

# Geometrie in der 3D-Technik

H. Pottmann  
Institut für Geometrie  
TU Wien

Aktuelle Forschungsgebiete in denen  
die Geometrie eine wichtige Rolle spielt

- Computer Aided Geometric Design
- Geometric Modelling
- Robotics
- Computer Vision
- Scientific Visualization



Ein Blatt Papier wird zu  
einer Schulterfläche gebogen

## 3D Photographie



Geometr.  
Forschung

Registrierung  
Flächenrekonstruktion  
Positionierung

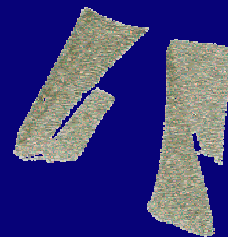


**3D-Laserscanner**  
(Hand, ..., Flugzeug)

**3D-Drucker**  
(Prototyp, ..., Kleinserie)



3D Scannen



CAD Modell  
Rekonstruktion

**3D Photographie**  
„Wiener Trio“

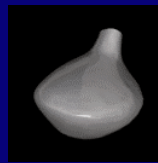


3D Drucken

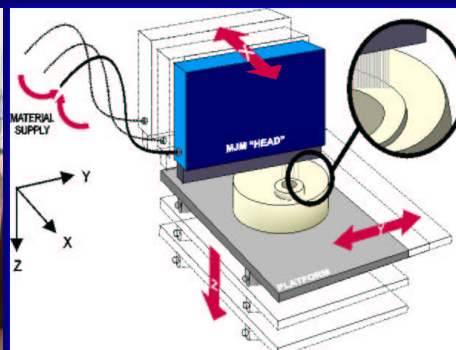


## 3D Laserscanner von Minolta

- Golf Club
- Original size: 10 x 8 x 8 cm
- Polygons: 137068
- Scans: 8



## 3D Drucker von 3D Systems



## 3D Photographie "Kopf"

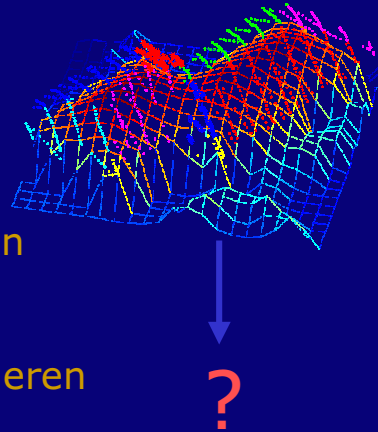


## Geometrische Methoden der 3D Technik

- Flächenrückführung
- Industrielle Inspektion
- 3D Ultraschall Bildverarbeitung
- Aktive Kurven und Flächen

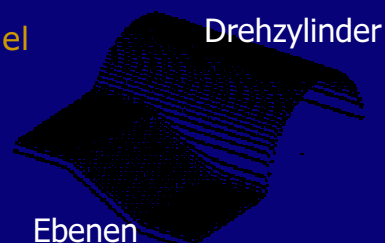
## Flächenrückführung

- Mithilfe von CAD/CAM Systemen werden technische Objekte designed und gefertigt
- Umgekehrt möchte man von Objekten exakte Computermodelle automatisch rekonstruieren



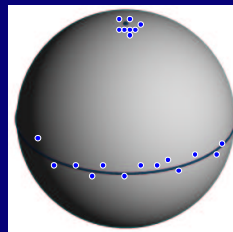
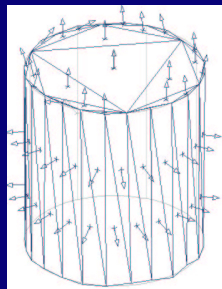
## Flächenrückführung

- Um ein exaktes CAD-Modell aus einer Punktwolke zu rekonstruieren ist die automatische Detektion von einfachen Flächenklassen wichtig
  - Ebenen
  - Drehzylinder, Drehkegel
  - Kugeln
  - Tori
  - Drehflächen
  - Schraubflächen



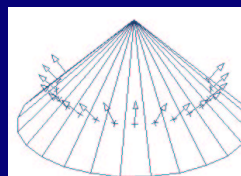
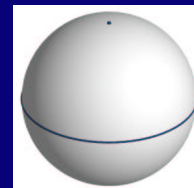
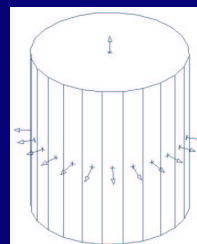
## Detektion einfacher Flächenklassen

- Verwende z.B. das Gaußsche Bild der Fläche oder einer Triangulierung



## Detektion einfacher Flächenklassen

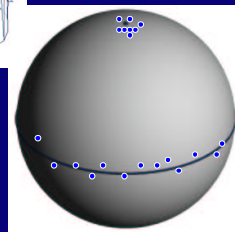
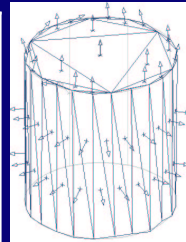
Fläche	Gaußsches Bild
Ebene	Punkt
Drehzylinder	Großkreis
Drehkegel	Kleinkreis
Kugel	ganze Kugel



