

Vorbereitung für das erste Faltmodell

Worum geht es?

Wir interessieren uns für die Dissection von Sir Henry E. Dudeney (1857 – 1930). Dies deshalb, weil sie vom gleichseitigen Dreieck ins Quadrat transformiert, und wir genau diese Flächen auch bei den Platonischen Körpern antreffen.

Zerlegungsgleichheit

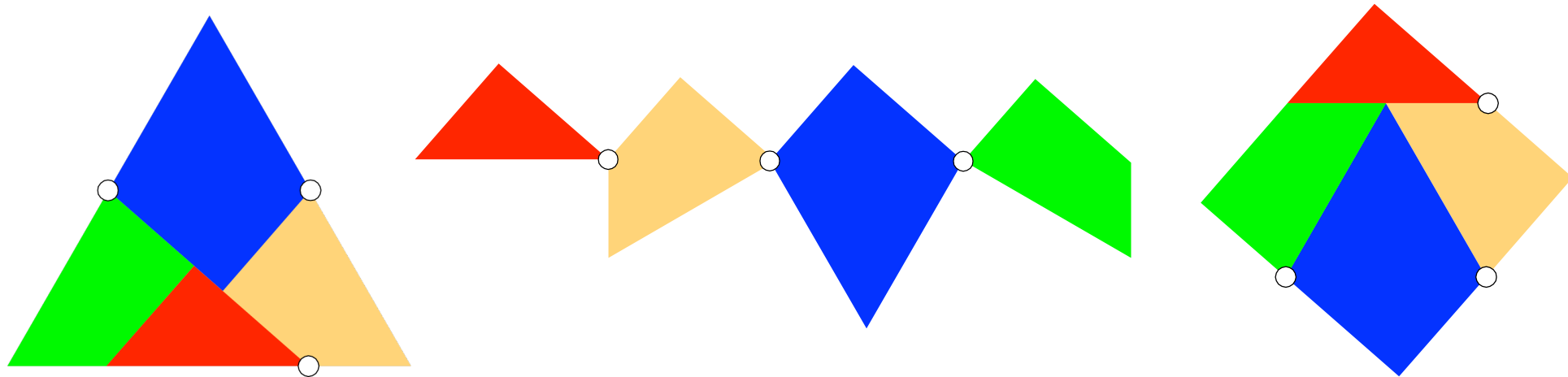


Abb. 1: Gemeinsame Zerlegung mit vier Teilen nach Dudeney

Wie kommt man auf diese Zerlegung?

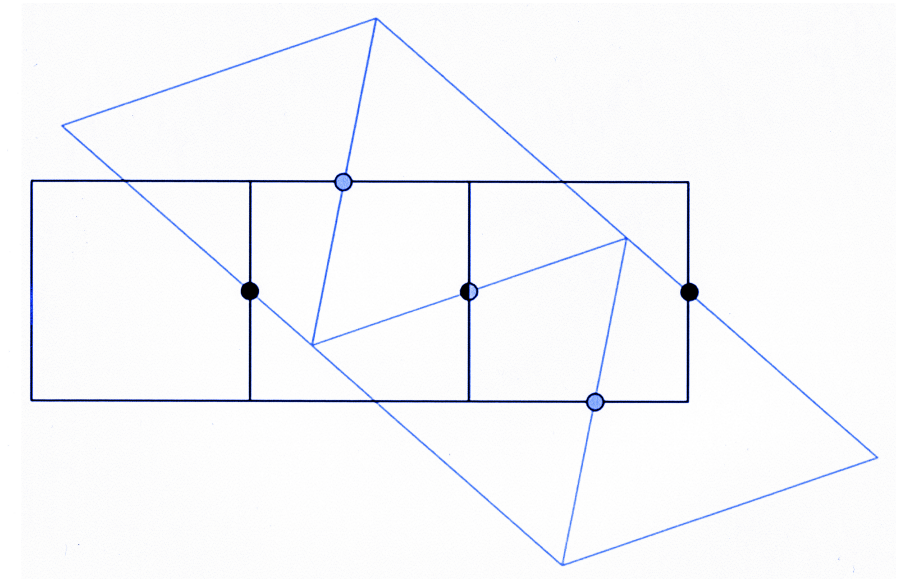
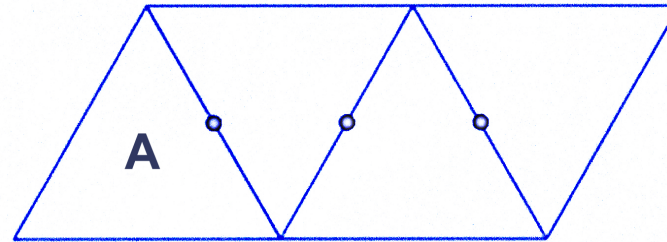
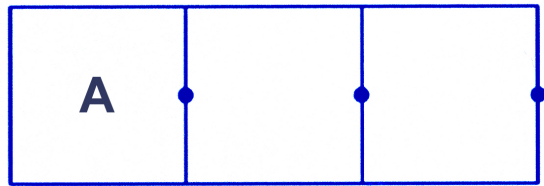


