$$\delta(T) = \varepsilon * \sin\left(\frac{(T - 81 - 2.5 * (\frac{T - 173}{94})) * 2\pi}{365}\right)$$

Tabelle zur Deklination der Sonne

Datum	Deklination der Sonne	Datum	Deklination der Sonne	Datum	Deklination der Sonne	Datum	Deklination der Sonne
01.01.	-23,10°	03.04.	+05,10°	04.07.	+22,90°	04.10.	-04,20°
05.01.	-22,70°	07.04.	+06,60°	08.07.	+22,50°	08.10.	-05,70°
09.01.	-22,20°	11.04.	+08,10°	12.07.	+22,10°	12.10.	-07,20°
13.01.	-21,60°	15.04.	+09,60°	16.07.	+21,50°	16.10.	-08,70°
17.01.	-20,80°	19.04.	+11,00°	20.07.	+20,80°	20.10.	-10,20°
21.01.	-20,00°	23.04.	+12,40°	24.07.	+20,00°	24.10.	-11,60°
25.01.	-19,10°	27.04.	+13,70°	28.07.	+19,10°	28.10.	-13,00°
29.01.	-18,10°	01.05.	+14,90°	01.08.	+18,20°	01.11.	-14,30°
02.02.	-17,00°	05.05.	+16,10°	05.08.	+17,10°	05.11.	-15,50°
06.02.	-15,80°	09.05.	+17,20°	09.08.	+16,00°	09.11.	-16,70°
10.02.	-14,50°	13.05.	+18,30°	13.08.	+14,80°	13.11.	-17,80°
14.02.	-13,20°	17.05.	+19,20°	17.08.	+13,60°	17.11.	-18,90°
18.02.	-11,80°	21.05.	+20,10°	21.08.	+12,30°	21.11.	-19,80°
22.02.	-10,40°	25.05.	+20,90°	25.08.	+10,90°	25.11.	-20,70°
26.02.	-08,90°	29.05.	+21,50°	29.08.	+09,60°	29.11.	-21,40°
02.03.	-07,40°	02.06.	+22,10°	02.09.	+08,10°	03.12.	-22,00°
06.03.	-05,90°	06.06.	+22,60°	06.09.	+06,60°	07.12.	-22,60°
10.03.	-04,30°	10.06.	+23,00°	10.09.	+05,10°	11.12.	-23,00°
14.03.	-02,70°	14.06.	+23,20°	14.09.	+03,60°	15.12.	-23,30°
18.03.	-01,20°	18.06.	+23,40°	18.09.	+02,10°	19.12.	-23,40°
22.03.	+00,40°	22.06.	+23,50°	22.09.	+00,50°	23.12.	-23,50°
26.03.	+02,00°	26.06.	+23,40°	26.09.	-01,10°	27.12.	-23,40°
30.03.	+03,60°	30.06.	+23,20°	30.09.	-02,60°	31.12.	-23,20°

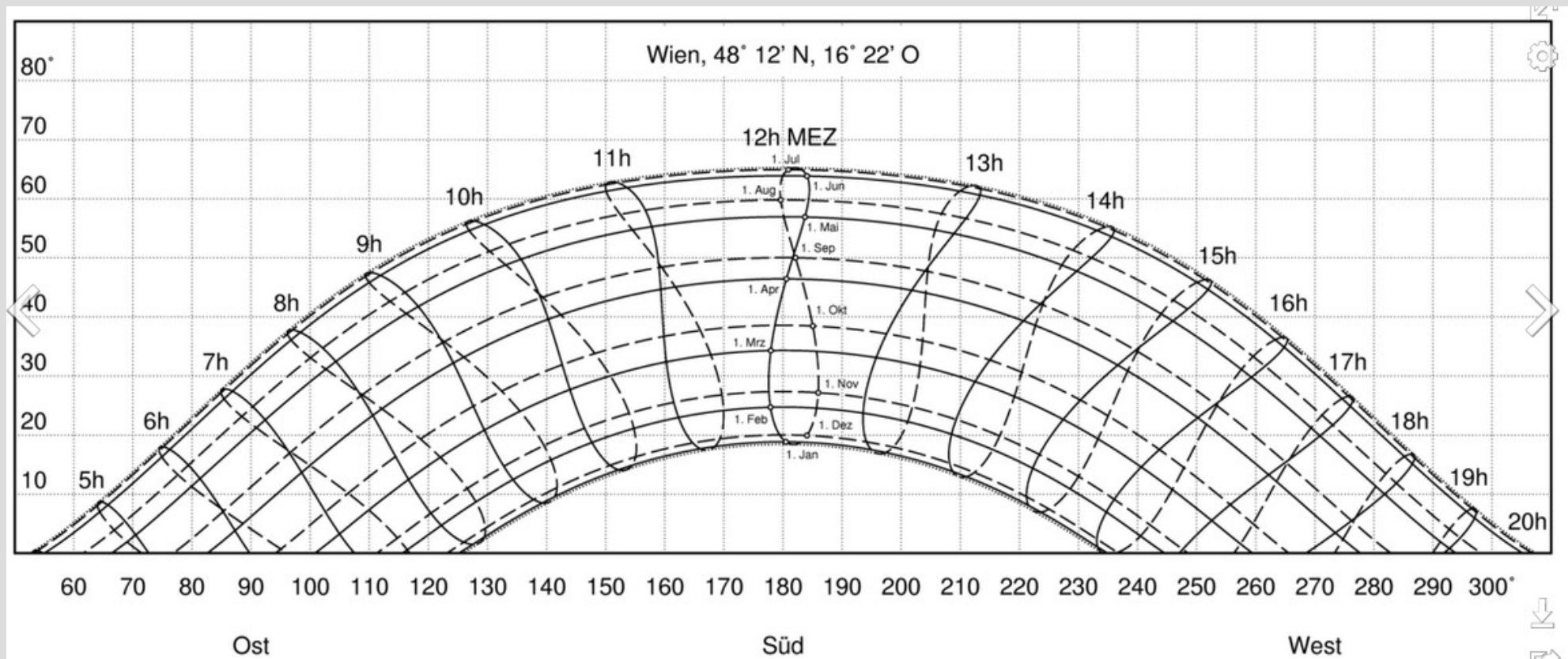
Stereographische Projektion

- **Sonnenbahnen** - **Stundenkreise**



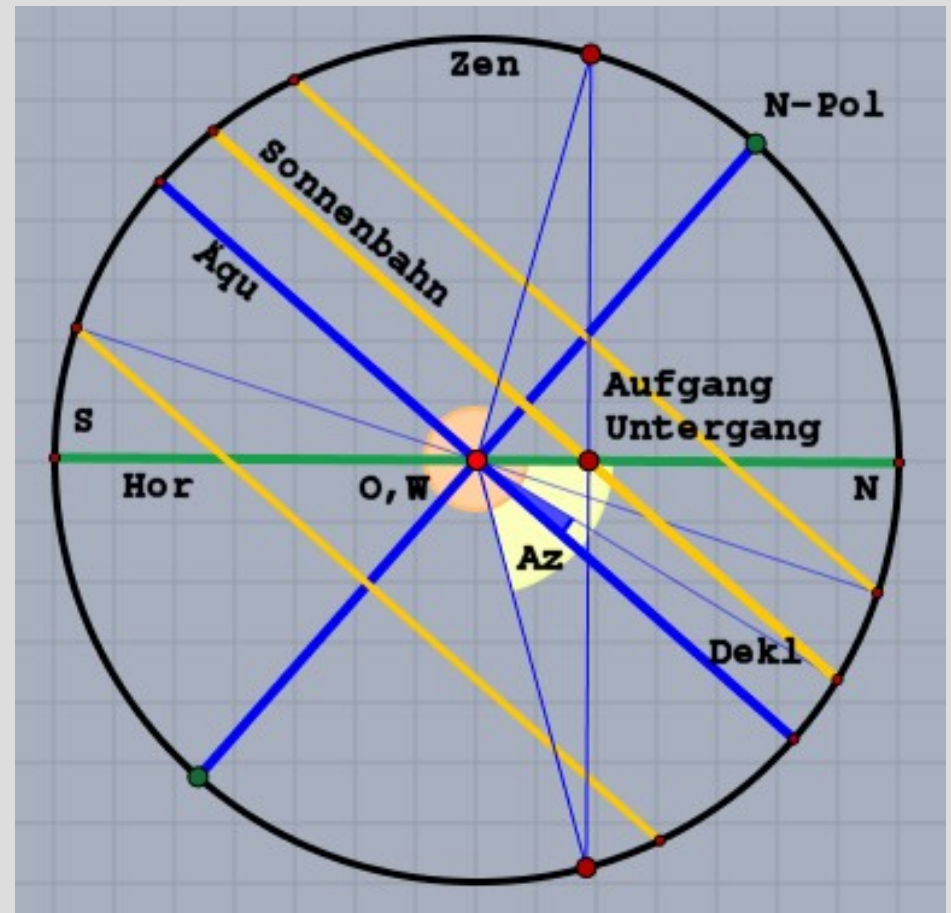
Quadratische Plattkarte

- Azimut und Höhe



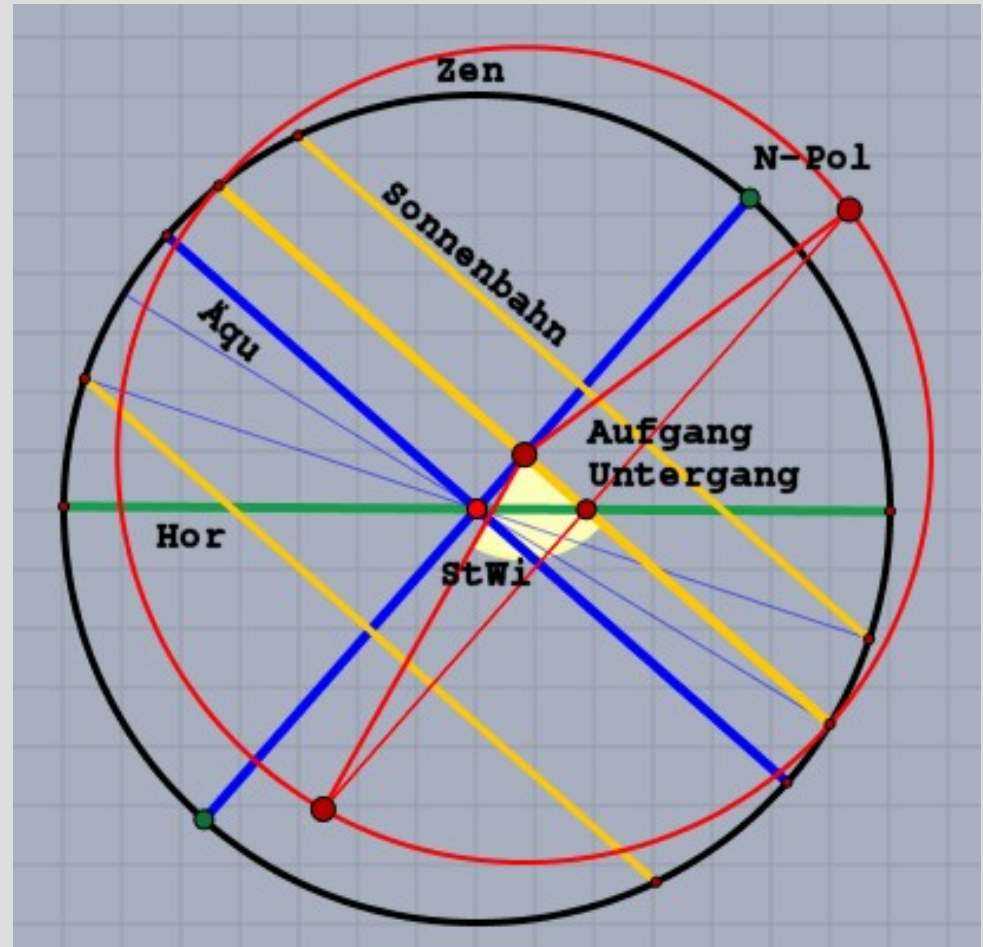
Auf- & Untergang

- Bahn eines Gestirnes = Kreis mit Achse NS
- Schnittpkte mit Horizont = Auf- und Untergangspunkt ($h=0$)
- Koord. im HorSyst
Azimut = **Ort**
(Umklappung des HorKreises)