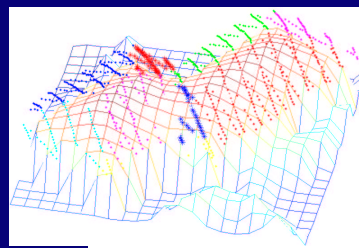
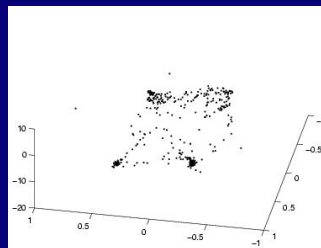
## Detektion einfacher Flächenklassen

- Untersuche das Gaußsche Bild einer triangulierten Punktwolke auf spezielle Cluster

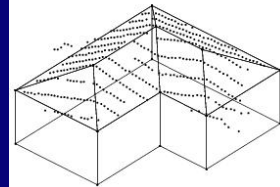
triangulierte Punktwolke	Gaußsches Bild
ebener Bereich	Punktcluster
zylindrischer Bereich	kurvenförmiger Cluster längs eines Großkreises
kegelförmiger Bereich	kurvenförmiger Cluster längs eines Kleinkreises



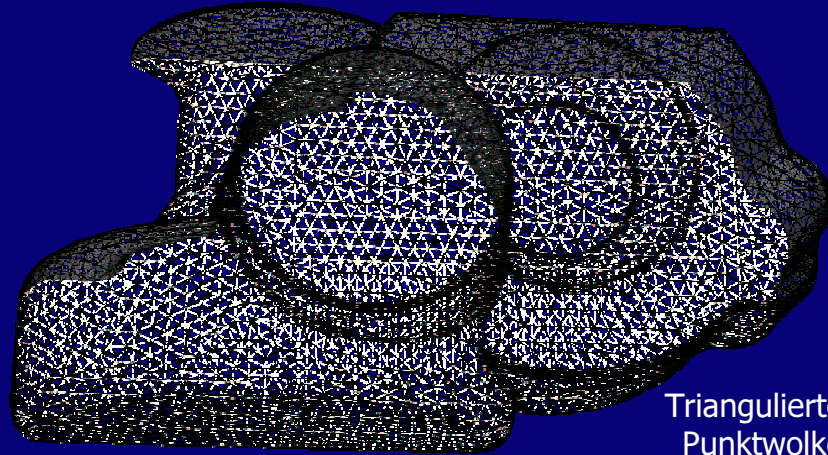
## Erkennen von Dachflächen in Laserscanner- Daten (ACV)