Abb. 2: T (Trapez) - Streifen - Methode

Allein mit dem Wissen, dass beide Flächen gleich groß sein müssen, können wir nun sämtliche Längen und Winkel berechnen, welche für die Konstruktion von Dudeney's Zerlegung notwendig sind.

Bezeichnungen und Daten

Wir setzen den gemeinsamen Flächeninhalt 1.
Das Quadrat (Abb. 3) hat also die Seitenlänge $a = 1$.
Für die Seitenlänge s des gleichseitigen Dreiecks ergibt sich aus dem Flächeninhalt 1:

$$s = 2/\sqrt[4]{3} \approx 1.5196713713 \quad (1)$$

$$A = 1 = s^2 * \sqrt{3}/4 \Rightarrow s^2 = 4/\sqrt{3} \Rightarrow s = 2/\sqrt[4]{3}$$

Für $s/2$, die in der Abbildung 2 mehrfach erscheint, daher:

$$s/2 = 1/\sqrt[4]{3} \approx 0.7598356856 \quad (2)$$

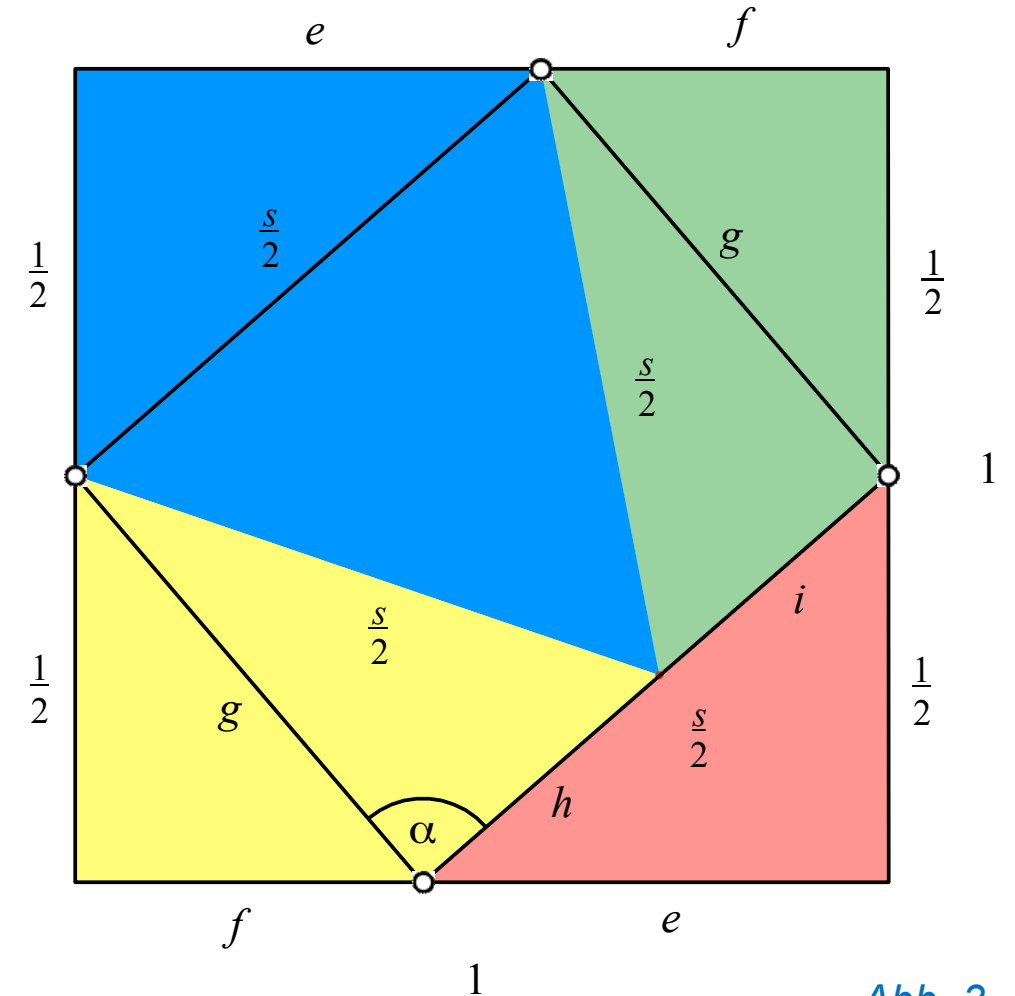


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Weiter ist:

$$e = \sqrt{[(s/2)^2 - (1/2)^2]} = \sqrt{[1/\sqrt{3} - 1/4]} \approx 0.5721453217 \quad (3)$$

