Wer um die Behauptung weiß,
muss noch führen den Beweis.

Von der geometrischen Konstruktion zur algebraischen Darstellung - automatisiert

Prof. Dr. Heinz Schumann
PH Weingarten
Fak. II, Mathematik
schumann@ph-weingarten.de

33. Fortbildungstagung für Geometrie
5. bis 9. November 2012
Bundesinstitut für Erwachsenenbildung
St. Wolfgang

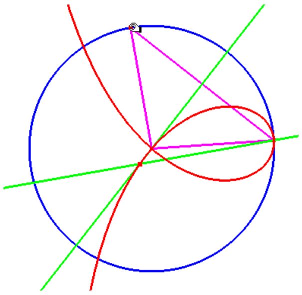
Inhalt

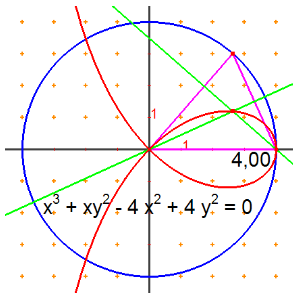
1. Einleitung

Cabri II+

Algebraische Kurven mit Cabri II+

Strophoide





Behauptung: $x^3+xy^2-rx^2+ry^2=0$ bzw. $(x-r)x^2 + (x+r)y^2 = 0$.

Wie ist nun die obige Gleichung zu verifizieren? Anhand der Abbildung leiten wir die Parameterdarstellung gemäß der Konstruktion von H(x;y) her, um durch Elimination des Laufparameters die entsprechende Gleichung zu gewinnen. Der Abbildung entnehmen wir:

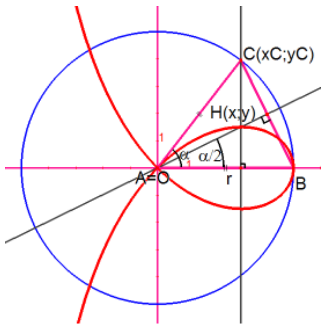
$$x = x_C = r\cdot\cos\alpha,\ y = x\tan\frac{\alpha}{2} = r\tan\frac{\alpha}{2}\cos\alpha\,.$$

Dabei verwenden wir, dass h_a Winkelhalbierende im gleichschenkligen Dreieck ABC ist. Der Tangens wird durch einen Term mit Cosinus ersetzt:

$$y = r\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\cos\alpha \text{ bzw. } y^2 = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}r^2\cos^2\alpha\,.$$

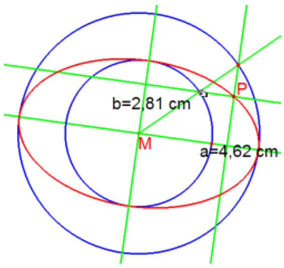
Mit $x = r\cdot\cos\alpha$ folgt $y^2 = \frac{r-x}{r+x}x^2$

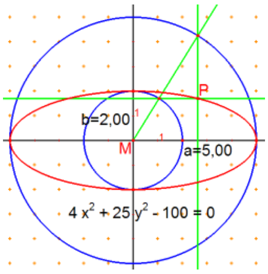
und daraus $(x-r)x^2 + (x+r)y^2 = 0$ bzw. $x^3+xy^2-rx^2+ry^2=0$.