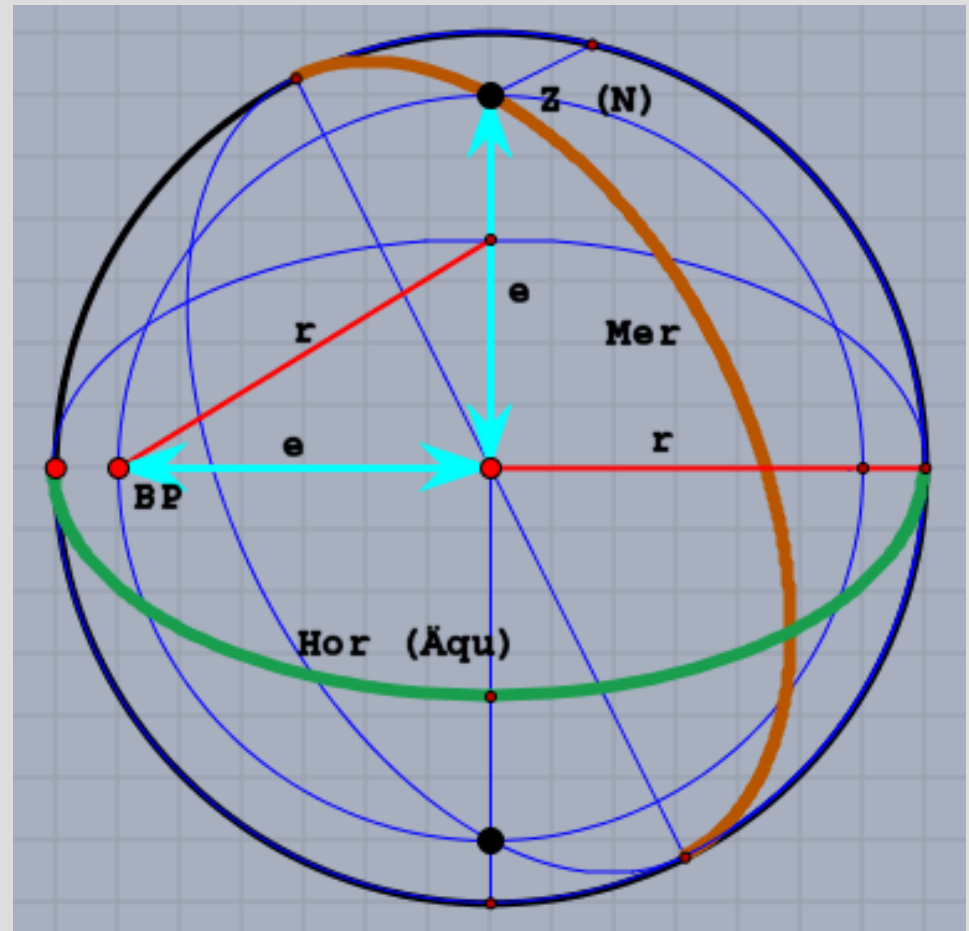
Auf- & Untergang

- Bahn eines Gestirnes = Kreis mit Achse NS
- Schnittpkte mit Horizont = Auf- und Untergangspunkt ($h=0$)
- Koord. im ÄquSyst (Stundenwinkel) = **Zeit** (Umklappung des Deklinations-Kreises)



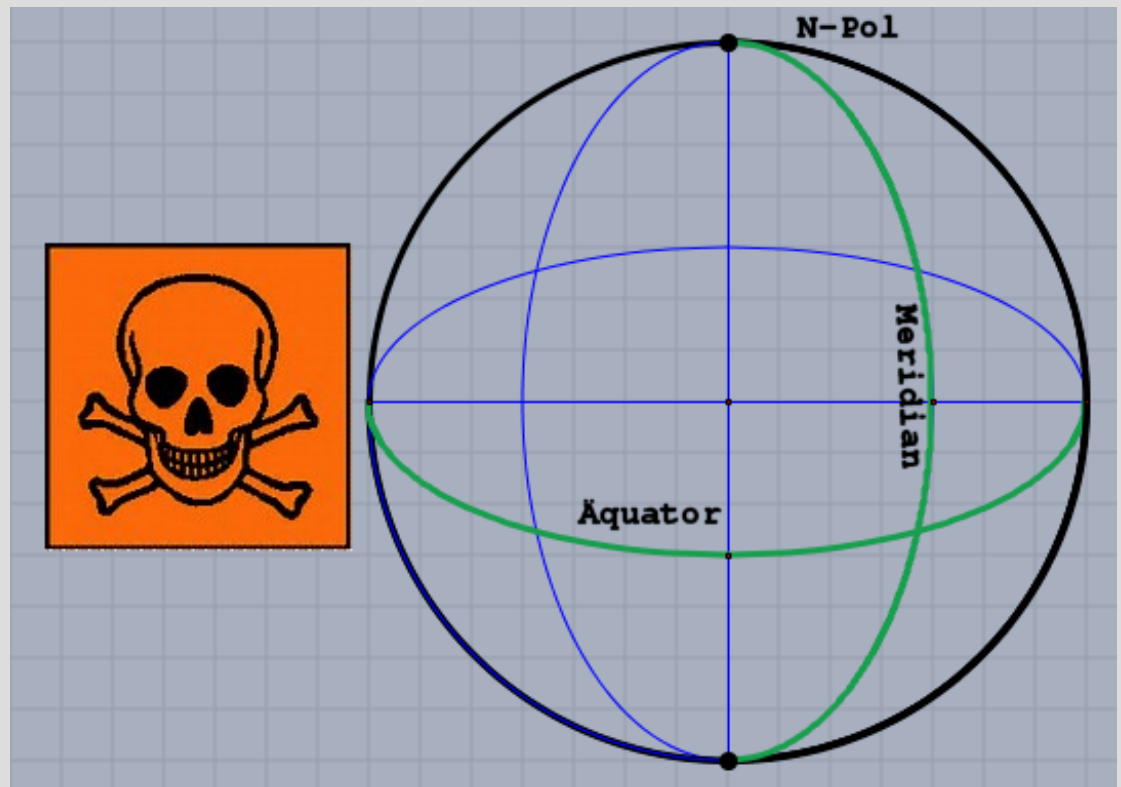
Normale Axonometrie

- Geg: Bild des N ,
Ges: Bild des Äquators
- ON = Brennweite
der ÄquatorEll,
Hauptachse:
normal zu ON

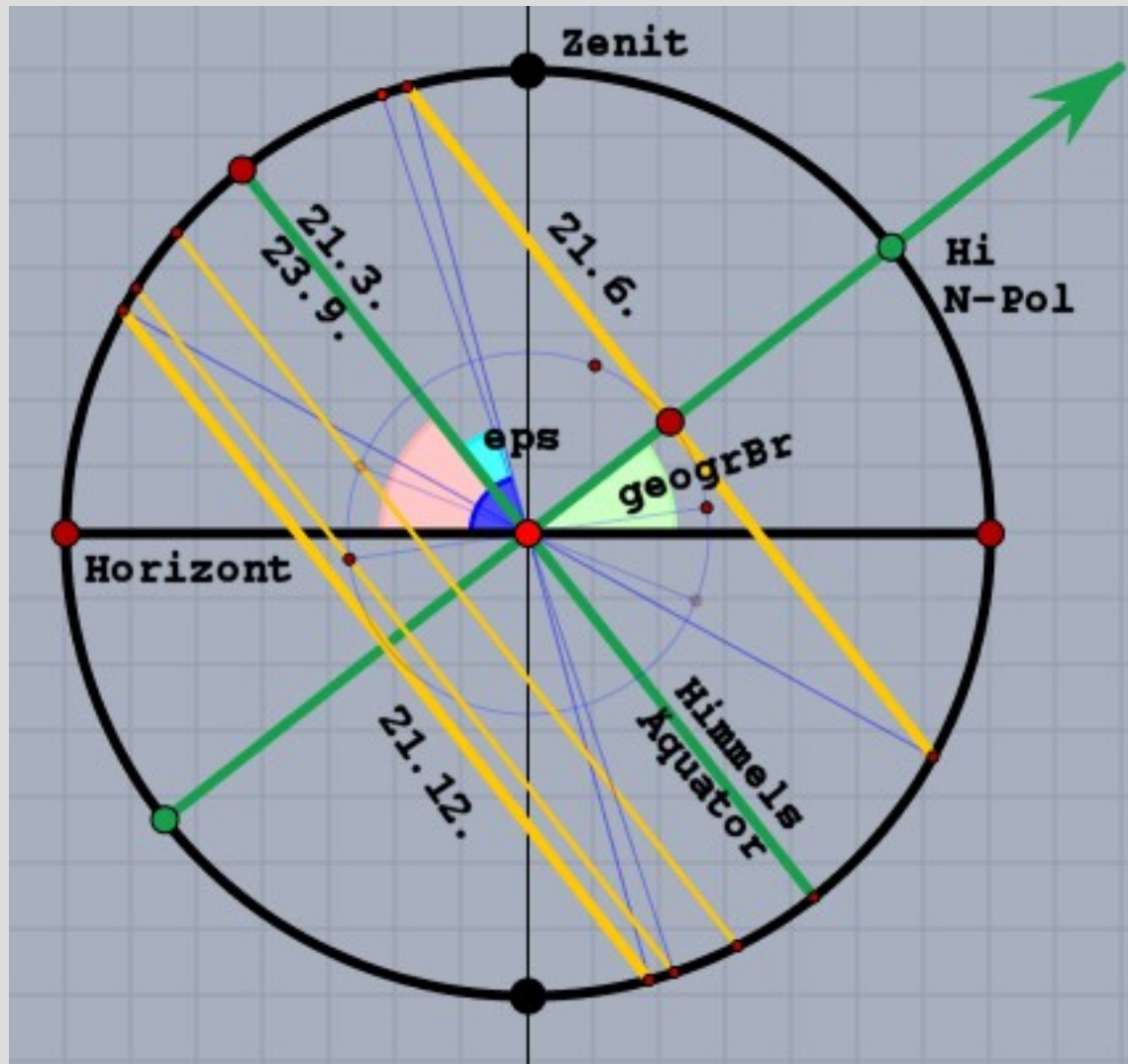


So nicht

- Häufig zu sehen, aber grundfalsch (auch in VWA, Dipl.)
- Ansicht nur möglich für Zentr.-Projektion mit Auge in Höhe N-Pol (aber eher nicht gemeint)

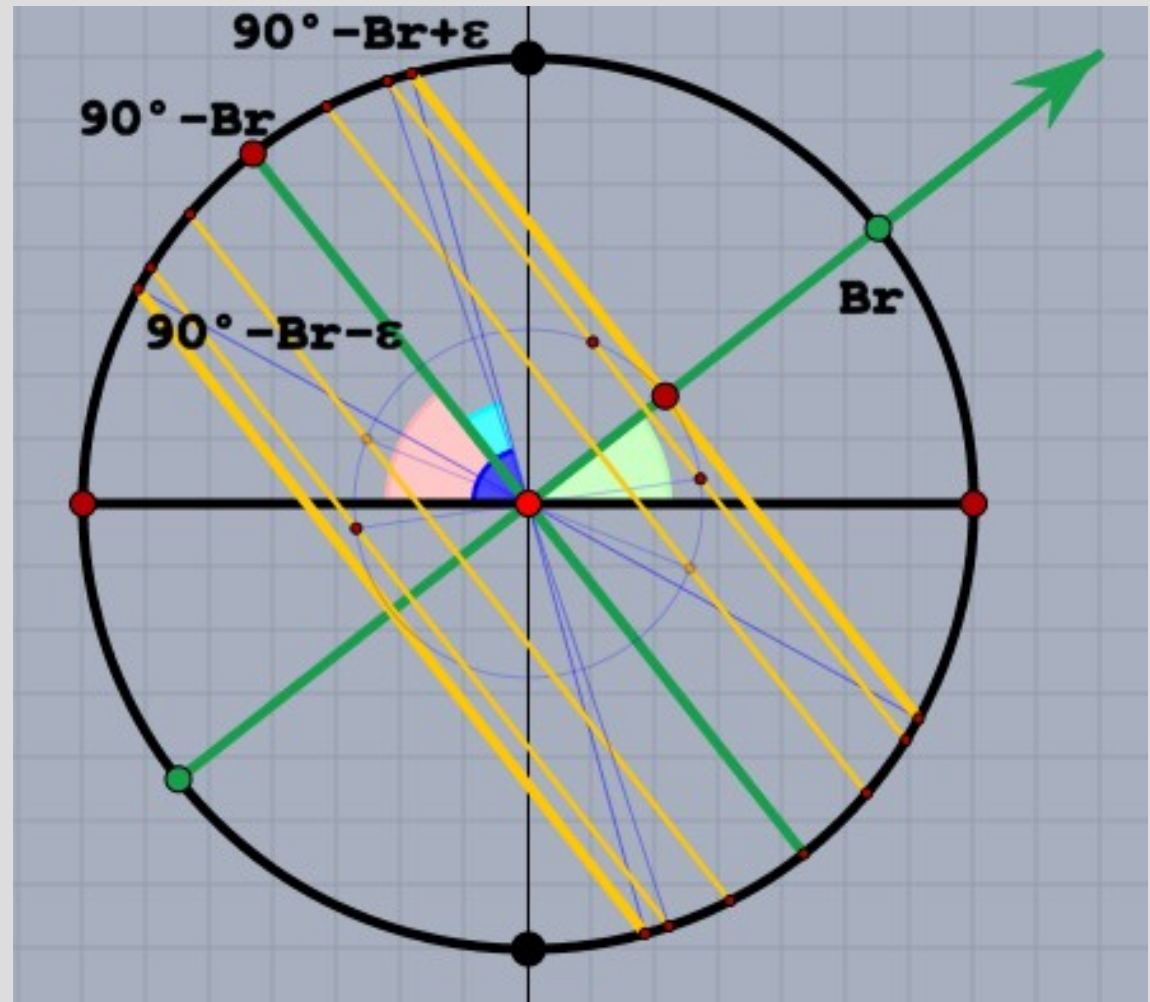


Sonnenbahn im Jahresverlauf



Sonnenstände

- Frühlings- und Herbst-T&N-Gleiche:
 $90 - Br$
 - Sommer-SW:
 $90 - Br + \varepsilon$
 - Winter-SW:
 $90 - Br - \varepsilon$
- in Wien ($Br = 48^\circ$):
 $42^\circ, 65.4^\circ, 18.6^\circ$