$$f = 1 - e \approx 0.4278546782 \quad (4)$$

$$g = \sqrt{[f^2 + (1/2)^2]} \approx 0.6580726599 \quad (5)$$

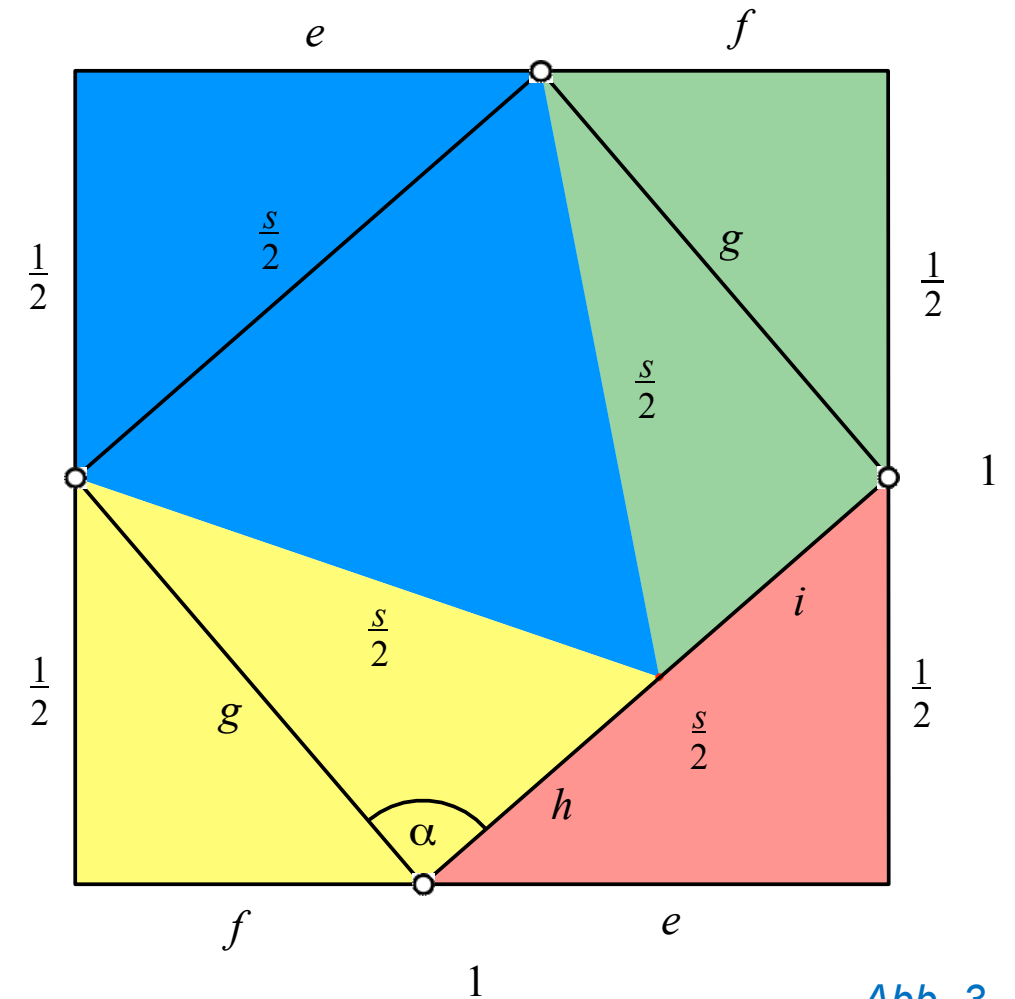


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Das schwarz eingezeichnete Viereck ist ein Parallelogramm.
Sein spitzer Winkel ist:

$$\alpha = 180^\circ - \arctan[1/(2e)] - \arctan[1/(2f)] \approx$$

$$89.4035784945^\circ$$

$$\tan \alpha_1 = 1/2f \Rightarrow \alpha_1 = \arctan(1/2f)$$

$$\tan \alpha_2 = 1/2e \Rightarrow \alpha_2 = \arctan(1/2e)$$

Das Parallelogramm ist also kein Rechteck!

