Geometrische Analyse eines Hallentores von Santiago Calatrava

Peter Mayrhofer

Institut für Technische Mathematik, Geometrie
und Bauinformatik an der Universität Innsbruck

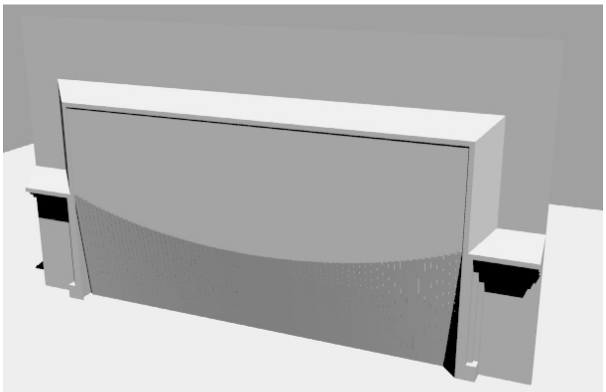

Abbildung 1: Rhino-3D-Modell, Tor geschlossen

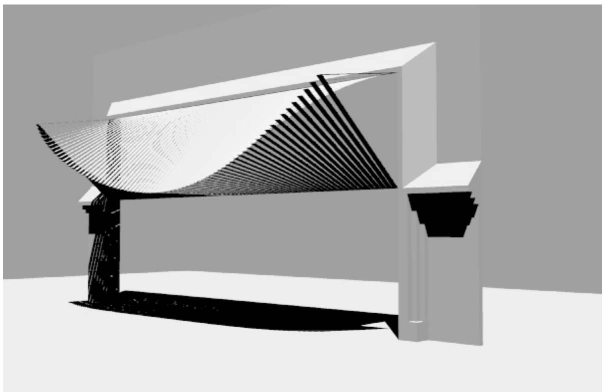

Abbildung 2: Rhino-3D-Modell, Tor geöffnet

Der prominente zeitgenössische Architekt ***Santiago CALATRAVA*** (geb. 1951), der nach Abschluss seiner Architekturausbildung in Valencia an der ETH-Zürich auch ein Bauingenieurstudium absolviert hat, interessierte sich bereits während seiner Studienzeit für bewegliche Architekturobjekte. Ein gutes Besipiel dafür sind seine für die Lagerhalle der Firma ***Ernsting GmbH*** in Coesfeld entworfenen Tore aus Aluminiumlamellen, die 1985 auch realisiert wurden.

Die geometrische Analyse des Öffnungsmechanismus dieses Falttores führt zu Kurven und Flächen 4.Ordnung. Eine 3D-Modellierung des Objekts auf der Basis des in [1] veröffentlichten Planmaterials ist eine gute Übung für das räumliche Konstruieren mit dem Programm ***Rhinoceros***.