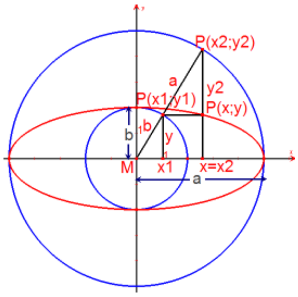
Algebraische Kurven mit Cabri II+

Ellipse



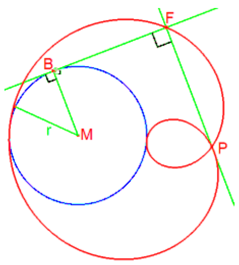


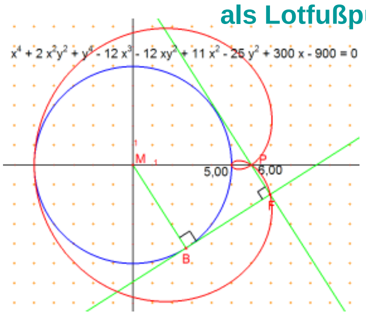
Behauptung: $b^2x^2 + a^2y^2 = 1$
Nach dem 2. Strahlensatz gilt:
$b : y = a : y_2$
und nach dem Pythagoras-Satz
$y_2^2 = a^2 - x^2$;
also ist $b^2 : y^2 = a^2 : (a^2 - x^2)$.
Daraus folgt $b^2x^2 + a^2y^2 = 1$
nach Multiplikation mit a^2b^2
die Normalform $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$.



Algebraische Kurven mit Cabri II+

Pascalsche Schnecke als Lotfußpunkt-Kurve





Behauptung: $(x^2 + y^2)^2 - 2px^3 - 2pxy^2 + (p^2 - r^2)\,x - r^2y^2 + 2pr^2x - (pr)^2 = 0$
Aus der Abbildung entnehmen wir:

$$x_B = r\cdot\cos\beta,\ y_B = r\cdot\sin\beta \quad (1);$$

die Tangentengleichung $\dfrac{y-y_B}{x-x_B} = -\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}$ (2);

die Lotgleichung $\dfrac{y}{x-p} = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ (3).

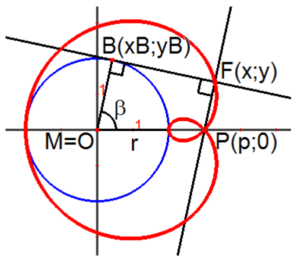
Nach Auflösen von (2) bzw. (3) nach y und Gleichsetzen erhalten wir für die x-Koordinate des Lotfußpunktes F:

$$x = p\cdot\sin^2\beta + r\cdot\cos\beta \ (4a)$$

und durch Ersetzung von x in (3) mit (4a) die y-Koordinate von F

$$y = \sin\beta\cdot(r-p\cdot\cos\beta) \ (4b).$$

Mit MATHEMATICA erhalten wir mittels des Eliminationskommandos sofort das gewünschte Ergebnis, wenn wir vorher den Sinus noch durch den Cosinus ausdrücken:

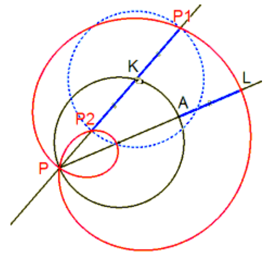


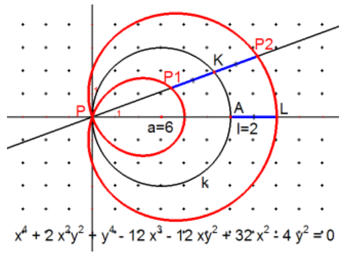
$$\text{Eliminate}\left[\left\{x == p*\left(1-(\text{Cos}(\beta))^2\right)+r*\text{Cos}(\beta),\ y == \sqrt{1-(\text{Cos}(\beta))^2}*(r-p*\text{Cos}(\beta))\right\},\ \beta\right]$$

$$-2px^3 + x^4 + px\,(2r^2 - 2y^2) + x^2\,(p^2 - r^2 + 2y^2) == p^2r^2 + r^2y^2 - y^4$$

Algebraische Kurven mit Cabri II+

Pascalsche Schnecke als Konchoide („Muschellinie“)



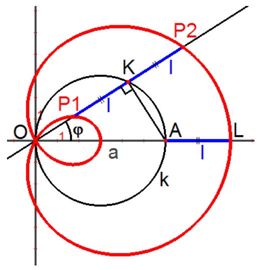


Die Konchoide einer Kurve k bezüglich eines Pols O besteht aus allen Punkten P für die gilt: Ist K ein beweglicher Punkt auf Kreis k und l eine fest gewählte Länge, so liegen OKP auf einer Geraden und es ist |OP| = |OK| + l bzw. |OP| = |OK| - l. Die konstruktiven Parameter sind der Kreisdurchmesser a und die Länge l.