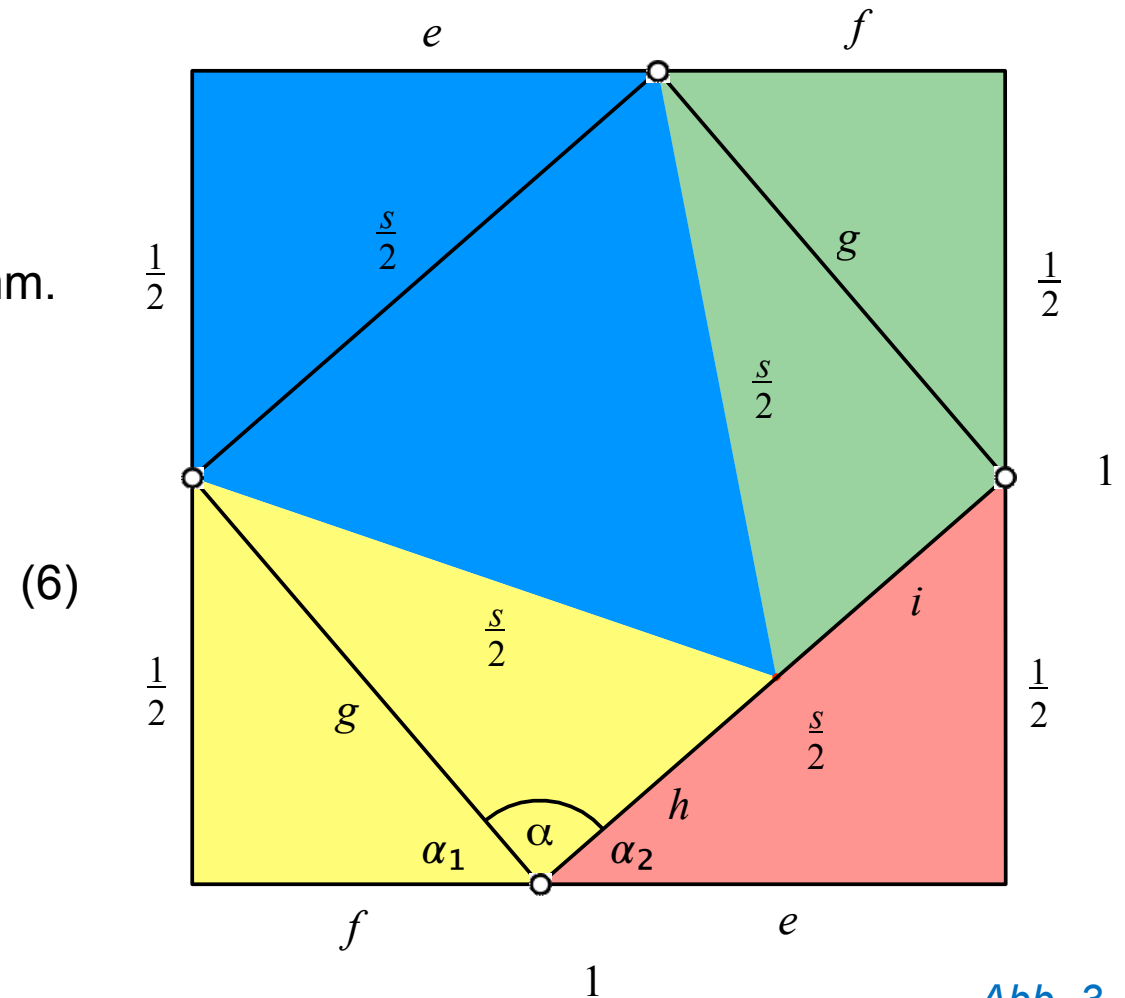


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Weiter ist:

$$h = s/4 + g \times \cos(\alpha) \approx 0.3867679389 \quad (7)$$

und

$$i = s/4 - g \times \cos(\alpha) \approx 0.3730677466 \quad (8)$$

(7) & (8) ergeben in Summe (2).

Damit sind die vier Teile der Zerlegung konstruierbar.

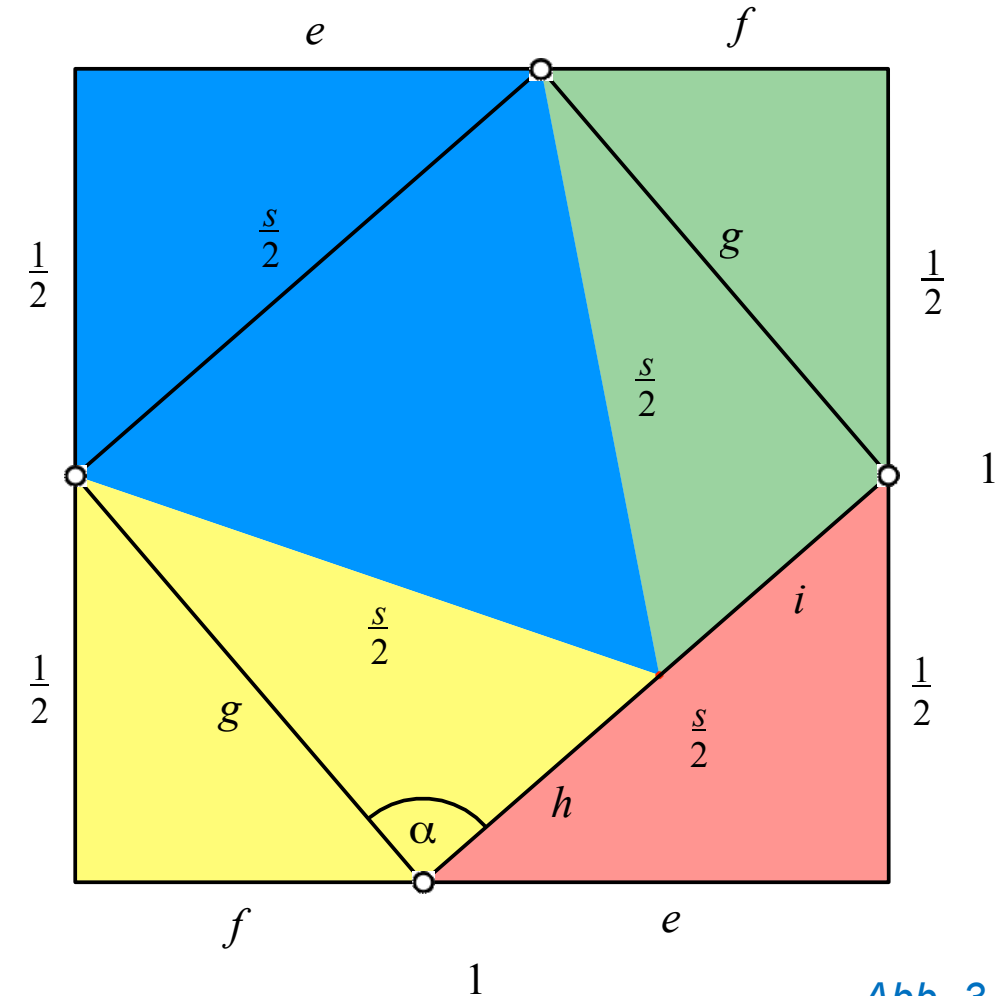


Abb. 3

Vortrag

Neuheit: Ein Gelenkmodell welches alle Teile verbindet

Die Abbildung 4 zeigt das klassische Verfahren. An drei der vier Ecken des Parallelogramms denken wir uns ein Gelenkscharnier. Die vierte Ecke bleibt offen. Nun werden die vier Seiten des Parallelogramms zunächst auf eine Gerade gezogen und anschließend anders herum wieder zum Parallelogramm geschlossen.