- Lokale Ausgleichsebenen
- Distanz und Clustering im Raum der Ebenen

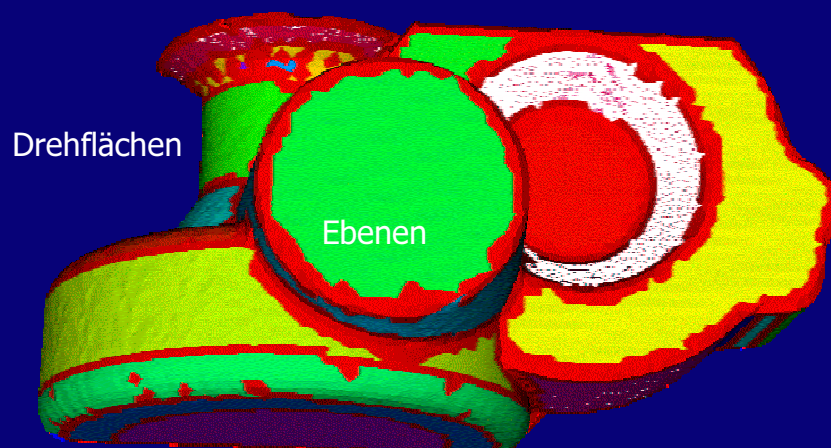


## Reverse Engineering Software CADMUS



Triangulierte  
Punktwolke

## Reverse Engineering Software CADMUS

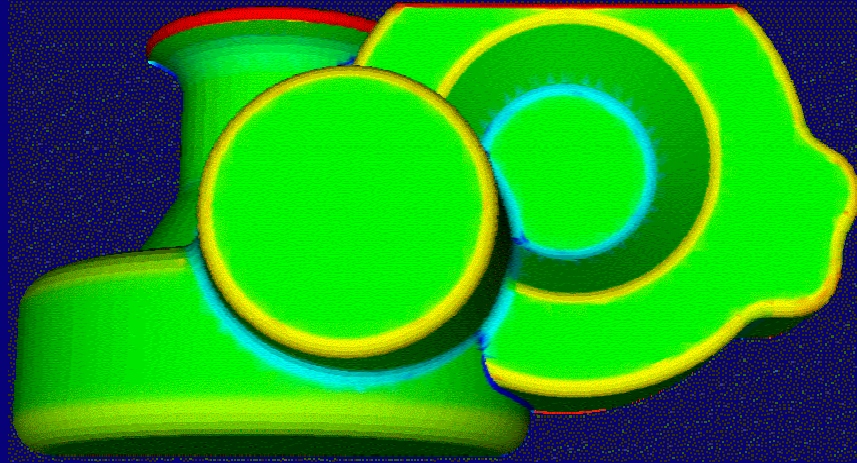


Drehflächen

Ebenen



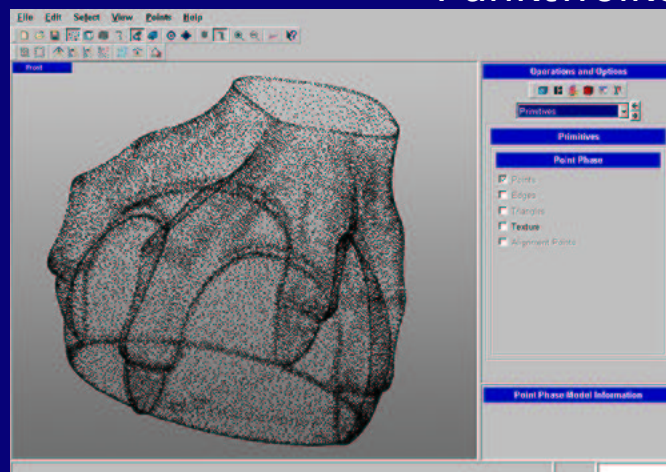
# Reverse Engineering Software CADMUS



[www.geometrie.tuwien.ac.at](http://www.geometrie.tuwien.ac.at)

17

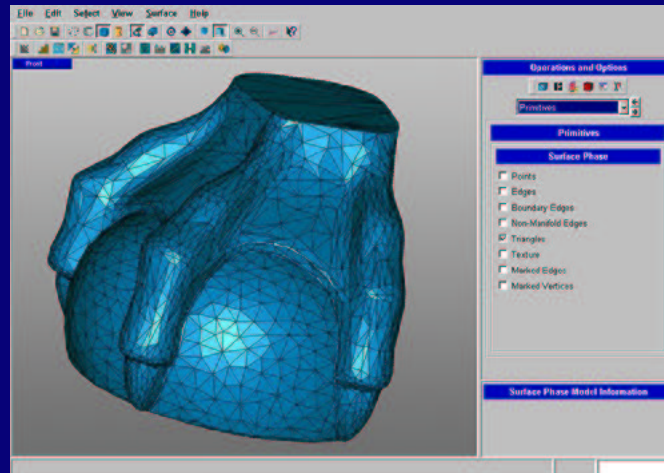
## Punktwolke



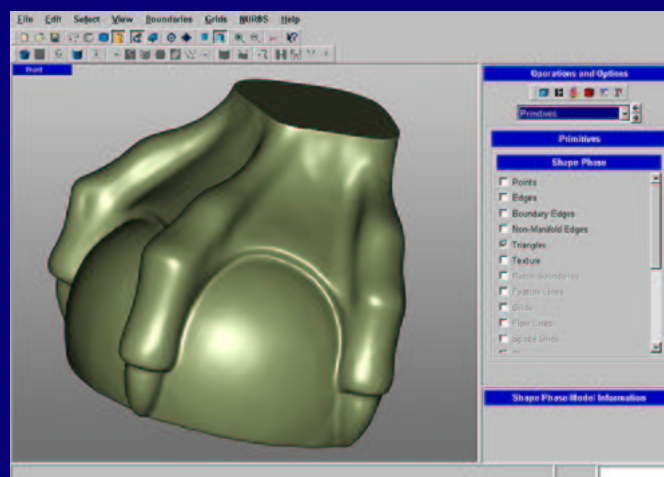
[www.geometrie.tuwien.ac.at](http://www.geometrie.tuwien.ac.at)

18

## Triangulierung

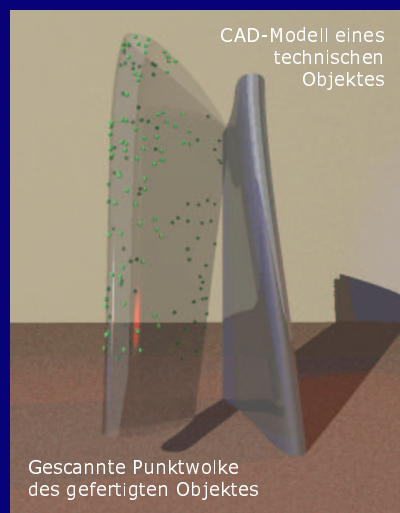


## CAD Modell



## Geometrische Methoden der 3D Technik

- Flächenrückführung
- Industrielle Inspektion
- 3D Ultraschall Bildverarbeitung
- Aktive Kurven und Flächen



### 3D Inspektion

- Modellierung eines Objektes mit CAD
- Industrielle Fertigung
- Qualitätskontrolle = Vergleich mit CAD-Modell
- Visualisierung und Klassifikation der Abweichungen