Behauptung: $(x^2 + y^2)^2 - 2ax^3 - 2axy^2 + (a^2 - l^2)x^2 - l^2y^2 = 0$
Man erkennt bzw. findet heraus, ähnlich wie bei der Lotfußpunktkurve durch Variation ganzzahliger Parameterwerte, folgende Abhängigkeit der Koeffizienten bezüglich des gewählten Koordinatensystems: Der konchoidalen Konstruktion lesen wir sofort die Polarkoordinaten-Darstellung ab:

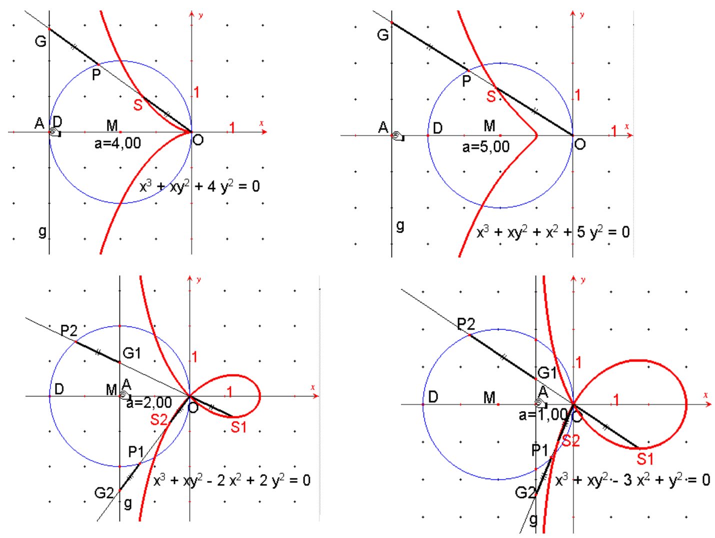
$$\rho = a\cdot\cos\varphi \pm l,\ \cos\varphi = \frac{x}{\rho} \ \text{ und } \ \rho = \sqrt{x^2+y^2}.$$

Aus dieser ergibt sich $(x^2+y^2-ax^2)^2 = l^2(x^2+y^2)$
bzw. $(x^2 + y^2)^2 - 2ax^3 - 2axy^2 + (a^2 - l^2)x^2 - l^2y^2 = 0$.



Algebraische Kurven mit Cabri II+

Hypokissoide



Behauptung: $x^3+xy^2+(a-d)x^2+ay^2=0$

Algebraische Kurven mit Cabri II+

Eine Methode zur Behandlung algebraischer Kurven

1) Zirkel-Lineal-Konstruktion der algebraischen Kurve in Cabri II+

2) Einbettung in kartesisches Koordinatensystem

3) Automatische Bestimmung der algebraischen Gleichung

4) Bindung der konstruktiven Parameterobjekte an Gitter

5) Zusammenhang: Konstruktionsparameter – Koeffizienten

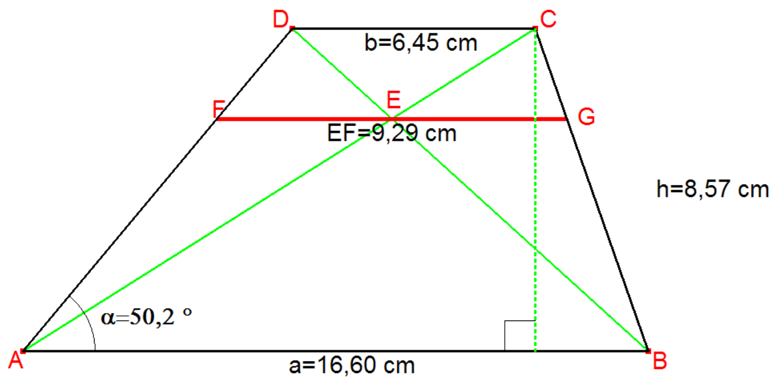
6) Mathematische Verifikation

Schumann, H. (2001): Ein dynamischer Zugang zu „einfachen" algebraischen Kurven. In: math. did., Jg. 25, Bd. 1, 79-101

Kann man prinzipiell an interaktiv konstruierten geometrischen Figuren <u>automatisierte algebraische Berechnungen</u> durchführen?