Sphärische Trigonometrie

- Sinussatz

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma}$$

- Seiten-Cos-Satz

$$\cos a = \cos b * \cos c + \sin b * \sin c * \cos \alpha$$

- Winkel-Cos-Satz

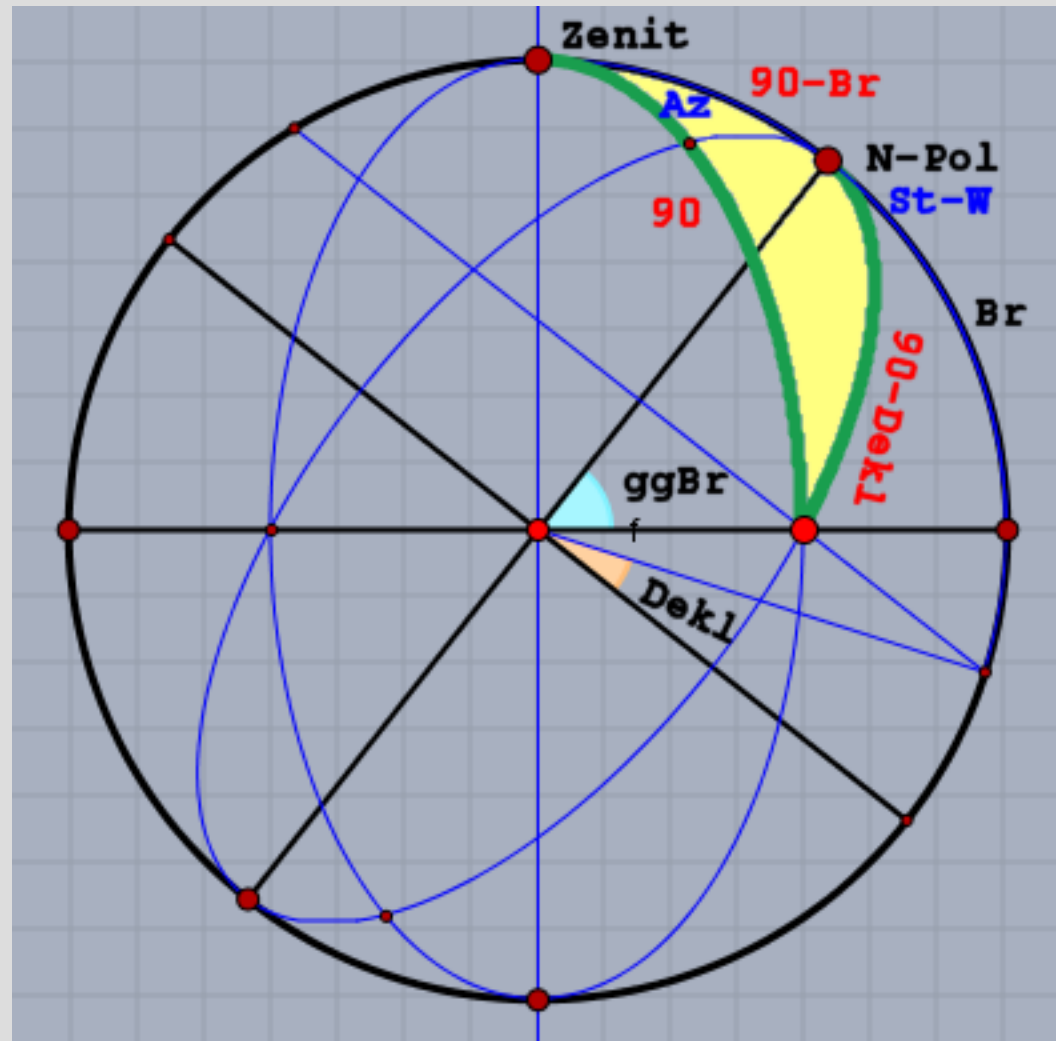
$$\cos \alpha = -\cos \beta * \cos \gamma + \sin \beta * \sin \gamma * \cos a$$

Auf- & Untergangsdreieck

Ecken:

N-Z-Aufgangspkt

- Seiten
 90° , 90°-Br , 90°-Dekl
- Winkel
Azimut, StundenW.



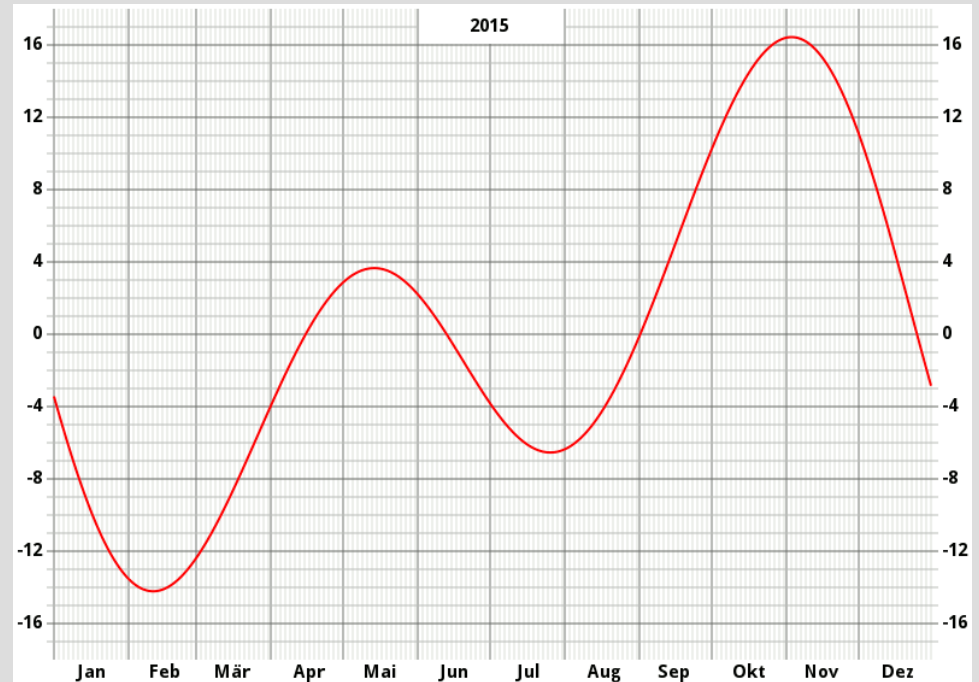
Berechnung der Aufgangszeit

- Seiten-Cos-Satz für Seite Zenit \Rightarrow Aufgangspunkt:
- $\cos 90^\circ = \cos(90^\circ - \text{Br}) * \cos(90^\circ - \text{Dekl}) + \sin(90^\circ - \text{Br}) * \sin(90^\circ - \text{Dekl}) * \cos(180^\circ - \text{StW})$
- $0 = \sin(\text{Br}) * \sin(\text{Dekl}) - \cos(\text{Br}) * \cos(\text{Dekl}) * \cos(\text{StW})$
 $\sin(\text{Br}) * \sin(\text{Dekl}) = \cos(\text{Br}) * \cos(\text{Dekl}) * \cos(\text{StW})$
- **$\cos(\text{StW}) = \tan(\text{Br}) * \tan(\text{Dekl})$**

(Anm: reell nur für $\text{Dekl} < 90^\circ - \text{Br}$)

Wahre/ Mittlere Ortszeit

- WOZ (zB. Sonnenuhr)
nicht gleichmäßig
(Ellipsenbahn,
Schiefe der Achse)
- Ausgleich: MOZ
- Differenz: Zeitgleichung
 $ZGL = WOZ - MOZ$



- Zeitzonenausgleich
 $MEZ = MOZ + (15 - Lg) * 4min$
 $MESZ = MEZ + 1h = MOZ + (30 - Lg) * 4min$
- <https://prlbr.de/2014/uhrzeit-sonne-im-zenit/zeitgleichung-tabelle>

Berechnung des Aufgangsortes

- Seiten-Cos-Satz für Seite N-Pol \Rightarrow Aufgangspunkt:
- $\cos(90^\circ - \text{Dek}) = \cos 90^\circ * \cos(90^\circ - \text{Br}) + \sin 90^\circ * \sin(90^\circ - \text{Br}) * \cos \text{Az}$
- $\sin \text{Dek} = \cos \text{Br} * \cos(\text{Az})$

$$\cos \text{Az} = \frac{\sin \text{Dek}}{\cos \text{Br}}$$

(Anm: reell nur für $\text{Dek} < 90^\circ - \text{Br}$)

Sonnenaufgang Wien: Stundenwinkel

- $Lg=16^\circ$, $Br=48^\circ$, $(T=314)$, $Dekl=-17^\circ$, $ZGL=16\text{min}$ (aus Tabelle), $LgAusgl = (15-16)*4\text{min} = -4\text{min}$
- **$\cos(\text{StW}) = \tan(\text{Br}) * \tan(\text{Dek})$** = $\tan(48^\circ) * \tan(-17^\circ)$

$\text{StW} = 70.15^\circ \triangleq 4\text{h } 41\text{min}$ vom Südpunkt weg

$12\text{h } 00\text{min} - 4\text{h } 41\text{min} = 7\text{h } 19\text{min WOZ}$

$\text{MEZ} = \text{WOZ} - \text{ZGL} + \text{LgAusgl} = 7\text{h } 03\text{min}$

<https://www.sunearthtools.com/de/solar/sunrise-sunset-calendar.php>

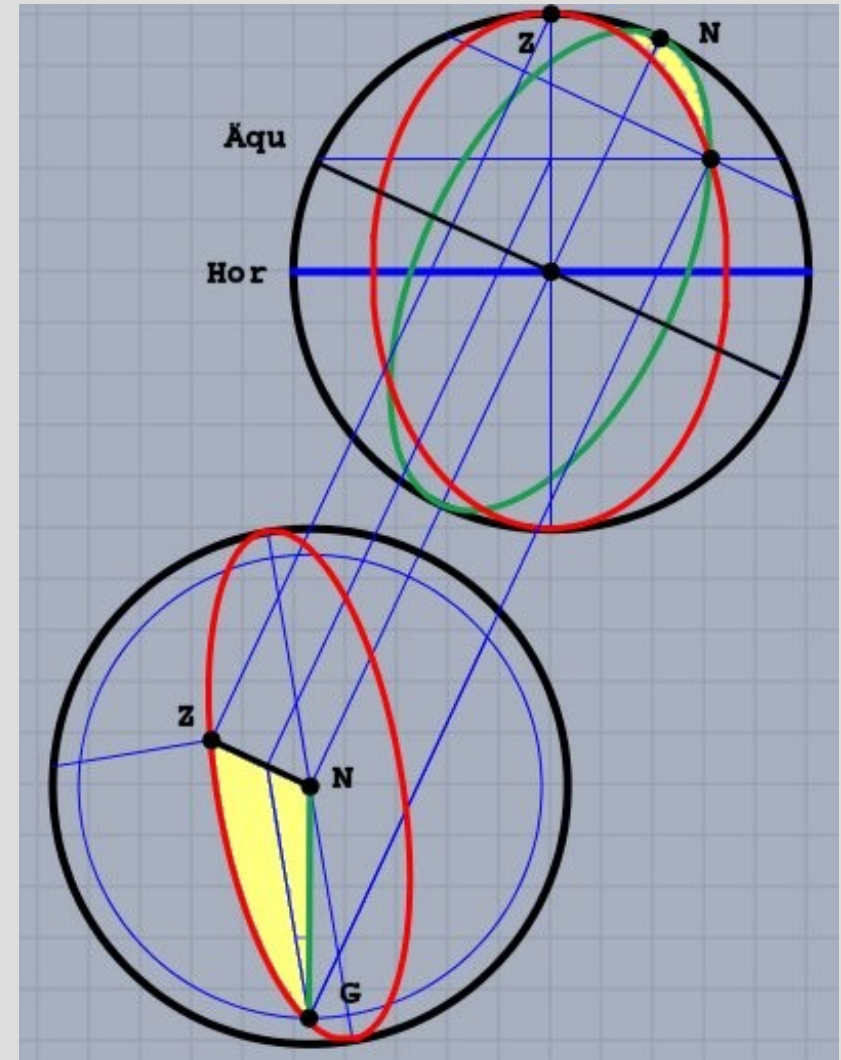
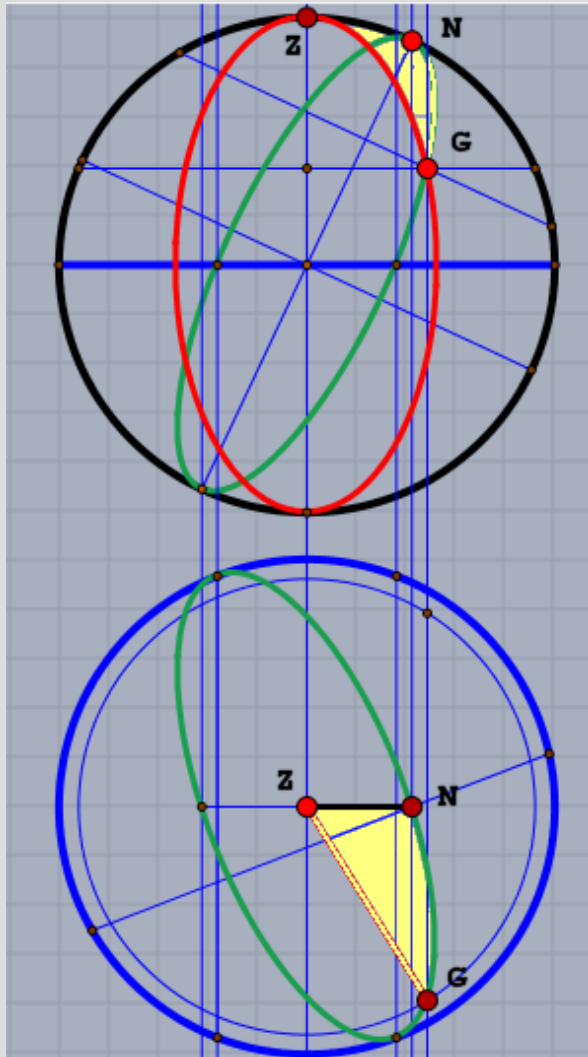
Sonnenaufgang Wien: Azimut

$$\cos Az = \frac{\sin Dek}{\cos Br}$$

Az=116° von N weg

- Anm.:
in verschiedenen Internetquellen erhält man unterschiedliche Ergebnisse (seltsam!!)
- z.B.
www.datum-und-uhrzeit.de/
www.sunrise-and-sunset.com/
<http://cgi.stadtklima-stuttgart.de/mirror/SonneFre.exe>