## Einparametrische Bewegungen mit konstantem Geschwindigkeitsvektorfeld

- Schiebung mit konstanter Geschwindigkeit
- Uniforme Drehung um eine Achse
- Uniforme Schraubung
- Das Geschwindigkeitsvektorfeld (die infinitesimale Bewegung) mit der Darstellung  $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{c}} + \mathbf{c} \times \mathbf{x}$  ist zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch das Paar  $\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}}$  eindeutig festgelegt und stimmt mit der Bewegung bis zur ersten Ordnung überein

## Registrierung mit Momentankinematik

$\mathbf{x}_i$  ... Datenpunkte

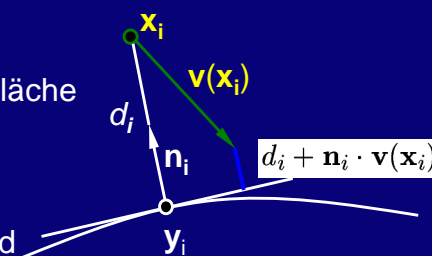
Bestimme Distanz  $d_i$  zur Fläche und Flächennormale  $\mathbf{n}_i$  im Lotfußpunkt  $\mathbf{y}_i$ .

Geschwindigkeitsvektorfeld  $\mathbf{v}(\mathbf{x}_i)$  einer einparametrischen Bewegung

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{c}} + \mathbf{c} \times \mathbf{x}$$

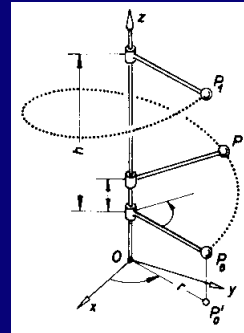
minimiere  $\sum (d_i + \mathbf{n}_i(\bar{\mathbf{c}} + \mathbf{c} \times \mathbf{x}_i))^2$

quadratisch in Unbekannten  $\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}}$



## Registrierung mit Momentankinematik

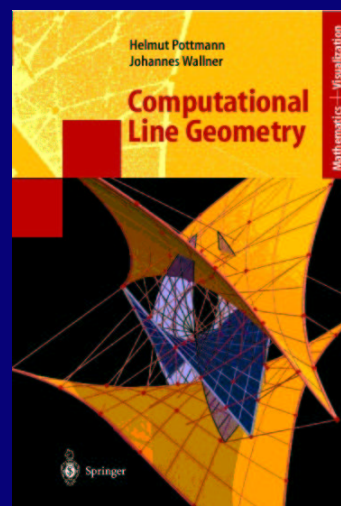
- Transformation  $\mathbf{x}_i$  to  $\mathbf{x}_i + \mathbf{v}(\mathbf{x}_i)$  ist eine affine Abbildung und keine Euklidische Transformation
- $\Rightarrow$  verwende die einparametrische Schraubung die durch das Geschwindigkeits-Vektorfeld eindeutig bestimmt ist



## Achse und Parameter einer Schraubung

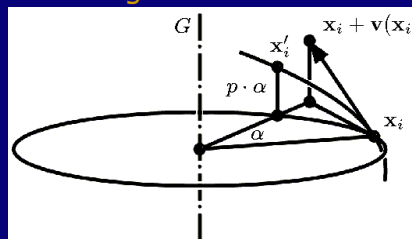
- Aus dem linearen Geschwindigkeits-Vektorfeld konstruieren wir die **Achse** und den **Parameter** jener **Schraubung**, welche dasselbe Geschwindigkeits-Vektorfeld besitzt:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{c}}{\|\mathbf{c}\|}, \quad \bar{\mathbf{a}} = \frac{\bar{\mathbf{c}} - p\mathbf{c}}{\|\mathbf{c}\|}, \quad p = \frac{\mathbf{c} \cdot \bar{\mathbf{c}}}{\mathbf{c}^2}$$



## Registrierung mit Momentankinematik

- Anwendung einer Drehung um die Schraubachse durch einen Winkel von  $\alpha = \arctan(|\mathbf{c}|)$  und eine Schiebung parallel zu dieser Achse um die Distanz  $p\alpha$  bringt die Punkte  $\mathbf{x}_i$  nahe an die Endpunkte der Vektoren  $\mathbf{x}_i + \mathbf{v}(\mathbf{x}_i)$  welche in der Minimierung verwendet wurden
- Iteration  $\rightarrow$  konvergiert zu einem lokalen Minimum



## Geometrische Methoden der 3D Technik

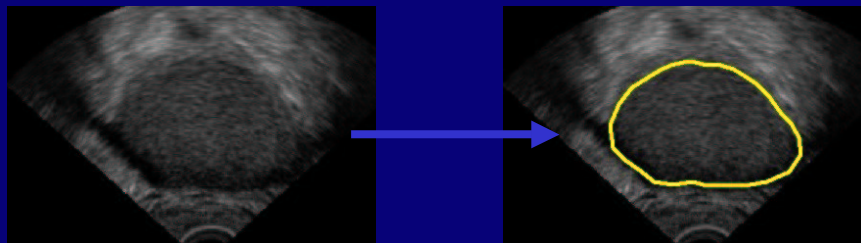
- Flächenrückführung
- Industrielle Inspektion
- 3D Ultraschall Bildverarbeitung
- Aktive Kurven und Flächen