2. DGS mit algebraischer Berechnungskomponente

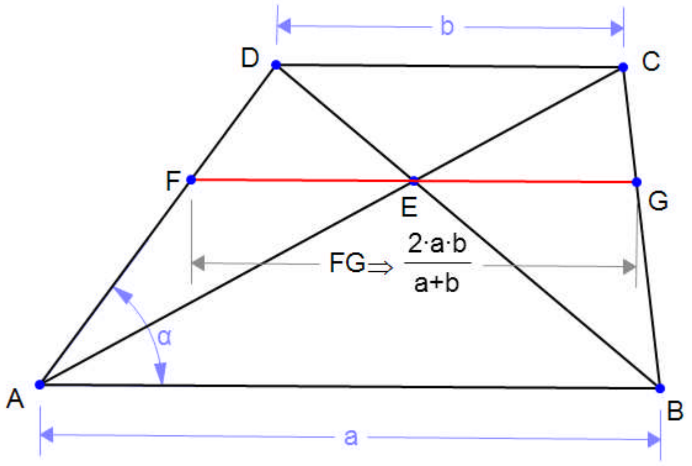
Was hängt Wie von Wem ab?



In einem DGS kann im Allgemeinen nicht erklärt werden, wie eine gemessene Größe von den Parametern einer konstruierten Figur abhängt!

GX

Was hängt Wie von Wem ab?



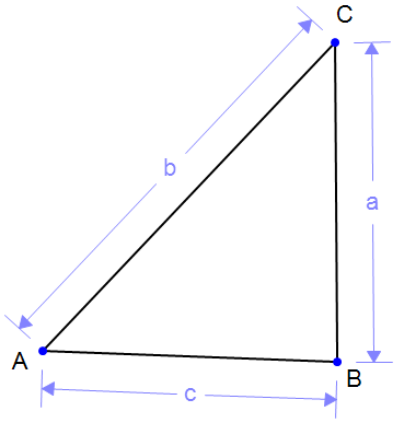
In einem DGS mit automatischer Berechnungskomponente kann eine Größe in Abhängigkeit von den Parametern einer konstruierten Figur algebraisch berechnet werden

Automatische Berechnungen

Themen:

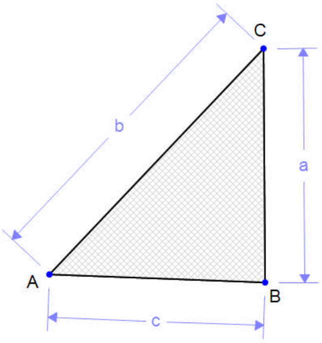
- **Dreiecksgeometrie**
- **Kreistangenten**
- **Kreisberührungen**
- **Algebraische Kurven**

Dreiecksgeometrie mit GX

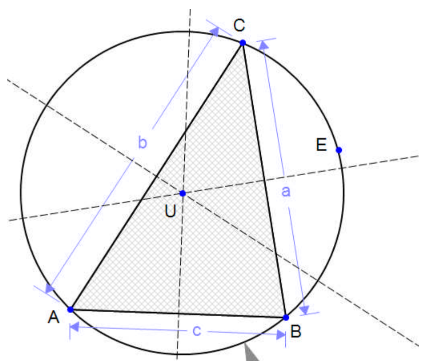


Was hängt alles von a, b, c wie ab?