Pol-Zenit-Gestirn Dreieck

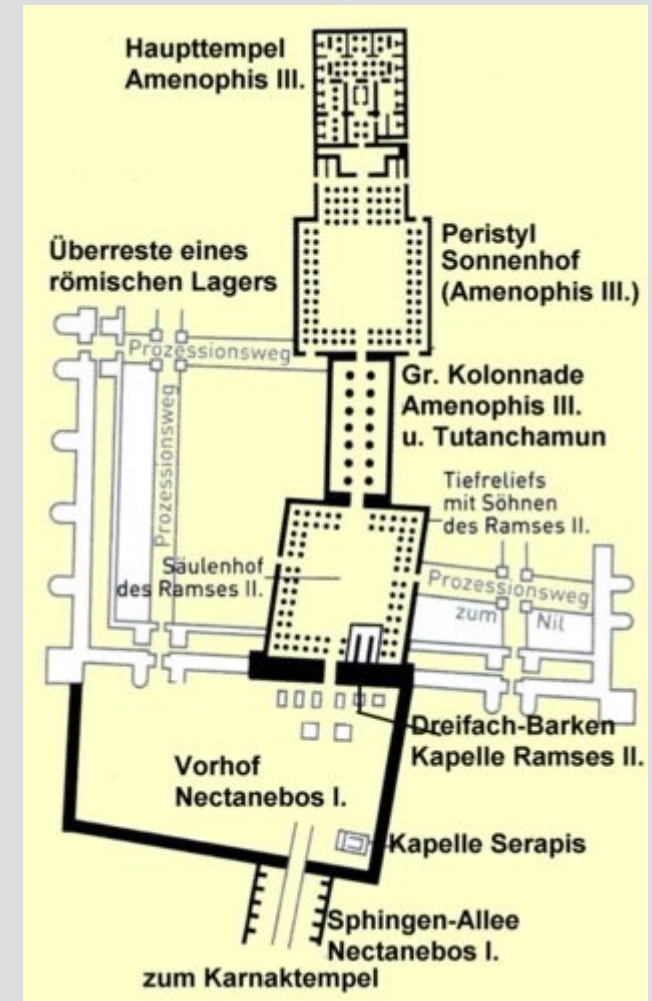


Pol-Zenit-Gestirn Dreieck

- **Ecken:**
Zenit Z - Himmelsnordpol N - Gestirn G
- **Koordinaten:**
- im Horizontsystem:
Azimut a (von Süden aus), Höhe h
- Im Äquatorsystem
Stundenwinkel τ von S aus, Deklination δ
- **Seiten:**
Z-N: $90^\circ - \text{Br}$, N-G: $90^\circ - \delta$, Z-G: $90^\circ - h$
- **Winkel**
N-Z-G: $180^\circ - a$, Z-N-G: τ

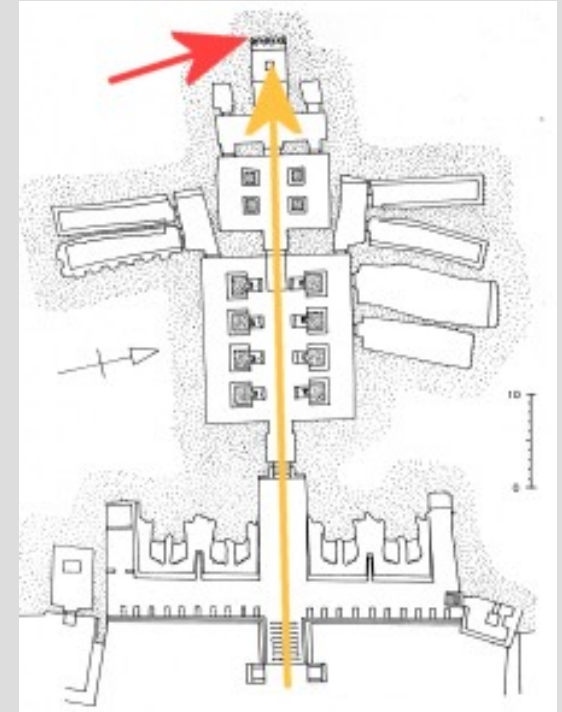
Knicke, Ausrichtung

- Luxortempel Amenophis III., Ramses II.
- Grund für den Knick: Herstellung einer Verbindung zum Karnaktempel (Sphingenallee)
- Hatschepsut Tempel: Ausrichtung nach Karnak (Begegnung der Götter)



Das „Sonnenwunder“ von Abu Simbel

- Die Sonnenstrahlen beleuchten für etwa 20 Minuten drei der vier in sitzenden Götterstatuen: Amun-Re, Ramses, Re-Harachte; Ptah ganz links wird nur gestreift (Erd- und Totengott)
- Datum: um den 21.10. und 21.2.

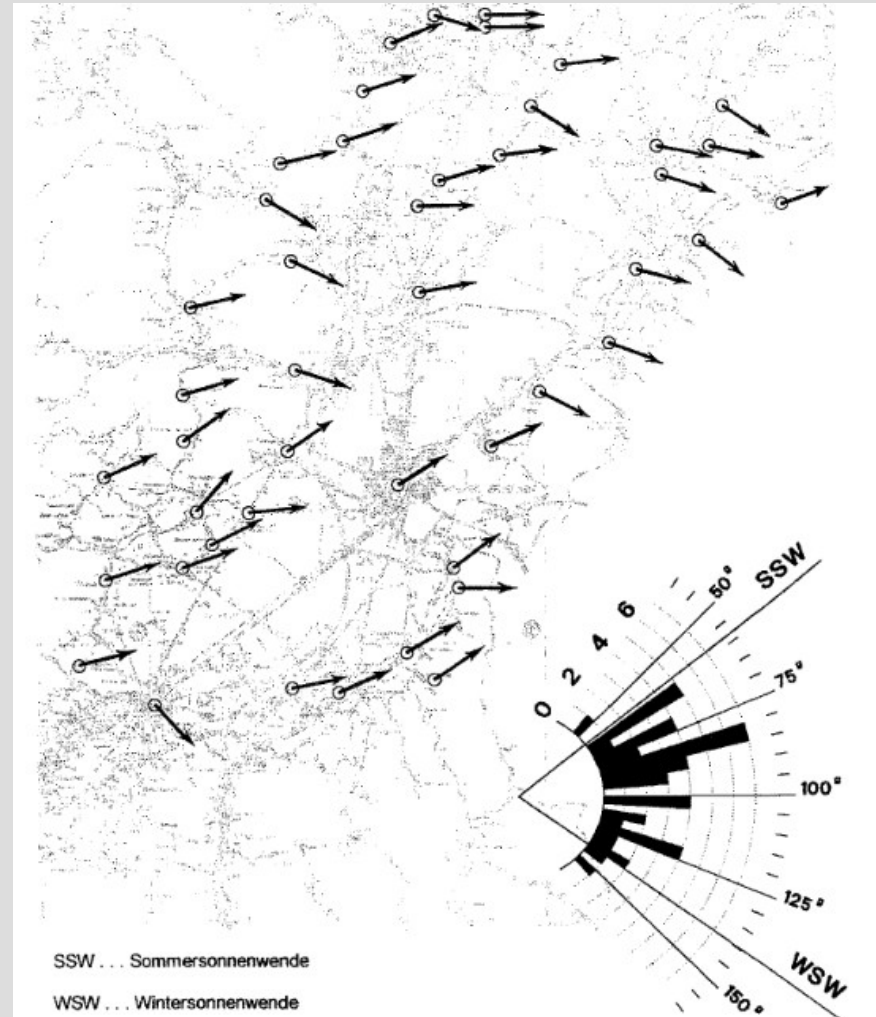


Orientierung von Kirchen

- Die letzte Instanz
DI Dr. Erwin Reidinger
<http://erwin-reidinger.heimat.eu/index.html>

Beispiele

- Im Industrieviertel (Raum Wiener Neustadt)
- klar ersichtlich:
Orientierung zwischen NO und SO
- Von einer Orientierung nur nach Osten kann keine Rede sein



Orientierung von Moscheen

- Orientierung nach Mekka scheint zuzutreffen (Wien, Kairo, Casablanca, Isfahan)



Berechnung des Kurswinkels

- Standort $A(Lg_1, Br_1)$, Zielort $B(Lg_2, Br_2)$
- Berechnung des Winkels α im 3e C=NP-A-B:
 $b=90^\circ-Br_1$, $a=90^\circ-Br_2$, dazwischen Winkel ΔLg
Fall SWS
- Berechnung von c mit S-Cos-Satz:
 $\cos c = \cos(90^\circ-Br_1)*\cos(90^\circ-Br_2) +$
 $\sin(90^\circ-Br_1)*\sin(90^\circ-Br_2)*\cos(\Delta Lg)$
- Berechnung von a
mit Sin-Satz:

$$\sin \alpha = \frac{\sin(90 - Br_2) * \sin \Delta Lg}{\sin c}$$

Beispiel Wien-Mekka

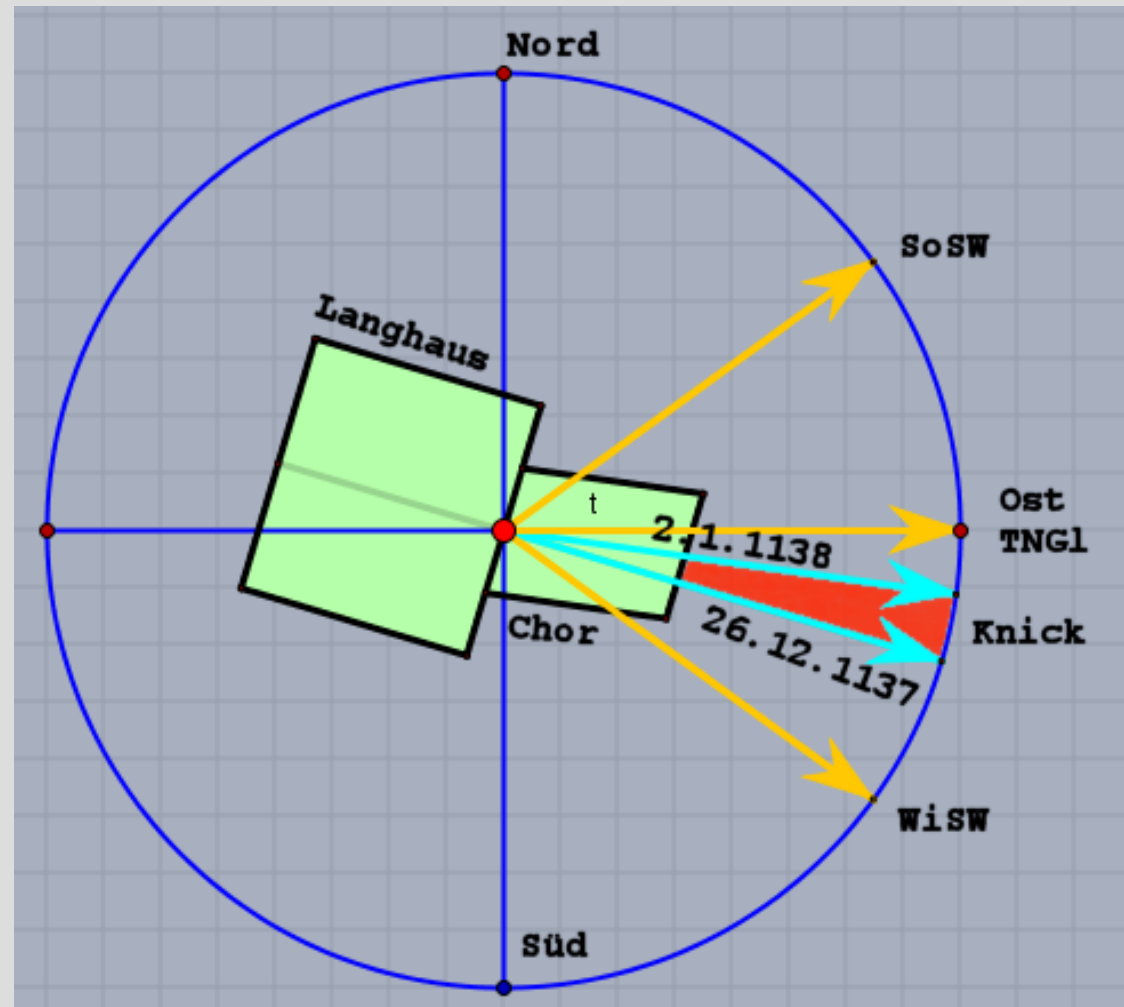
- $A = \text{Wien}(16^\circ, 48^\circ)$, $B = \text{Mekka}(40^\circ, 21^\circ)$
 $a = 69^\circ$, $b = 42^\circ$, $\Delta Lg = 14^\circ$
- $$\cos c = \sin Br_1 * \sin Br_2 + \cos Br_1 * \cos Br_2 * \cos (\Delta Lg)$$
$$c \approx 29^\circ (\approx 3300\text{km}), \alpha \approx 152^\circ$$
- Im Zweifelsfall (Ergebnisse im Internet stark streuend):
<http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/sphaerischr.htm>