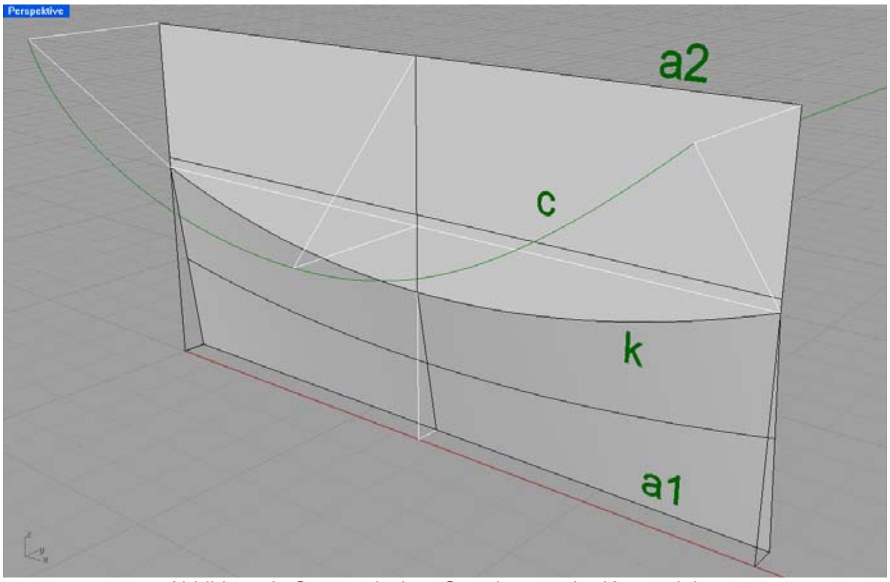

Abbildung 3: Geometrisches Grundgerüst der Konstruktion

Das besondere Merkmal dieses Falttores ist seine Konstruktion aus zwei Konoiden mit einer gemeinsamen Leitkurve c und je einer Leitgeraden a1 und a2, die im geöffneten Zustand eine Überdachung der Einfahrt bilden. Im geschlossenen Zustand degeneriert das obere Konoid zu einem Ebenenstück parallel zur Fassade, welches oben und an den Seiten von Geraden, unten von einem Kreisbogen k begrenzt wird. Während des Öffnens wird a1 schräg nach oben verschoben, a2 bleibt fix. Die doppelt gekrümmten Flächenstücke werden durch schmale Lamellen angenähert, die in den Achsen a1, a2 und auf dem Kreisbogen k Drehgelenke besitzen. Alle sind parallel zu einer Normalebene der Hallenfassade, bilden also die Erzeugenden der Konoide.

Wenn man erreichen will, dass bei geöffnetem Tor die mittlere Erzeugende des unteren Konoids und gleichzeitig die Erzeugenden am linken und rechten Rand des oberen Konoids senkrecht zur Fassade stehen, hat man gemäß Abbildung 4 gewisse Randbedingungen für die Abmessungen zu erfüllen. Frei wählbar sind die Torbreite, die Durchfahrtshöhe ***h*** und die Verschiebung ***t*** der unteren Torkante nach hinten. Die Gesamthöhe ***H*** und die Längen ***y*** bzw. ***(H-y)*** der Erzeugenden in Tormitte ergeben sich durch einfache Rechnung nach Pythagoras.