## 3D Ultraschall Bildverarbeitung

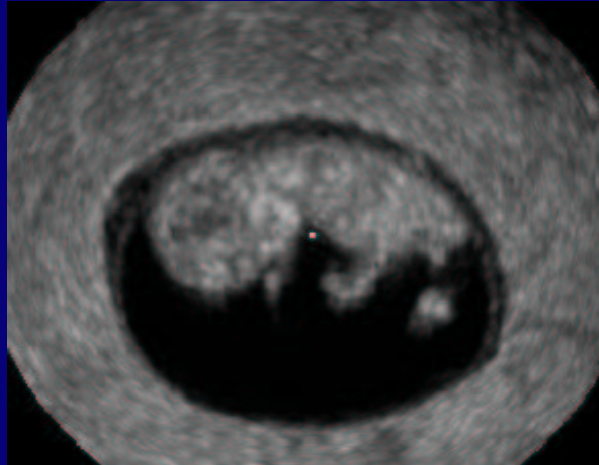
- Segmentierung von Ultraschallbildern (2D, 3D)
- Erstellung eines Hilfsbildes aus
  - Texturanalyse
  - Distanzfunktion zum Eingabepolygon
  - gegebenen (gefilterten) Bild

## Aktive Konturen

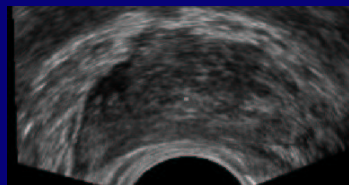
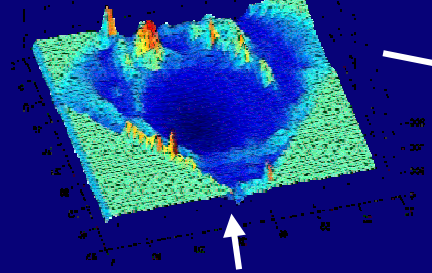
- Anwendung zur Segmentierung von Ultraschallbildern



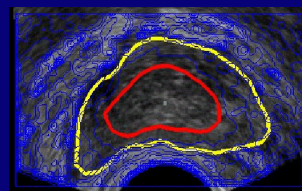
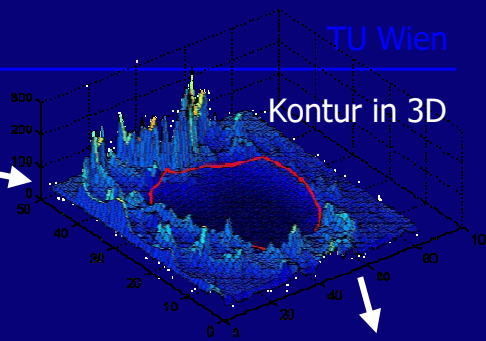
## Ultraschallbild eines Embryos



Hilfsbild



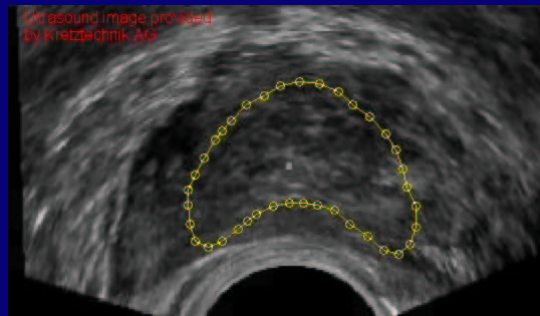
Ultraschallbild



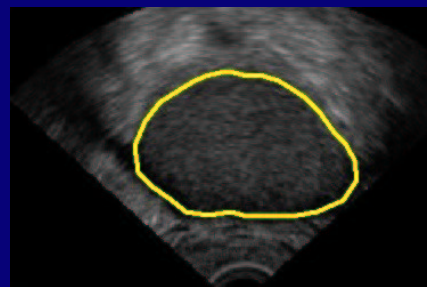
Ausgangs- und Endlage  
der aktiven Kontur



## Verformung der aktiven Kontur (Snake)

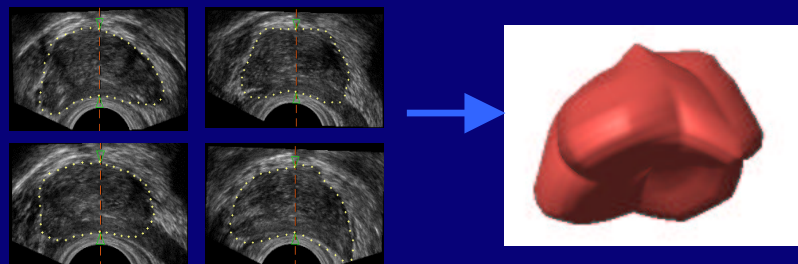


## Resultate der Segmentierung



## 3D Segmentierung

- Halbautomatische Generierung eines 3D Modells eines Organs aus mehreren Schnitten eines 3D Volumens