Der Knick

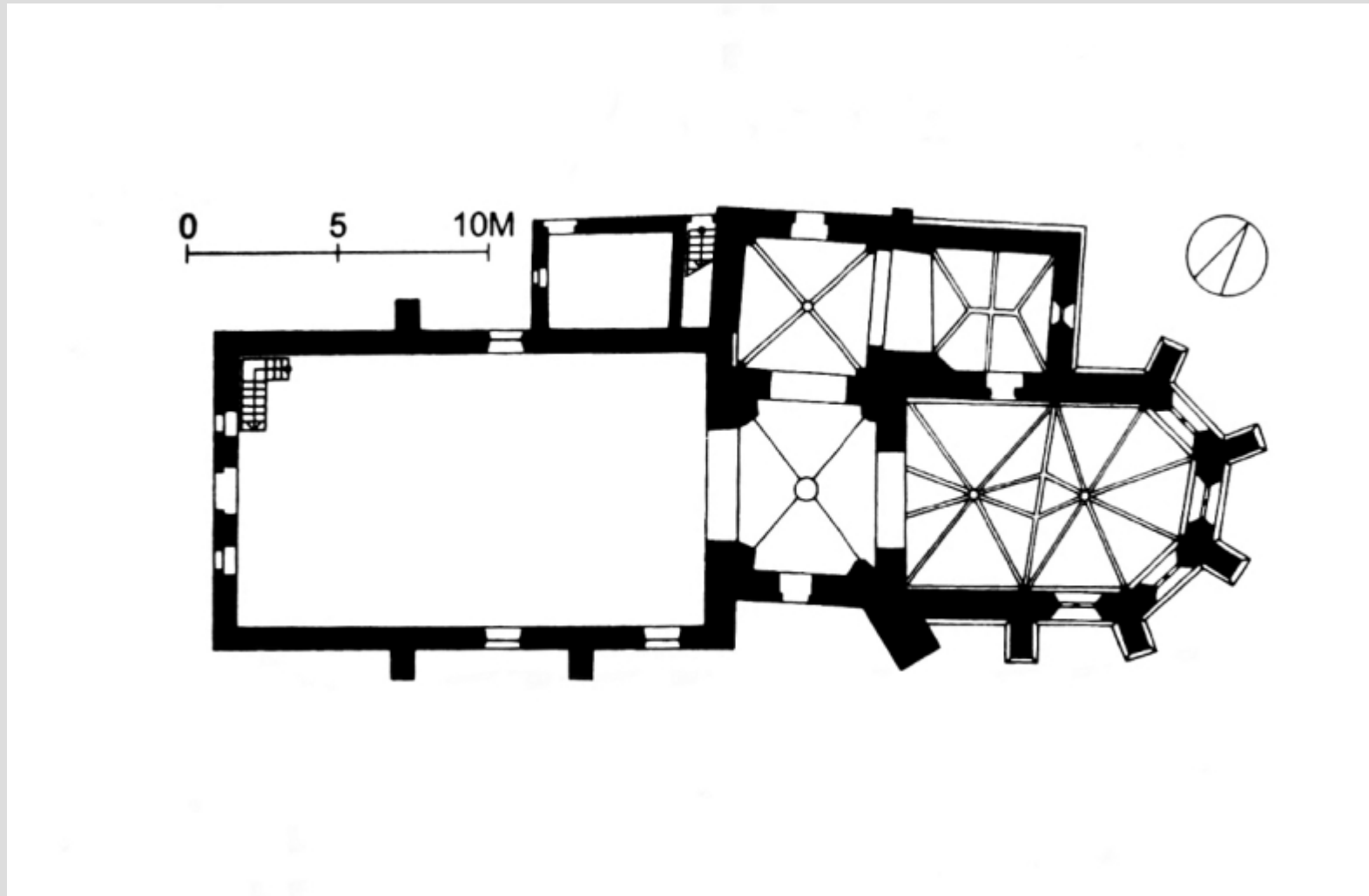
- In vielen romanischen und gotischen Kirchen hat das Langhaus eine andere Achse als der Chor.
- Langhausachse=Weltachse, Chorachse=Himmelsachse
- Grund: getrennte Orientierung nach der aufgehenden Sonne an verschiedenen (Fest-)Tagen
- Chor: höherrangiger Festtag als Langhaus (zB. Gründonnerstag – Ostersonntag)
- Zuerst wurde immer die Weltachse festgelegt

Stephansdom, Wien

- Absteckung des Grundrisses von Langhaus:
26.12.1137
(Stephanitag),
Chor:
2.1.1138
(Sonntag darauf)
- Weihe des ersten romanischen Domes: 1147

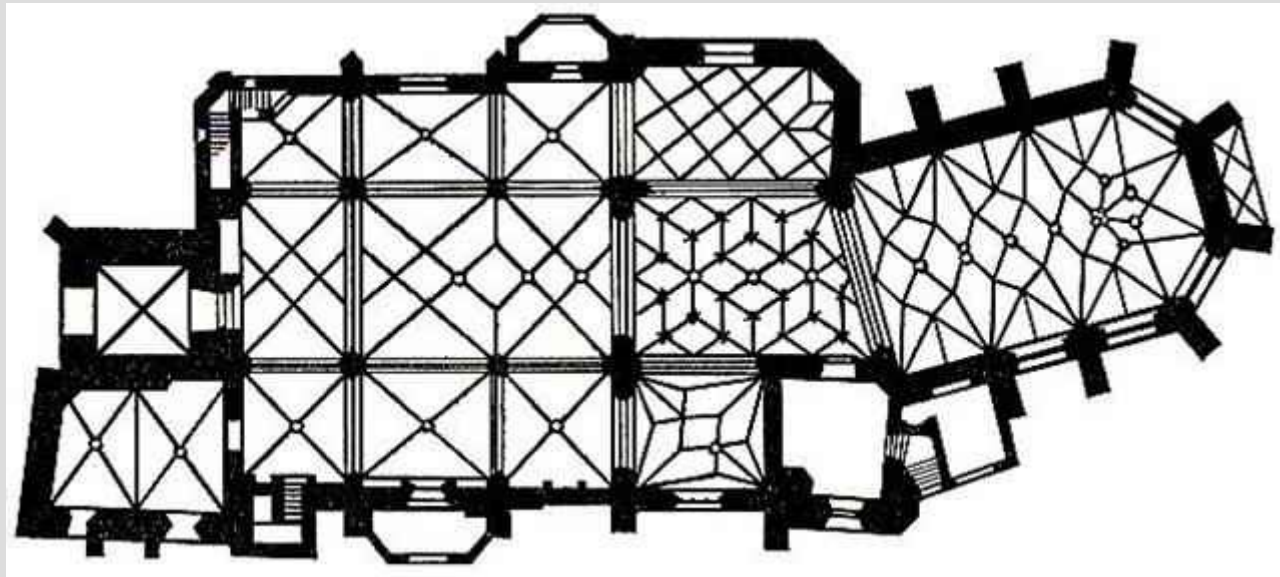


St. Peter im Moos, NÖ

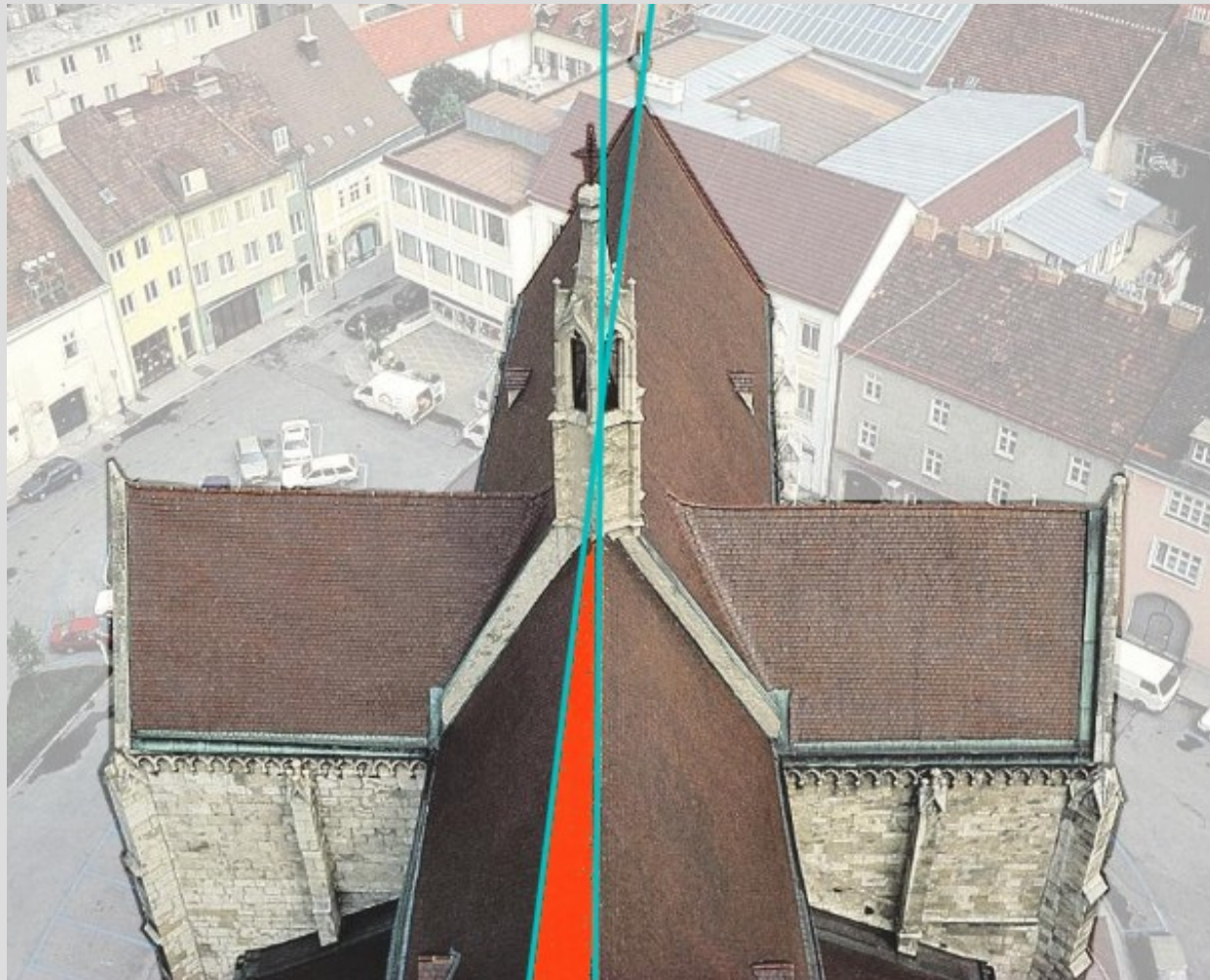


Spitz an der Donau

- Achsknick 22°



Dom Wiener Neustadt



Dom Wiener Neustadt

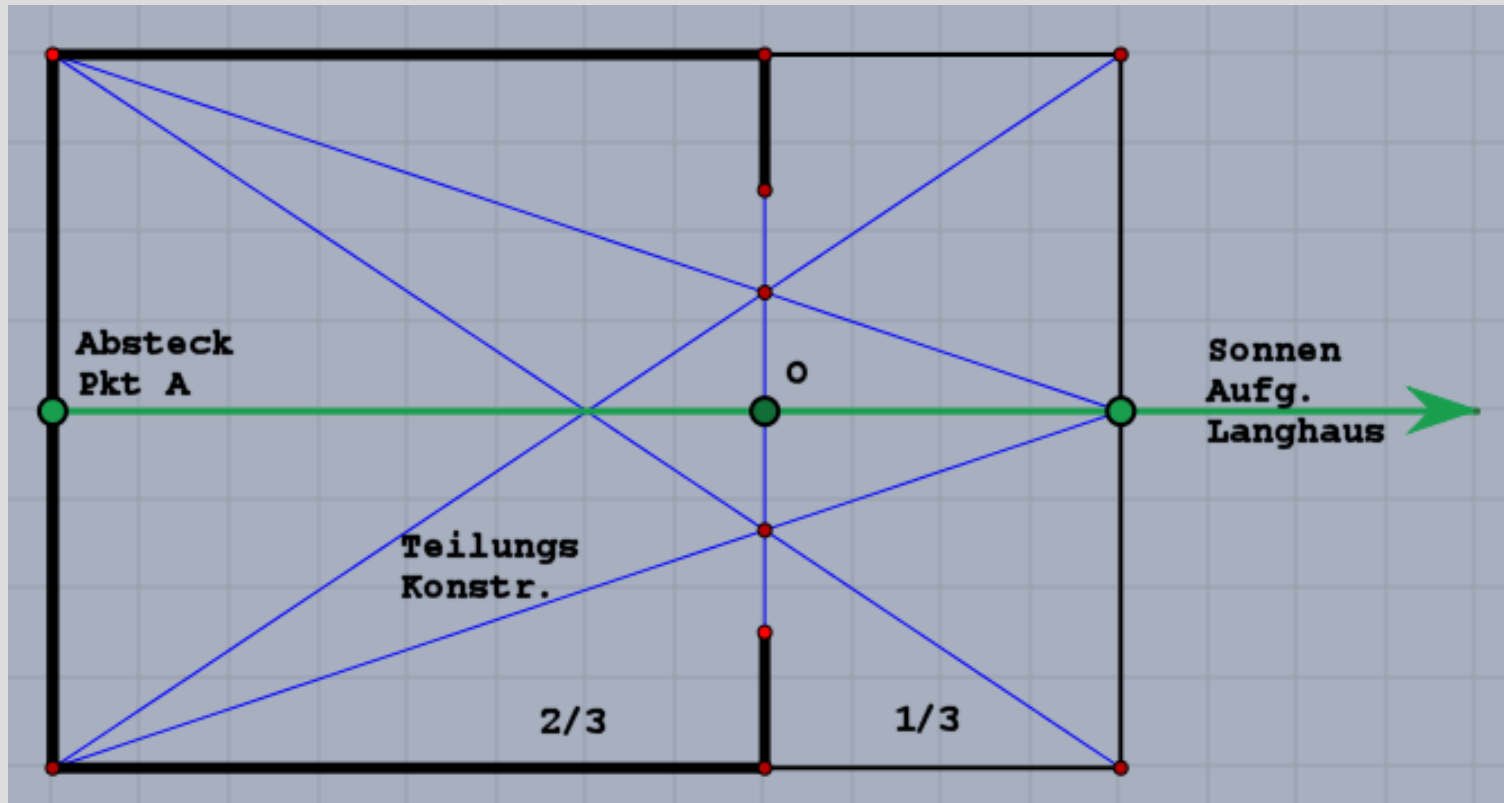


Einige Beispiele

- Wiener Neustadt 2.4°
24.5.1192 (Pfingsten; Kaiser Heinrich VI. belehnt Herzog Leopold V. mit der Steiermark, zu der WN gehörte) –
16.5.1193 (Pfingsten)
- Marchegg 1.5°
5.4.1268 (Gründonnerstag) – 8.4.1268 (Ostersonntag).
- Laa/Thaya 3°
15.4.1207 (Palmsonntag) – 22.4.1207 (Ostersonntag)