Dreiecksgeometrie mit GX



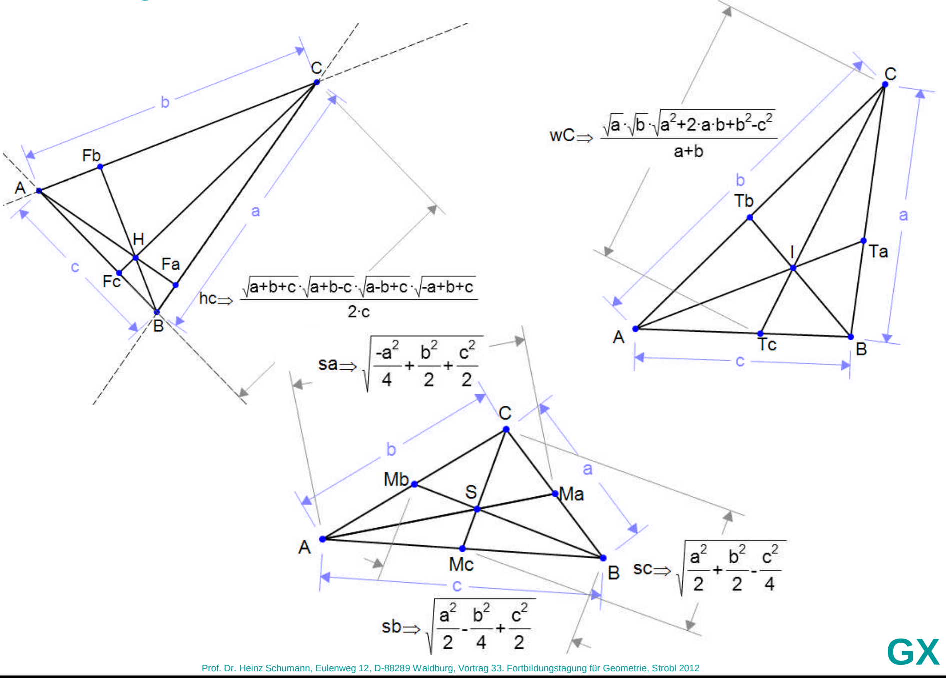
$$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$$



$$R \Rightarrow \frac{a\cdot b\cdot c}{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{(a+b-c)\cdot(a-b+c)\cdot(-a+b+c)}}$$

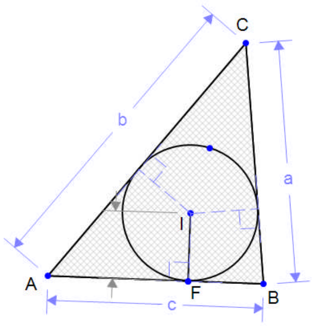
$$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$$