## Geometrische Methoden der 3D Technik

- Flächenrückführung
- Industrielle Inspektion
- 3D Ultraschall Bildverarbeitung
- Aktive Kurven und Flächen

## Approximation mit aktiven Flächen

### Gegeben:

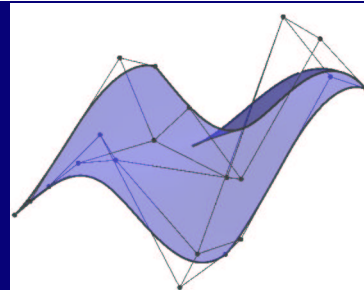
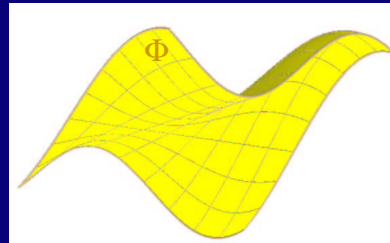
Modellfläche  $\Phi$  als

- Parametrische Fläche oder
- (triangulierte) Punktwolke

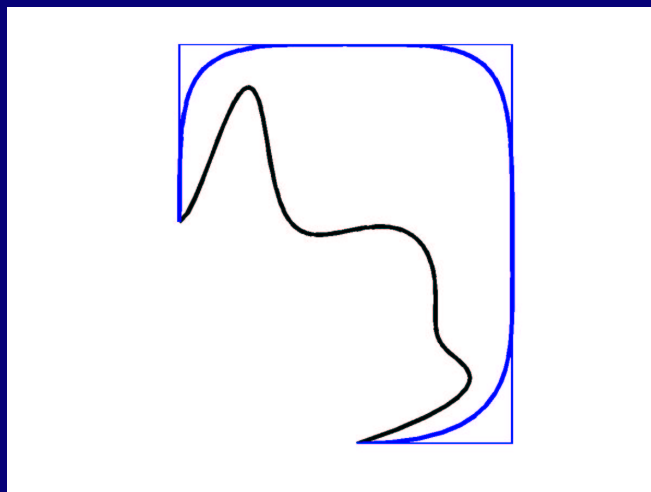
### Ziel:

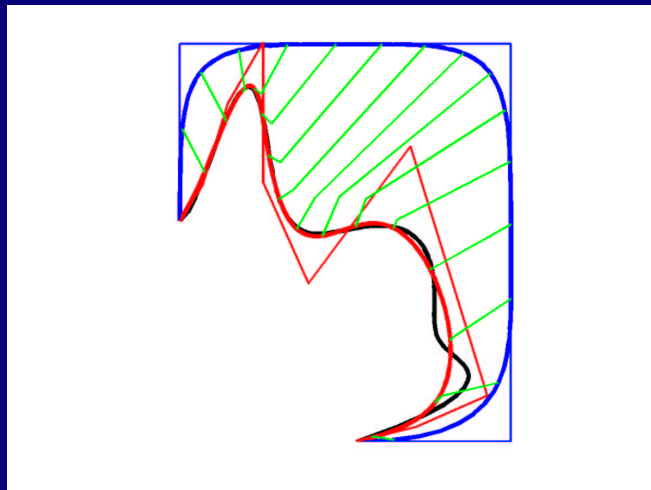
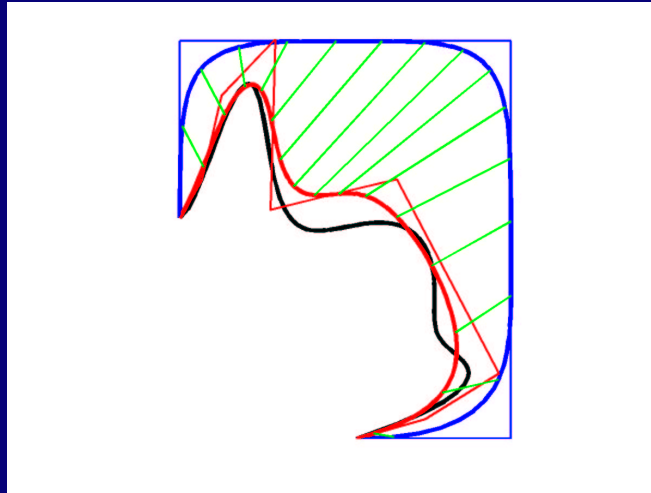
Approximation der Modellfläche  
durch