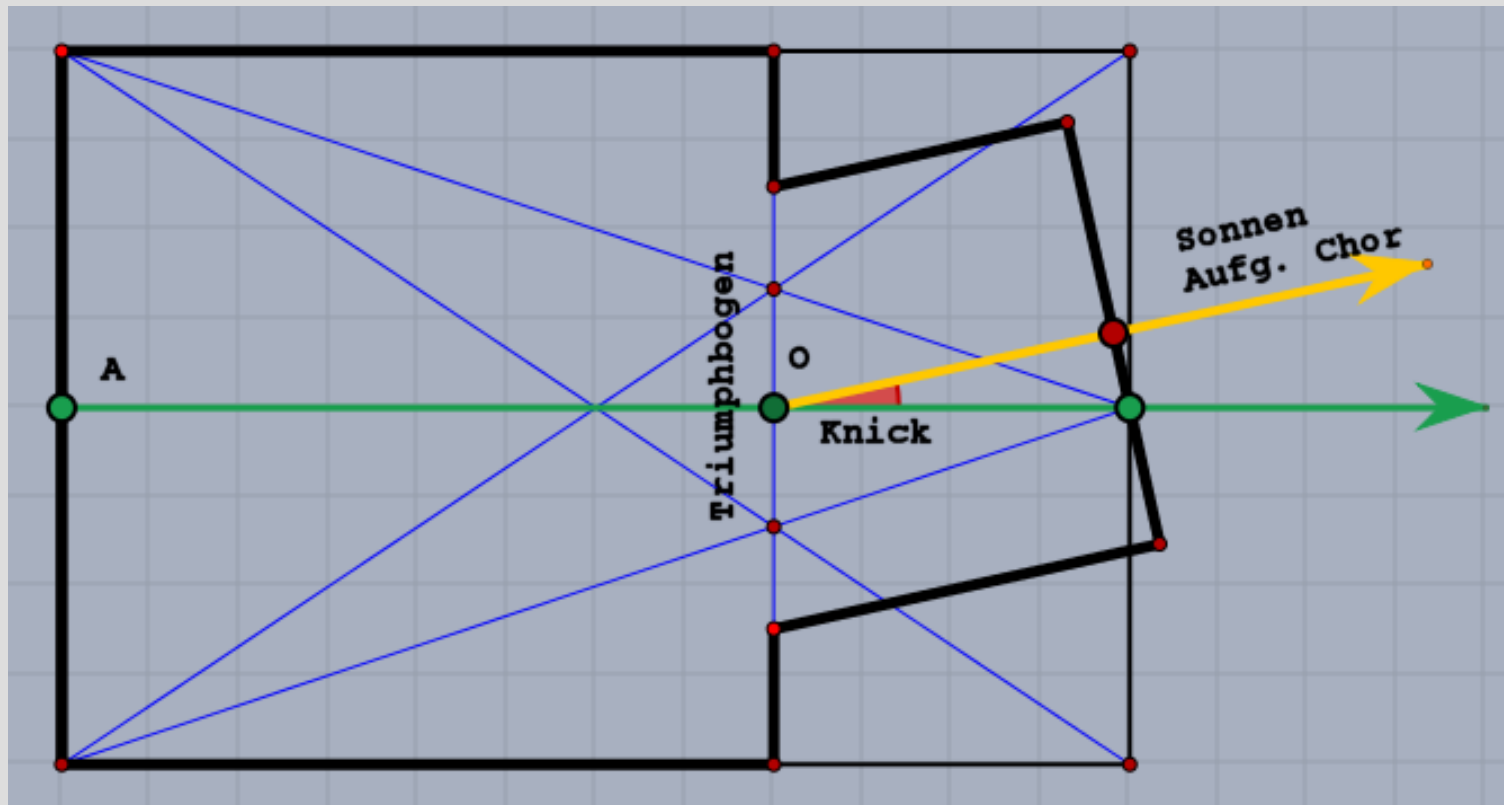
Absteckschema 1 (Reidinger)

- Langhausachse A (Westportal) O nach Sonnenaufgang
- Unterteilung für Chor nach Villard de Hounnecourt (13. Jh) und Hans Kayser



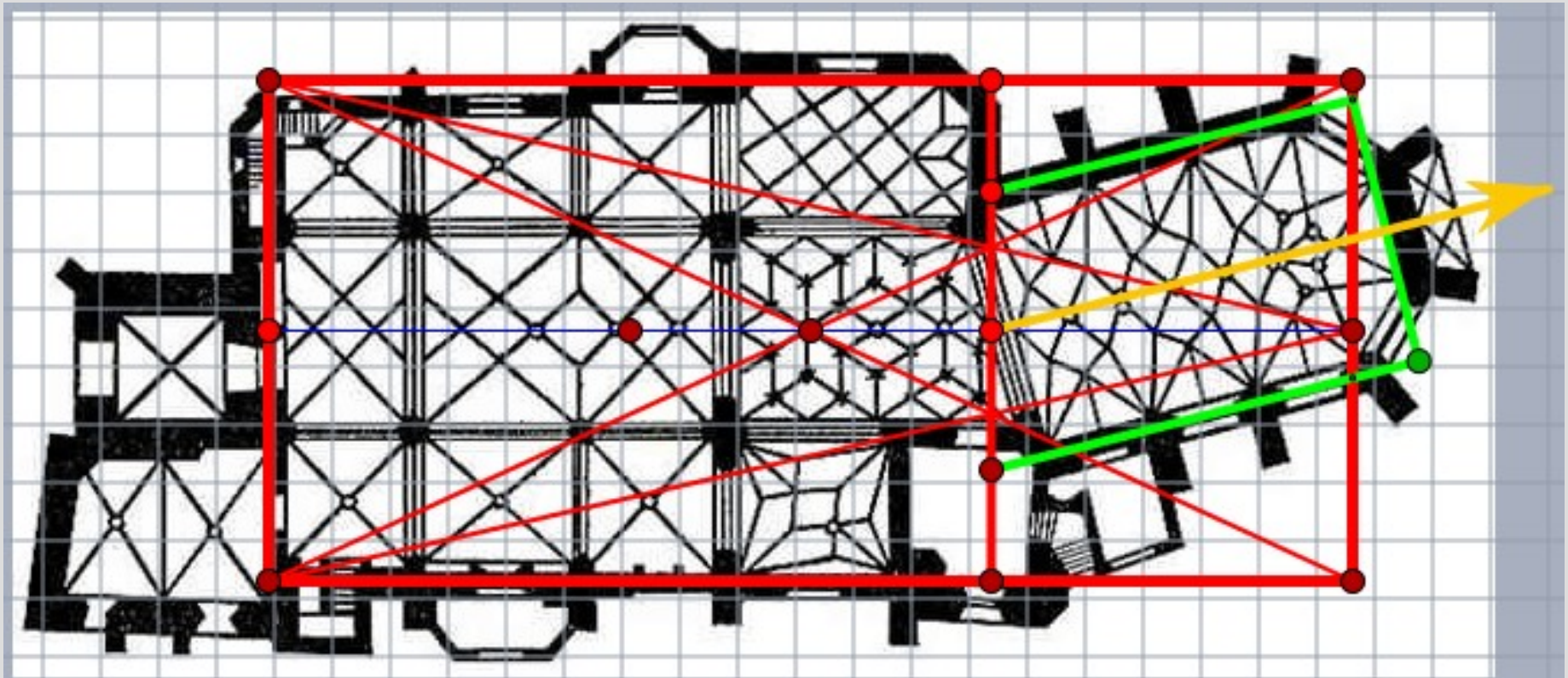
Absteckschema 2 (Reidinger)

- Ausrichtung der Chorachse von O aus (Triumphbogen) in Richtung Sonnenaufgang
- Knick wegen späterem Datum (höherer Festtag)



Spitz: Absteckschema

- Keine rechten Winkel – keine Parallelen vorhanden (Weingegend!!)
- trotzdem: halbwegs belastbares Schema



Griechische Stadtplanung

- System des ἵππόδαμος: rechtwinkelig kreuzende Straßen, die Parzellen für Wohnhäuser begrenzten (ca. 240-300m²)
- Hauptachse: Plateia (πλατεία), oft mit Säulengang, parallel dazu niederrangigere Straßen
- quer dazu die Stenopoï (Stenopos, στενωπός)
- Beispiel: Milet



Römische Stadtplanung

- Ebenso Hippodamisches System
- Cardo: Hauptachse, meist in N-S-Richtung (Sonnen-Auf- und Untergangsseite). C. maximus: Breite 20 Fuß=6m
- Decumanus Hauptachse in O-W-Richtung (Tag- und Nachthälfte),
D. maximus:
Breite 40 Fuß=12m

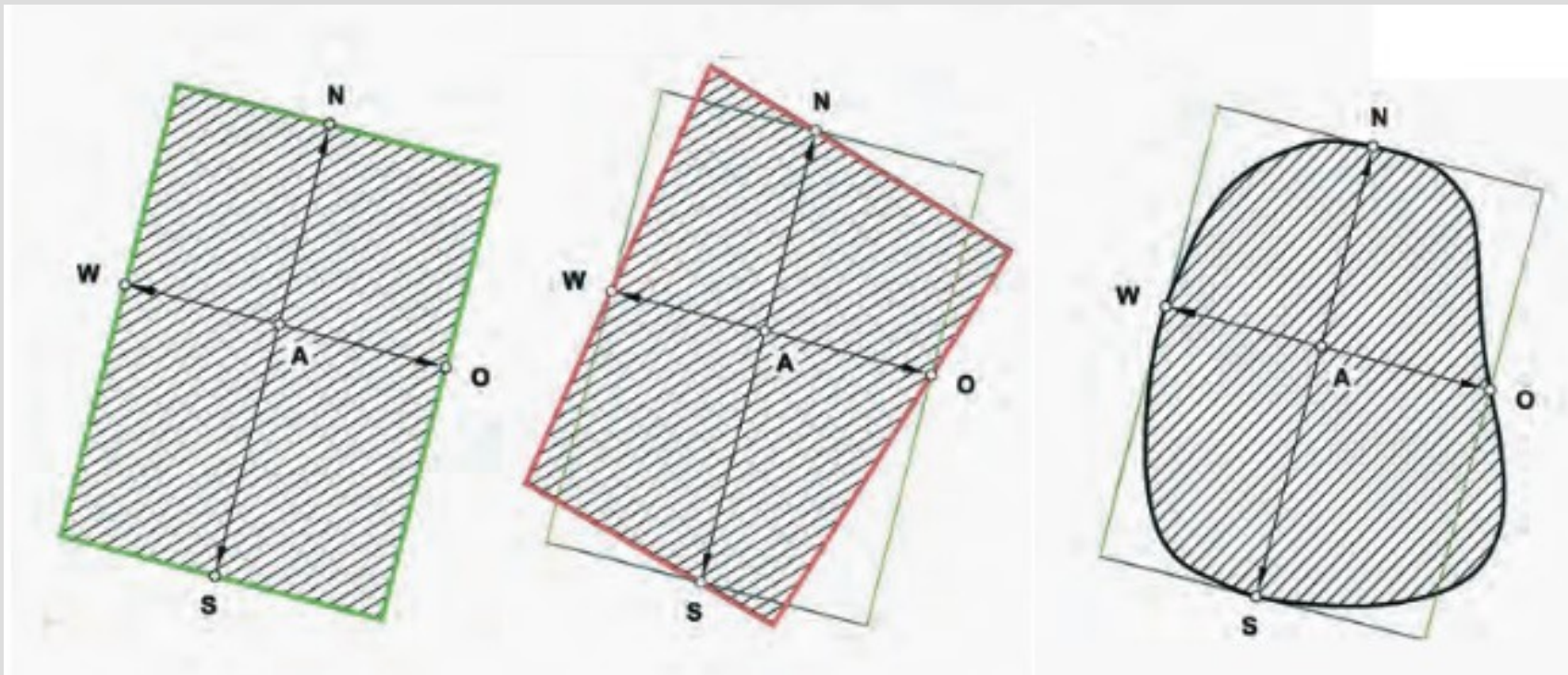


Stadtplanung im Mittelalter

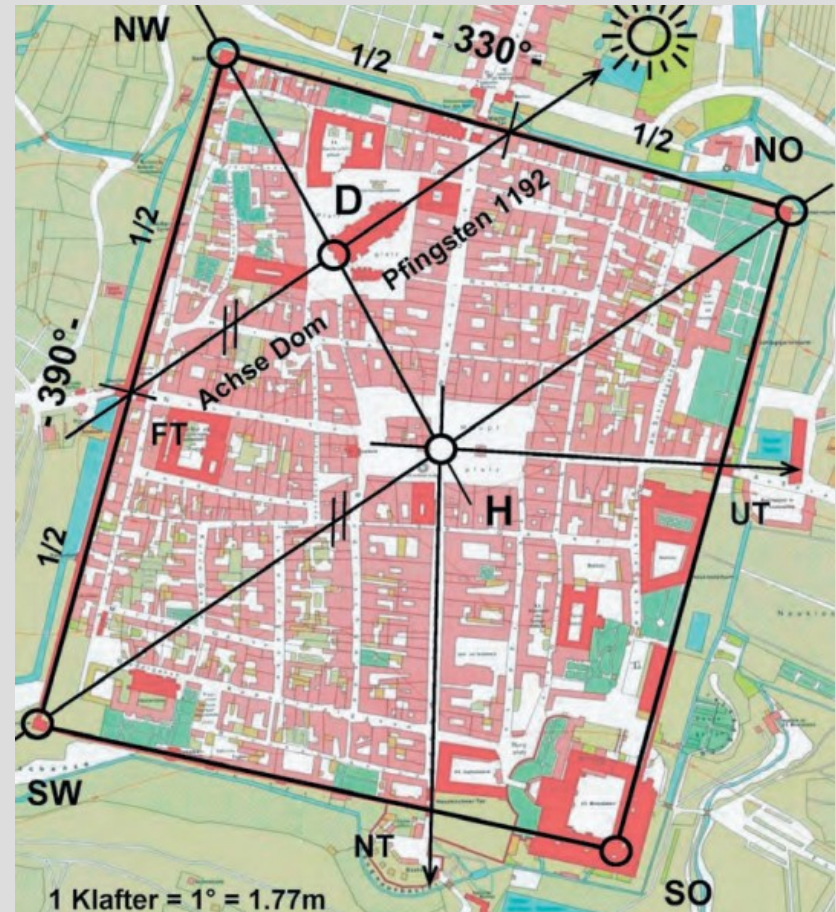
- Auswahl des Absteckpunktes (Ursprung eines rechtwinkligen KooSyst. als Basis z.B. für Hauptstraßen)
- Orientierung z.B. nach Sonnenaufgang (WN), nach Flußverlauf (Marchegg),
- Auftrag der Achsabschnitte (runde Klafterwerte) ⇒ Hauptpunkte, Grundrechteck
- Im Idealfall Stadtbegrenzung, meist Abweichungen ⇒ beliebiges 4e oder kurvige Begrenzung