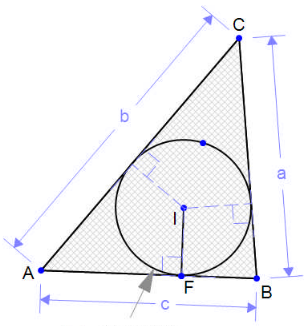
Dreiecksgeometrie mit GX



GX

Dreiecksgeometrie mit GX





$$r \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{2\cdot\sqrt{a+b+c}}$$

$$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$$

$$\frac{F}{r} \Rightarrow \frac{a+b+c}{2}$$

$r \Rightarrow \sim 1.7638227$

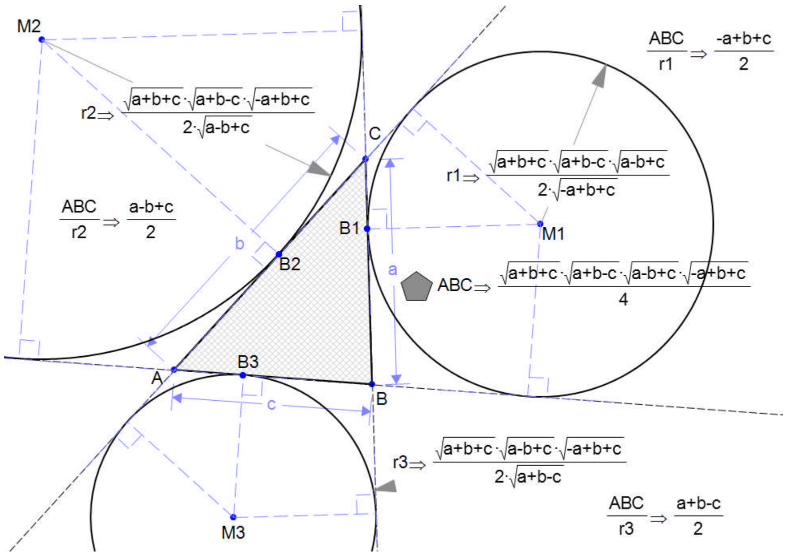
$F \Rightarrow \sim 17.479502$

$\frac{F}{r} \Rightarrow 9.9100108$