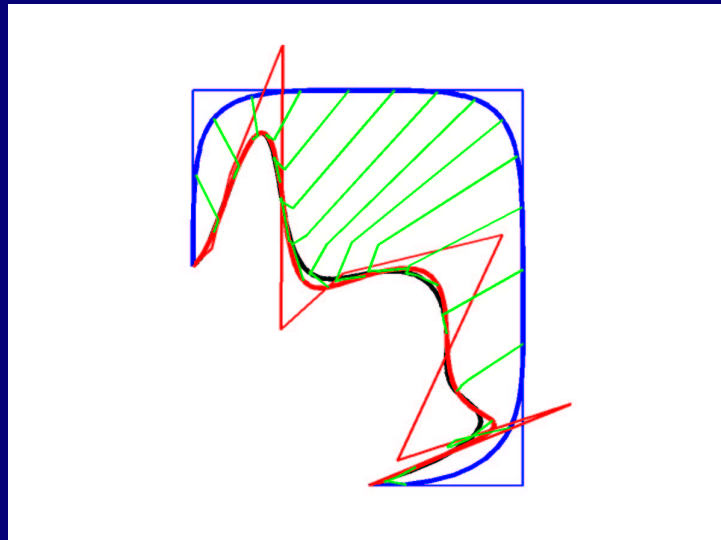
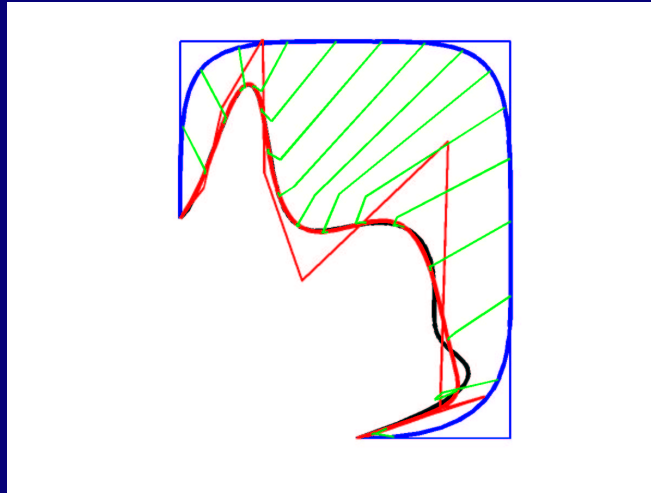
- Tensorprodukt B-spline Fläche
- Unterteilungsfläche

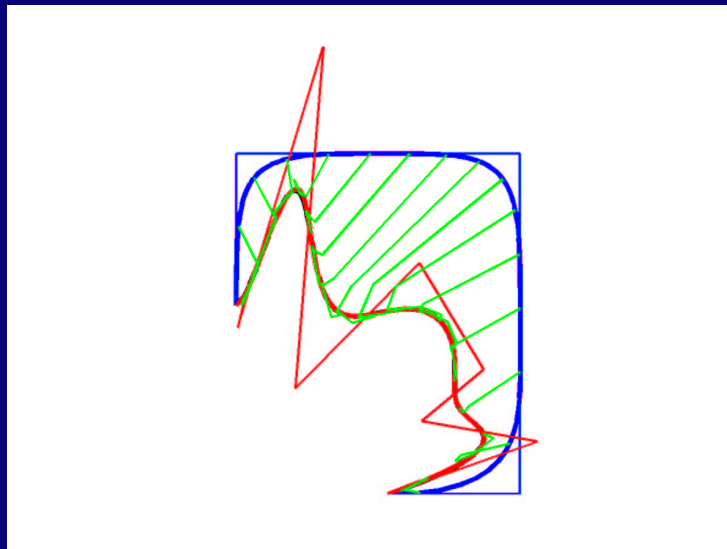
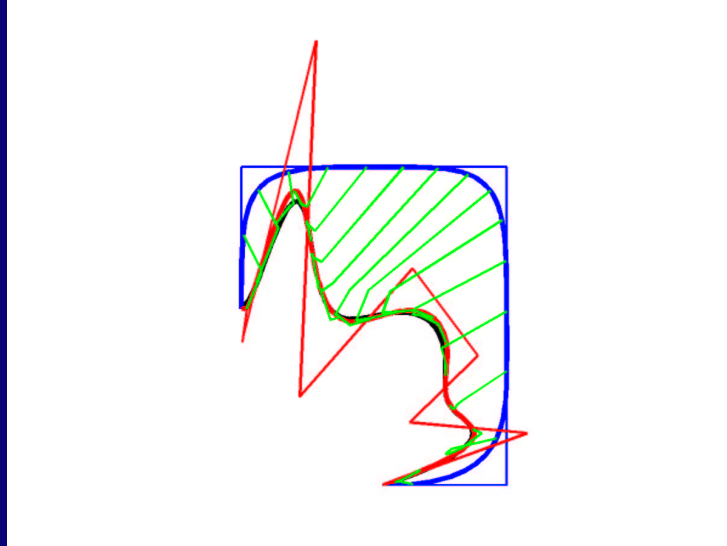