Stadtplanung im Mittelalter

- Das KooSyst als Basis der Planung
- http://erwin-reidinger.heimat.eu/HP_Bilder/Stadtplanung_PDF.pdf

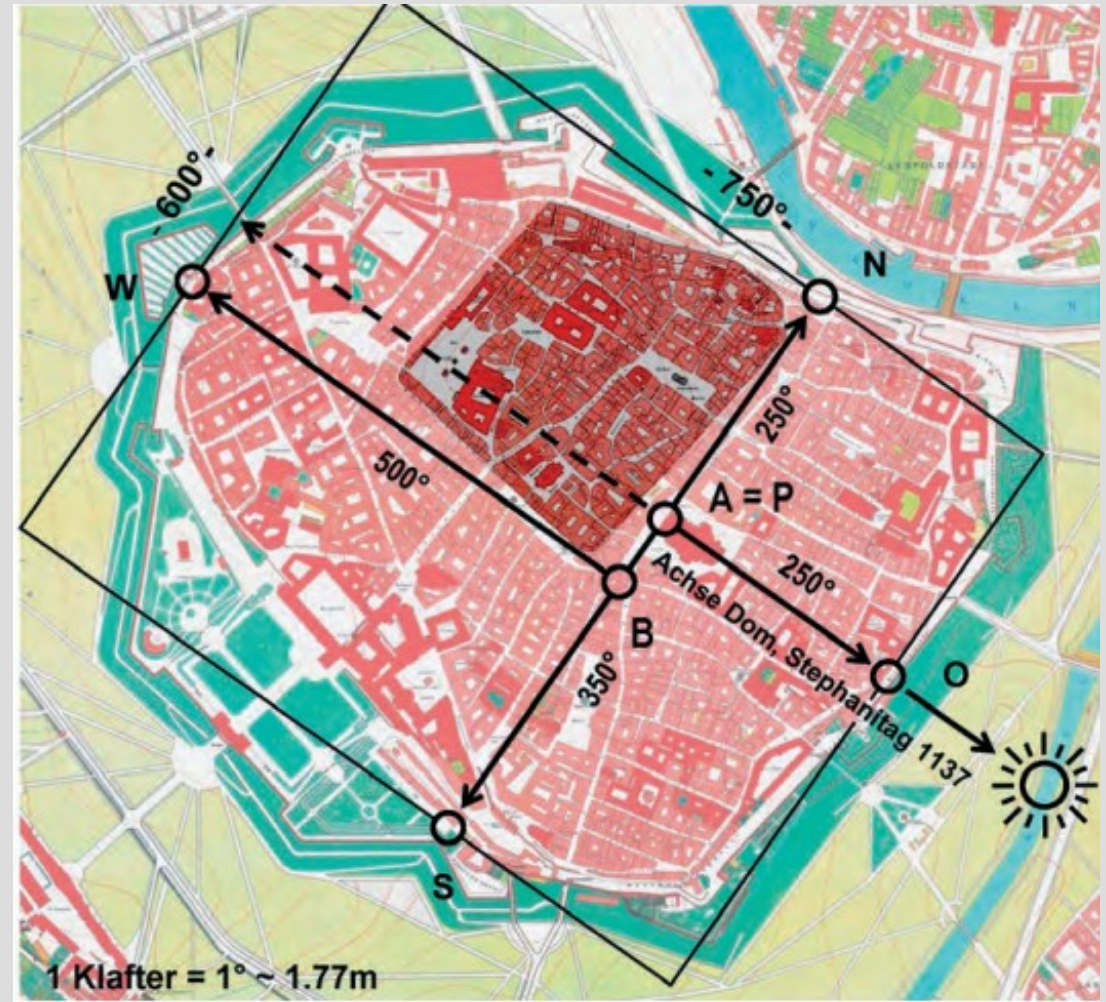


Marchegg, Wiener Neustadt



Wien

- Absteckpkt. Domportal
- 1. Achse Kärntnerstr. - Rotenturmstraße
- 2. Achse gesplittet: Graben (Visur wegen Römerstadt sonst nicht möglich)
- Orientierung der Stadterweiterung nach der Domachse

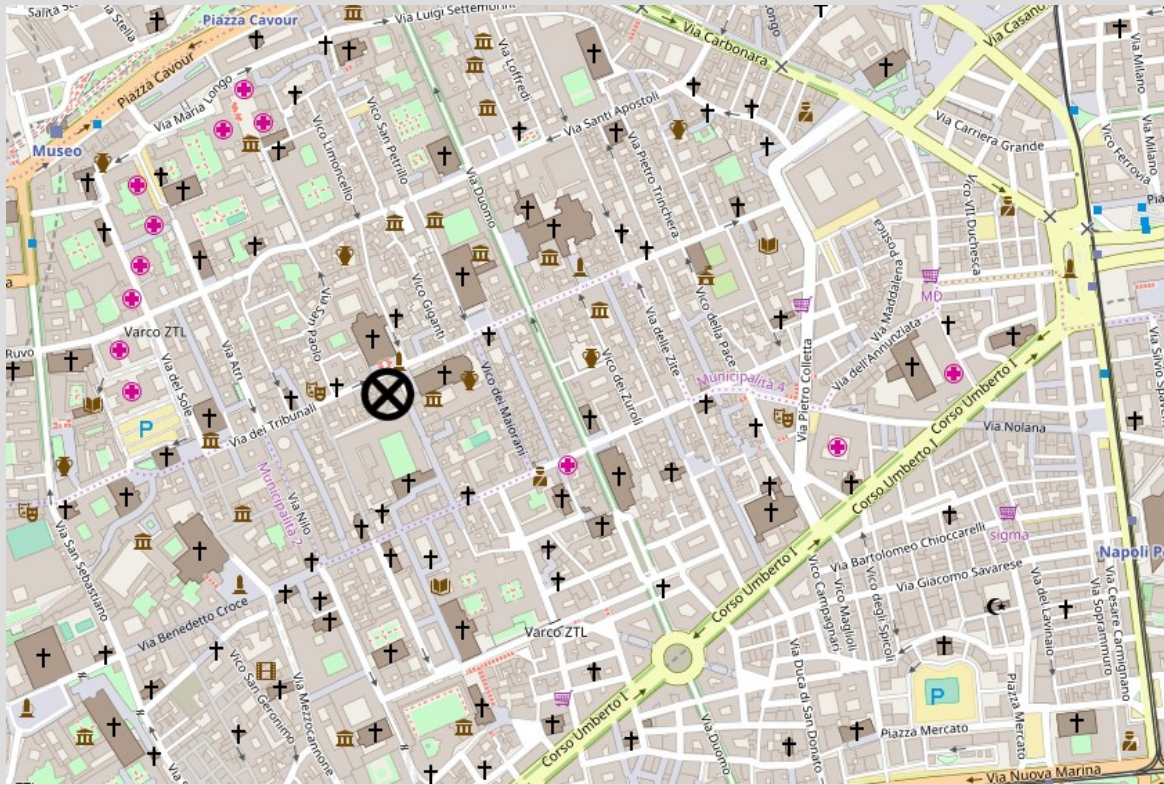


Bis heute



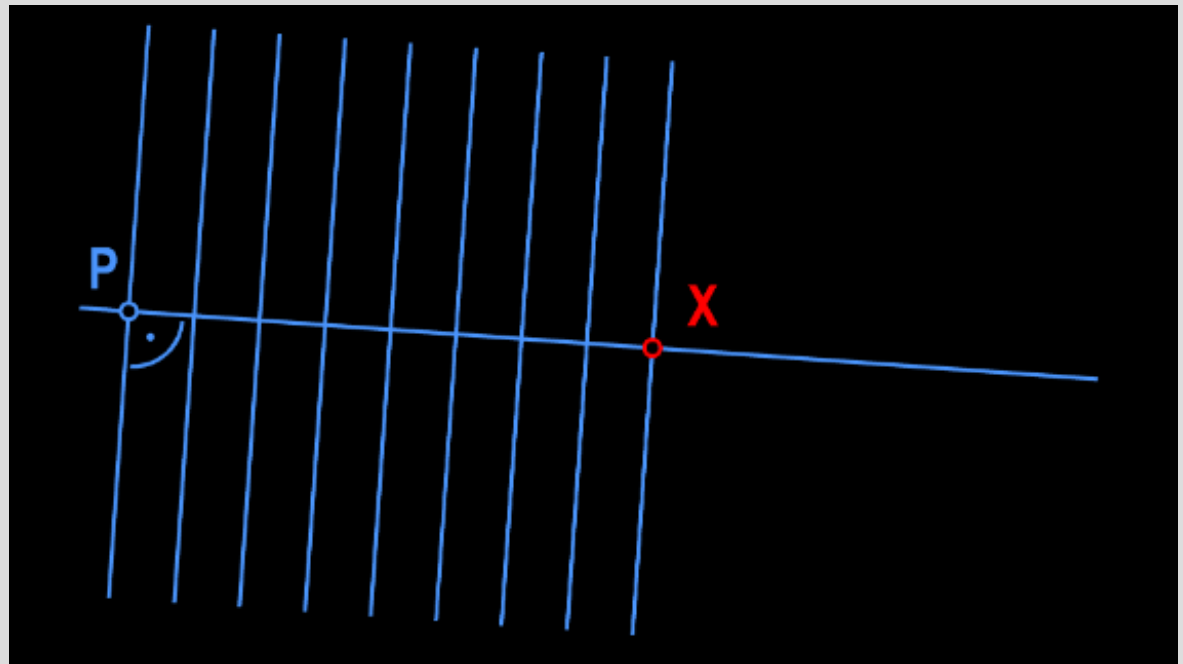
Neapel

- Plateiai/ Cardo: Via dei Tribunali / Santi Apostoli / Benedetto Croce
- Forum / Agora: Piazza San Gaetano