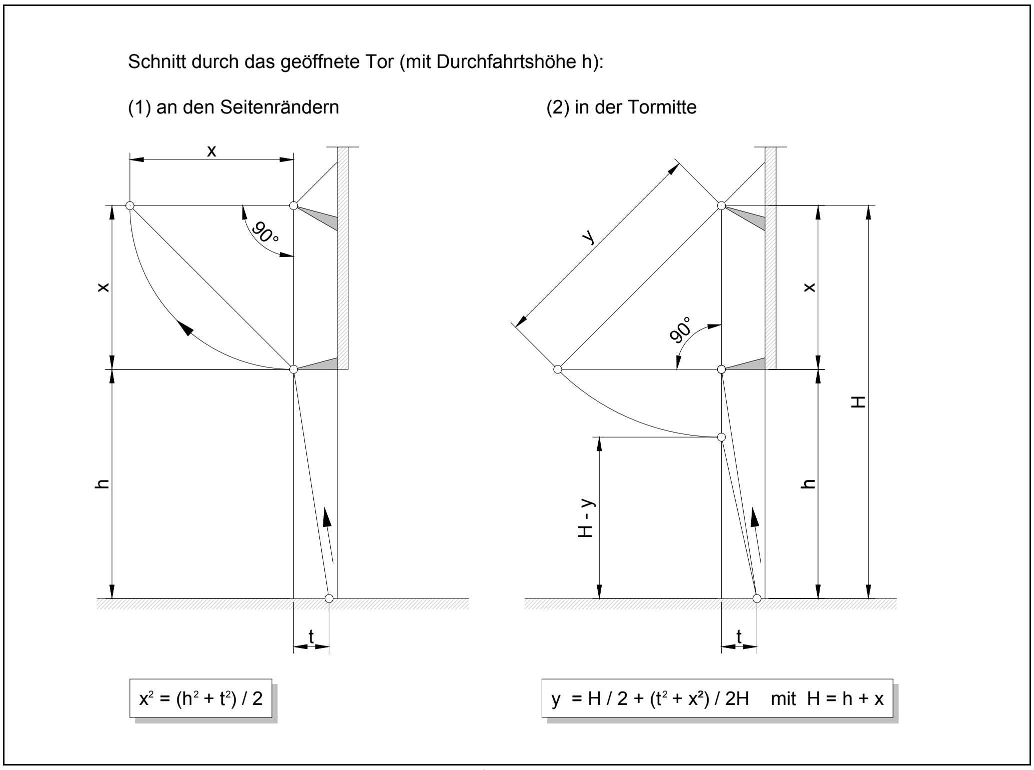

Abbildung 4: Randbedingungen für gewisse Abmessungen des Falttores

Da die Längen der Lamellen bzw. Erzeugenden konstant bleiben, kann die gemeinsame Leitkurve c der beiden Konoide in jedem Öffnungsstadium des Tores durch den Schnitt zweier Drehflächen D1 und D2 mit den Achsen a1 und a2 gewonnen werden. Die Fläche D2 ist ein Ausschnitt eines Spindeltorus mit Meridiankreis k. Sie bleibt während des ganzen Öffnungsvorgangs an Ort und Stelle. Die Fläche D1 wird beim Öffnen des Tores schräg nach oben verschoben, bis die Achse a1 die Höhe h erreicht hat (Abbildungen 5 bis 8).

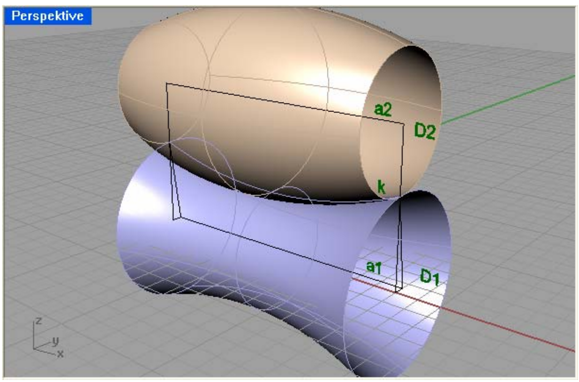

Abbildung 5: Ausgangslage, Tor geschlossen

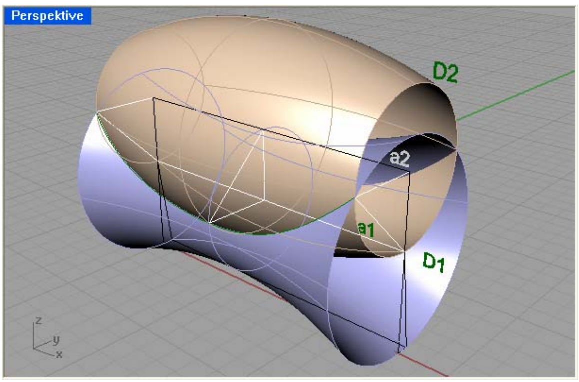

Abbildung 6: Endlage, Tor offen

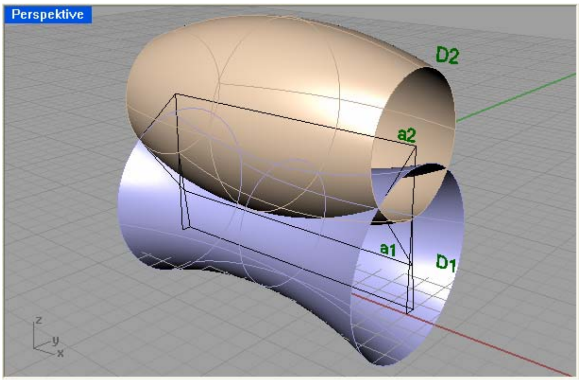

Abbildung 7: Zwischenlage

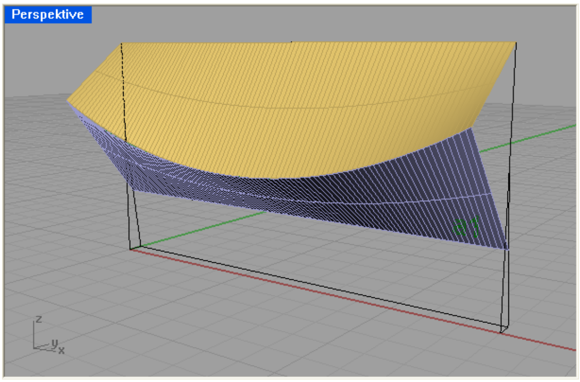

Abbildung 8: Die beiden Konoide bei halbgeöffnetem Tor

Die Fläche D1 entsteht durch Rotation eines Kreises k um eine Achse a1, die ***nicht*** in der Kreisebene liegt, ist also ***kein*** Torus! Ihr Meridian ist nach [2] eine allgemeine spirische Linie, d.h. eine bizirkulare Kurve 4.Ordnung, die aus zwei geschlossenen, bezüglich a1 symmetrischen Kurvenzügen besteht. Die Fläche D1 ist daher ebenfalls von 4.Ordnung. Im konkreten Beispiel hat D1 große Ähnlichkeit mit einer Torusfläche. Die Herleitung ihrer Meridiangleichung illustriert Abbildung 9.