Nachteil: System nicht geschlossen, zerbrechlich

In Abb. 5) sehen wir das neue Verfahren. Wir haben bei unserem Modell ein weiteres Gelenk hinzugefügt, wodurch wir einen geschlossenen Zyklus erhalten. Die vier Gelenke bilden das Parallelogramm welches wir eingangs besprochen haben.

Neuheit: Ein Gelenkmodell, das alle Teile verbindet !

Bisher:
Dudeney's Zerlegung beruht auf 3 Gelenken

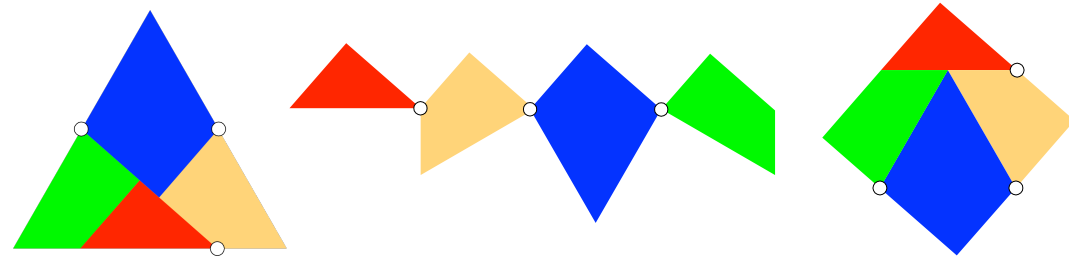


Abb. 4: Klassisches Verfahren

NEU:
Unsere Zerlegung beruht auf 4 Gelenken

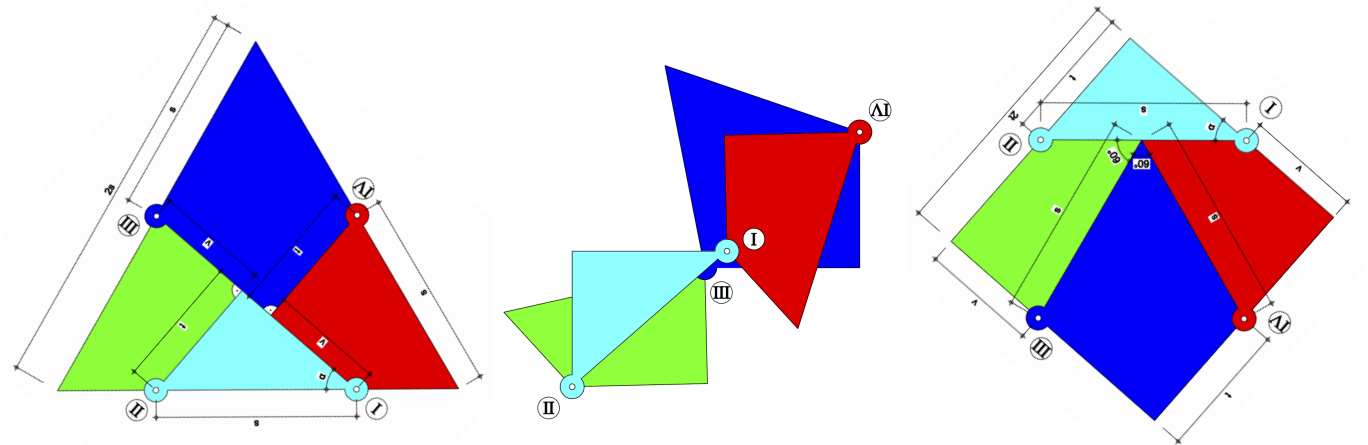


Abb.5: Parallelogramm Gelenkmodell