An active B-spline curve in the squared distance field



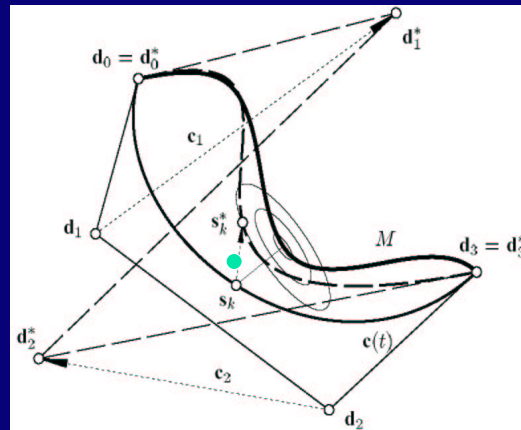






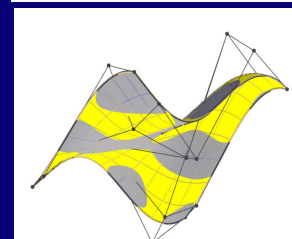
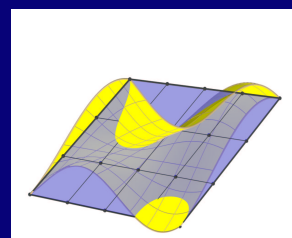
# Iteration: Algorithm overview

- evaluate current B-spline form at discrete number of 'sensor' points  $s_k$
- compute local quadratic approximants of the squared distance field  $d^2$  to  $M$  at  $s_k$
- change control points such that sensors come closer to  $M$  (done with help of quadratic approximants to  $d^2$ )

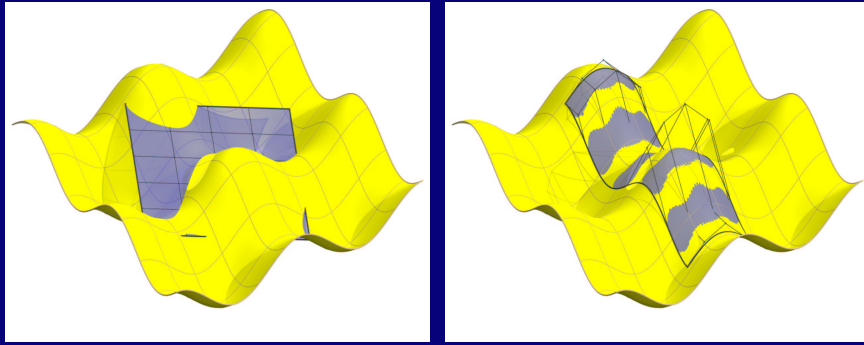


# Approximation mit aktiven Flächen

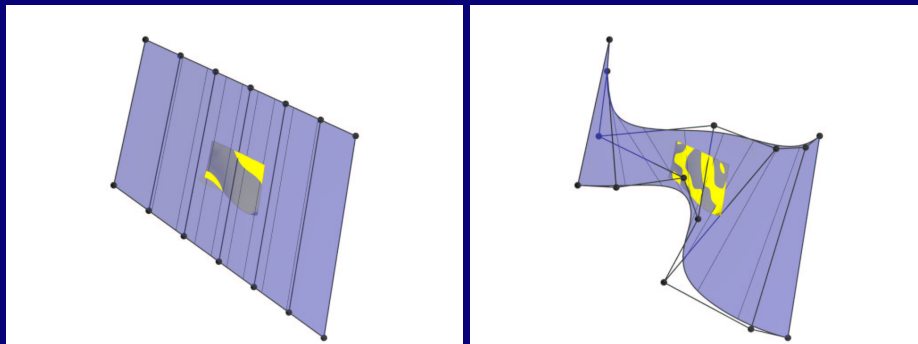
- Wähle Ausgangsposition einer B-spline Fläche  $s(u,v) = \sum_i B_i(u,v) b_i$
- Werte  $s(u,v)$  zu Parameterwerten  $(u_k, v_k)$  aus, sodaß  $s(u_k, v_k)$  die relevanten Flächenmerkmale von  $s(u,v)$  erfaßt
- Verlagere die Kontrollpunkte  $b_i$  von  $s(u,v)$  nach  $b_i^* = b_i + v_i$  sodaß  $s^*(u_k, v_k)$  'näher' zur Fläche  $\Phi$  gelangt
- Ersetze  $b_i$  durch  $b_i^*$  und iteriere



## Approximation von Schiebflächen



## Approximation von Regelflächen

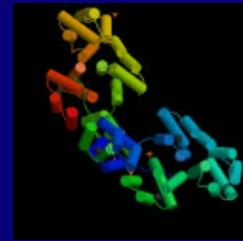




## Industrielle Forschungstrends

- 3D Analyse von Mikrostrukturen
- Biogeometrische Modellierung
  - Proteomics
  - Tissue Engineering

Annexin V  
Protein Data Bank  
<http://www.rcsb.org/pdb>



Gramicidin Molekül  
H. Edelsbrunner  
Bio Geometry Center  
<http://biogeometry.cs.duke.edu/>