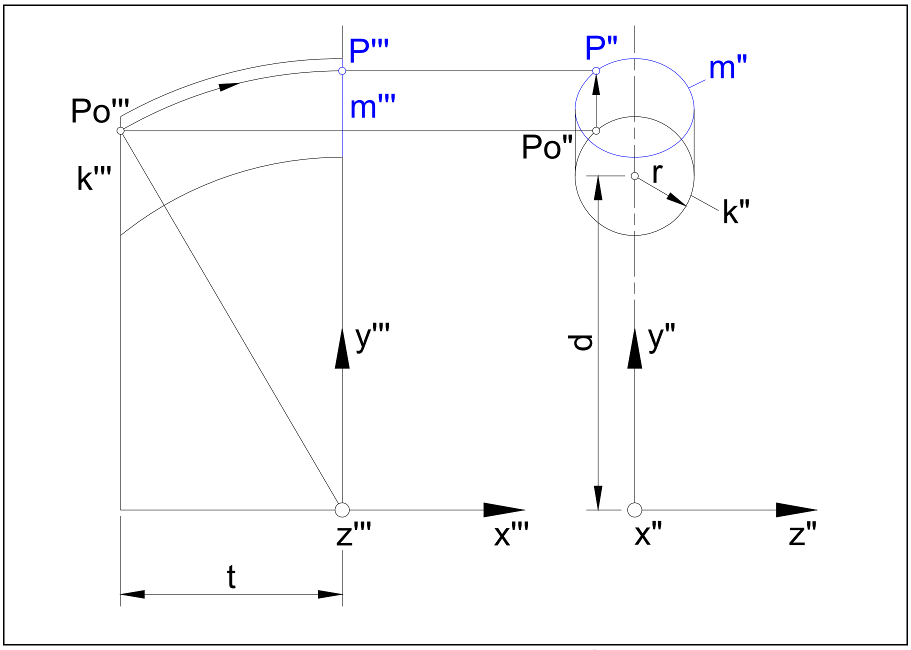

Abbildung 9: Der Meridian m der Drehfläche D1

Der Kreis k ist dargestellt durch die Gleichungen:

$$x_o = t$$
$$z_o^2 + (y_o - d)^2 = r^2$$

Aus der zweiten Gleichung folgt:

$$y_o^2 - 2dy_o + d^2 + z_o^2 - r^2 = 0$$
$$y_o = d + \sqrt{r^2 - z_o^2}$$

Für Punkte der Meridiankurve m gilt:

$$x = 0$$
$$z = z_o$$
$$y = \sqrt{t^2 + y_o^2}$$

Setzt man für yo und z_o ein, erhält man nach einigen Umformungen die Gleichung des Meridians m der Drehfläche D1 in folgender Normalform:

$$(y^2 + z^2)^2 + Ay^2 + Bz^2 + C = 0$$

wobei die Koeffizienten A,B,C für zusammengefasste Ausdrücke in den Konstanten d,r und t stehen.

Verwendete Literatur:

[1] BLASER Werner (Herausgeber): Santiago Calatrava, Ingenieur-Architektur,
Birkhäuser, Basel-Boston-Berlin, 1990.

[2] FLADT Kuno: Analytische Geometrie spezieller ebener Kurven,
Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1962.

Links zu Santiago Calatrava:

www.calatrava.com (seine offizielle Homepage)
www.greatbuildings.com/ architects/Santiago_Calatrava.html

Ein Bild des Hallentores findet sich unter:
www.arch.mcgill.ca/prof/mellin/arch671/ winter2003/studentwork/Ho%20Tzu-Kai/web/2ndpage.htm