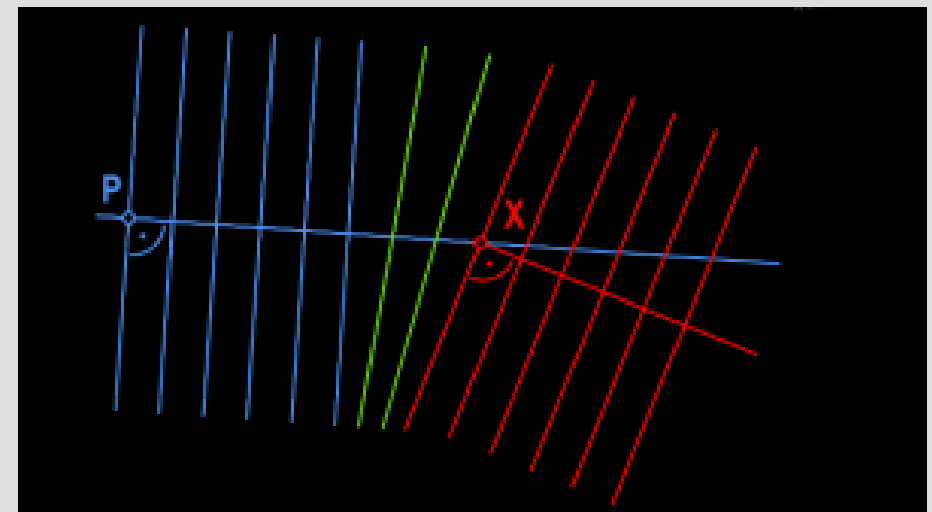
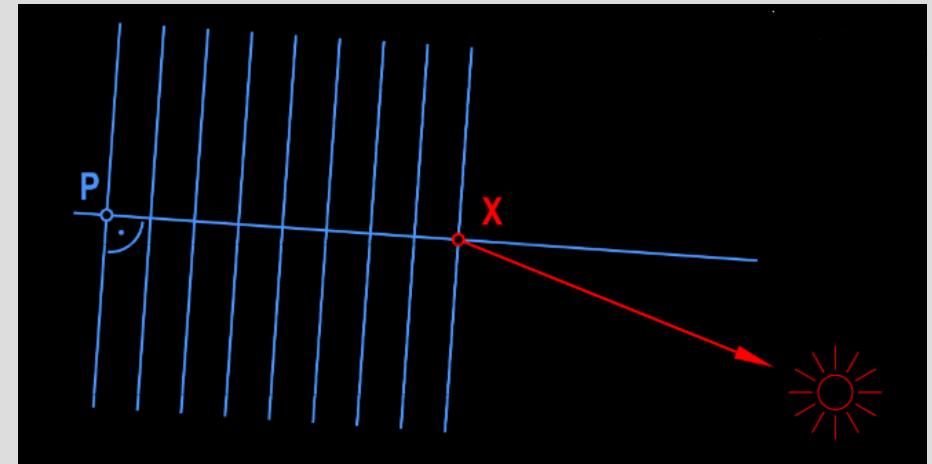
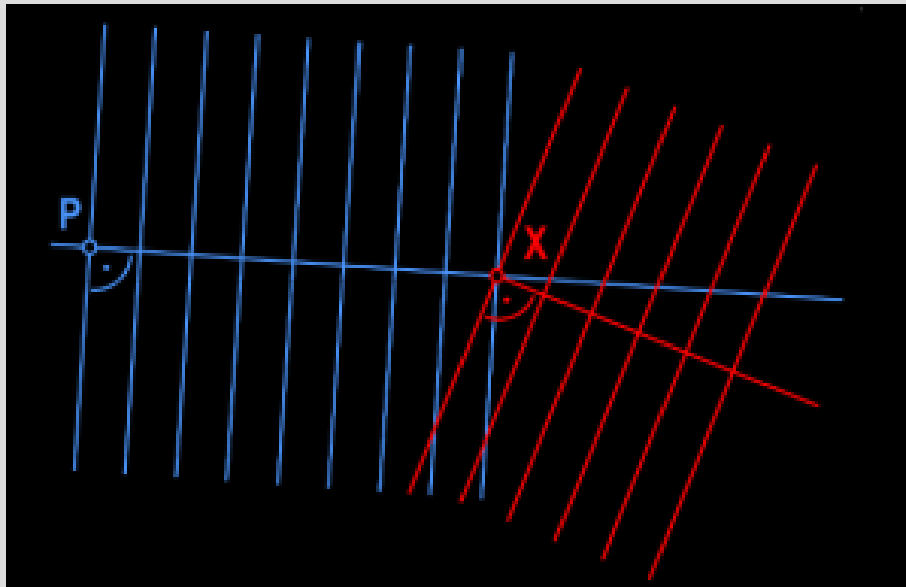
Kaiserdomb Speyer

- Absteckschema
Erwin Reidinger:
- Festlegung der
Langhausachse
(25.9.1027)
- Langhausjoche,
Knickpunkt



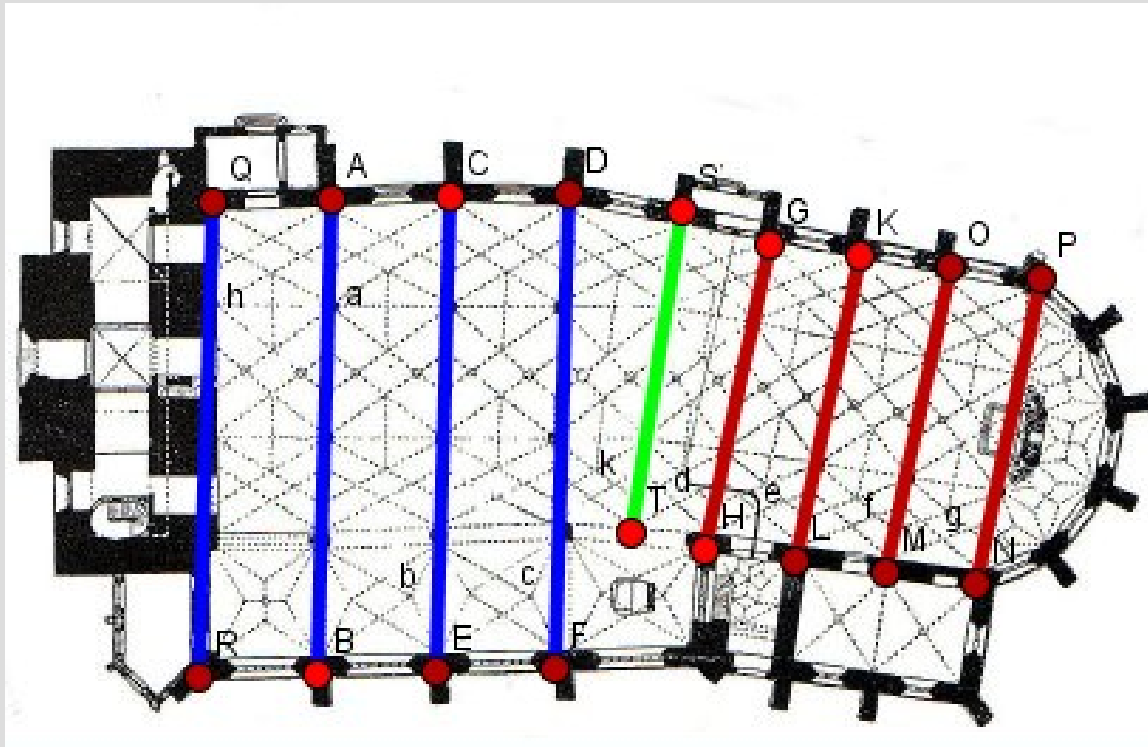
Kaiserdomb Speyer

- Orientierung Chor
29.9.1023: Erzengel Michael
- Absteckung Querhaus,
Chor
- Glättung des Überganges



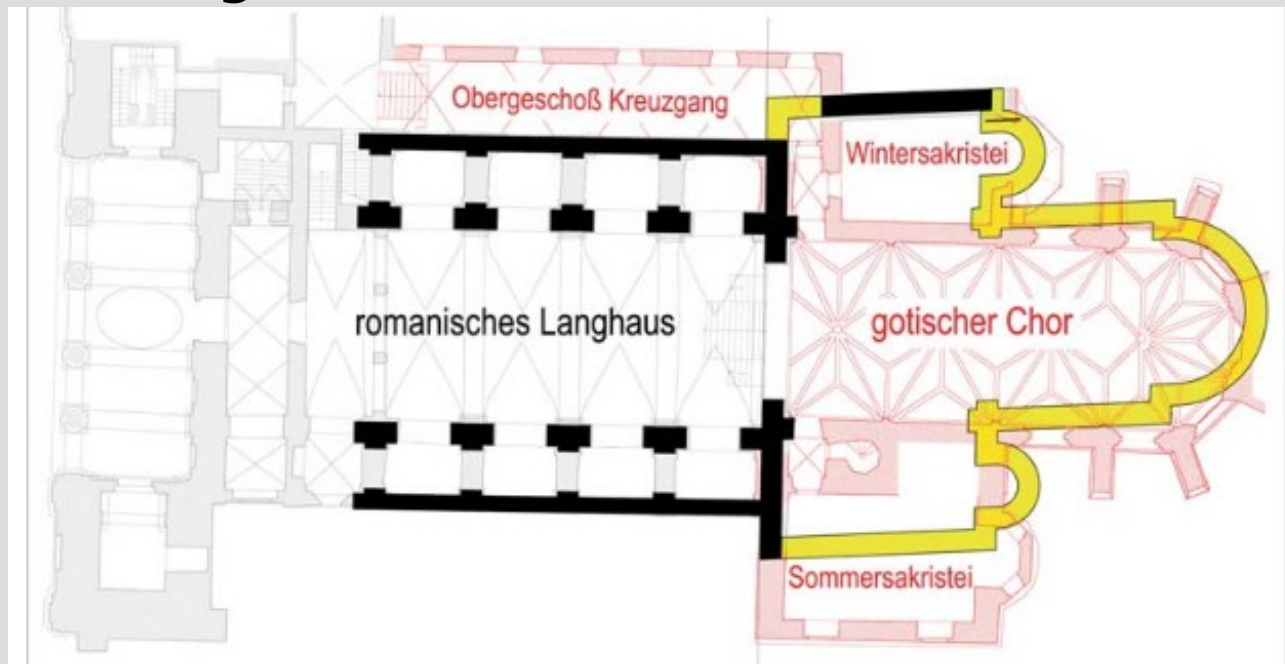
Weiteres Beispiel

- Dasselbe Verfahren in Bautzen ([Langhaus](#) – [Übergangsstück](#) - [Chor](#))



Stift Göttweig

- Baubeginn unbekannt
- Weihe des romanischen Baues (und damit mehr oder weniger Fertigstellung: 9.9.1083).
- Deutlicher Knick von über 3°, nur in den Fundamenten
- Beim gotischen Neubau wurde der Knick begradigt.



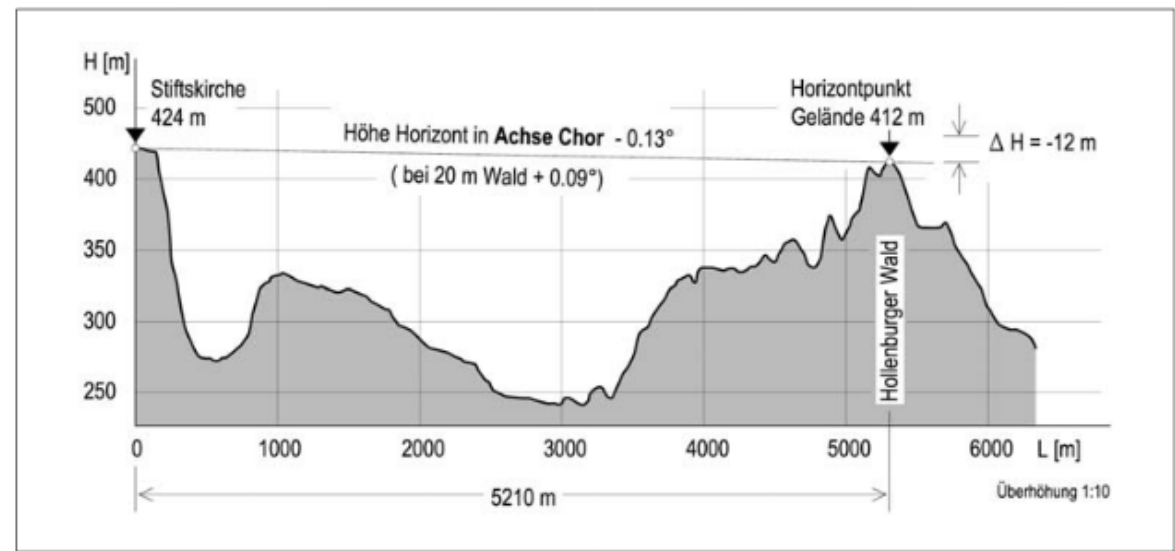
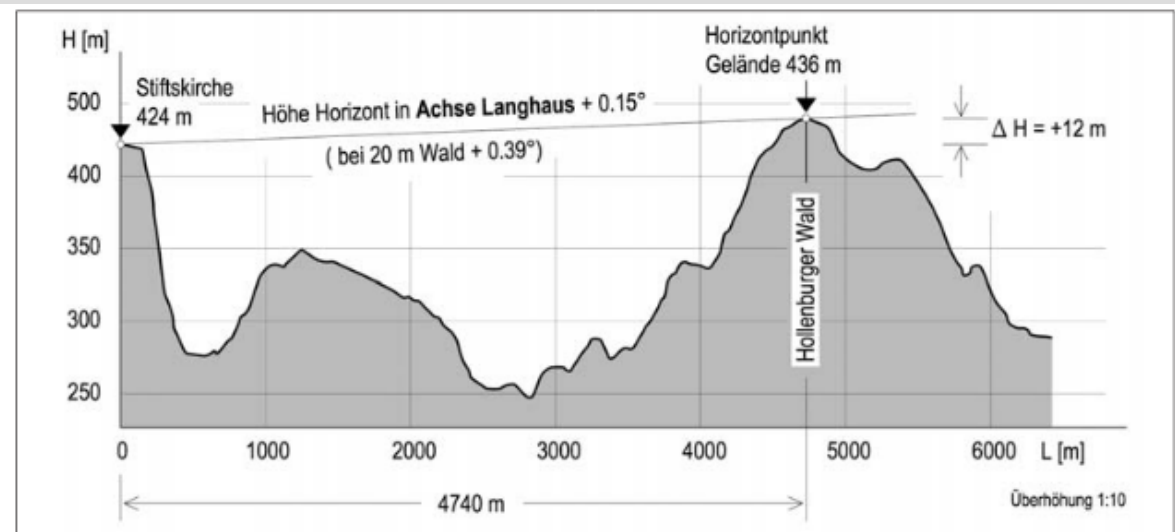
Stift Göttweig

- Beobachtung des Sonnenaufganges nur relativ zum „natürlichen“ (im Gegensatz zum „mathematischen“ Horizont
- d.h. Berge in der Umgebung müssen berücksichtigt werden



Stift Göttweig

- Längenprofile
Achse Langhaus
Achse Querhaus
- Azimut und Höhe
der Aufgangs-
punkte bekannt
- Datum berechnen
(2 Lösungen),
nicht aber das
Jahr



Genauere Eingrenzung

- Chorabweichung nach N \Rightarrow Datum vor der Sommer-SW
- Datum im März, Differenz fünf Tage.
- Rechnung ergibt: 13. und 18. März
- Jahr: nach 1065 (Regierungsantritt des Gründers, Bischof Altmann) und vor 1083
- Überprüfung auf besondere Tage liefert eindeutig 1072: Dienstag 13.3. und Sonntag 18.3.
- 4. Sonntag in der Fastenzeit, Mitt-Fasten, „Letare Hierusalem“, Jesaja (66,10), Psalm 121, damals ein Tag von hoher liturgischer Bedeutung
- http://erwin-reidinger.heimat.eu/HP_Bilder/Veroeffentlichung%20Goettweig.pdf