Name	Value
a	6.2718038
b	7.9401801
c	5.6080377

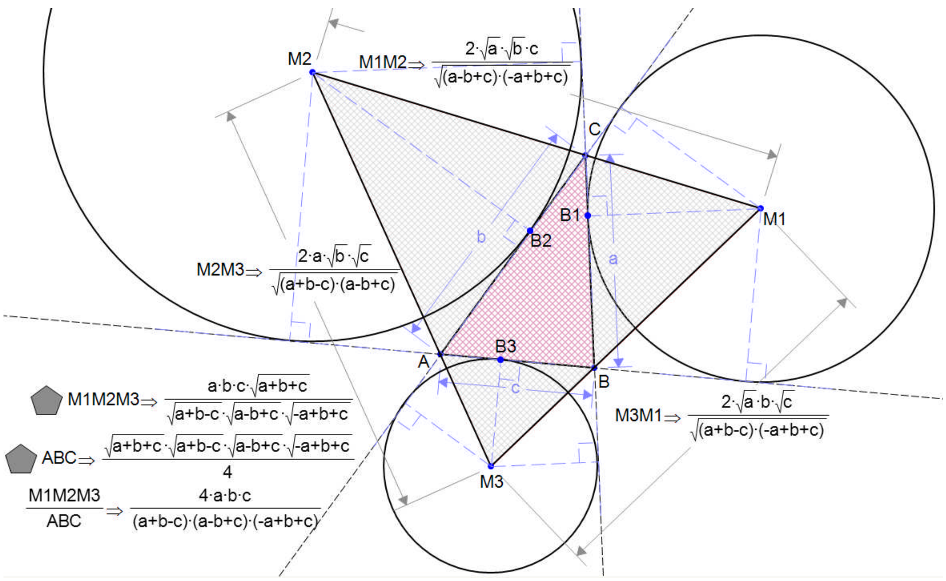
GX

Dreiecksgeometrie mit GX



GX

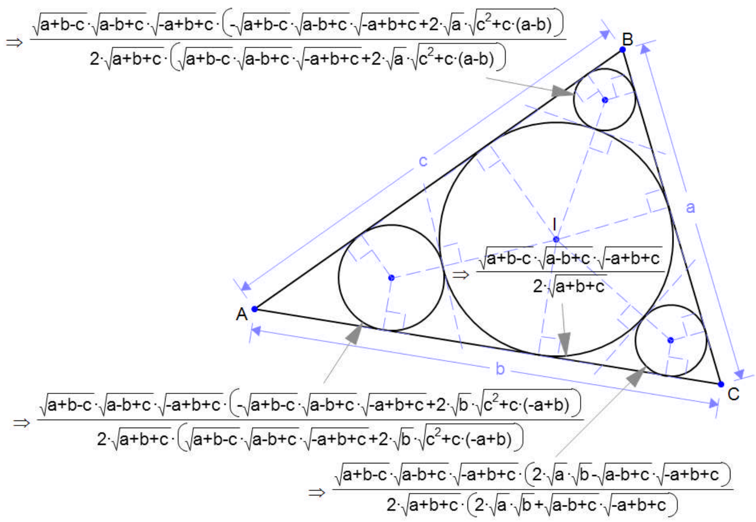
Dreiecksgeometrie mit GX



GX

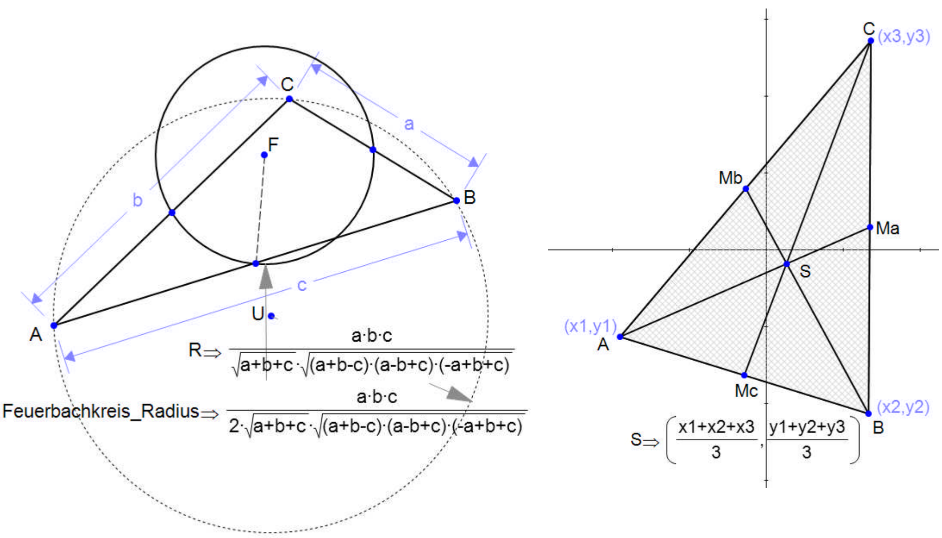
Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Dreiecksgeometrie mit GX



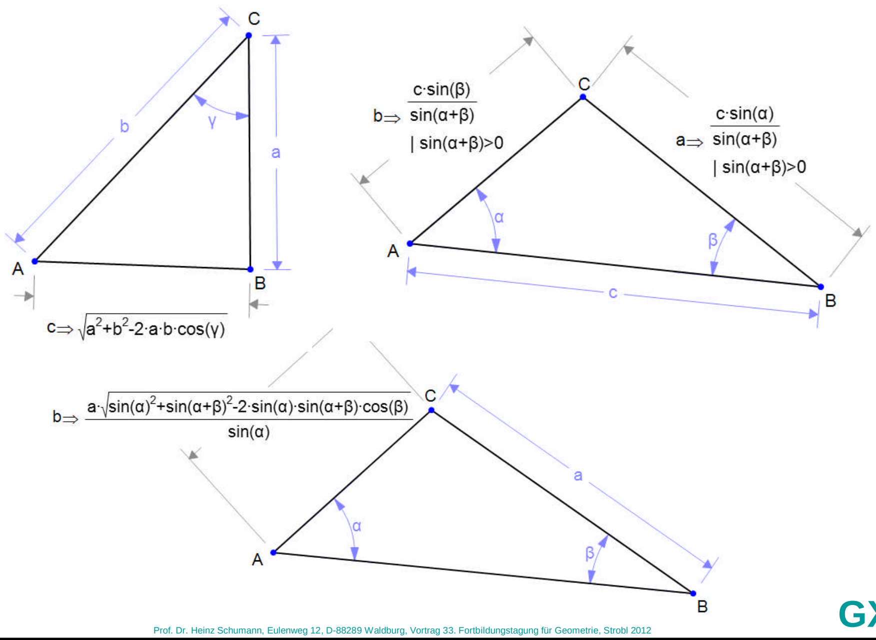
GX

Dreiecksgeometrie mit GX



GX

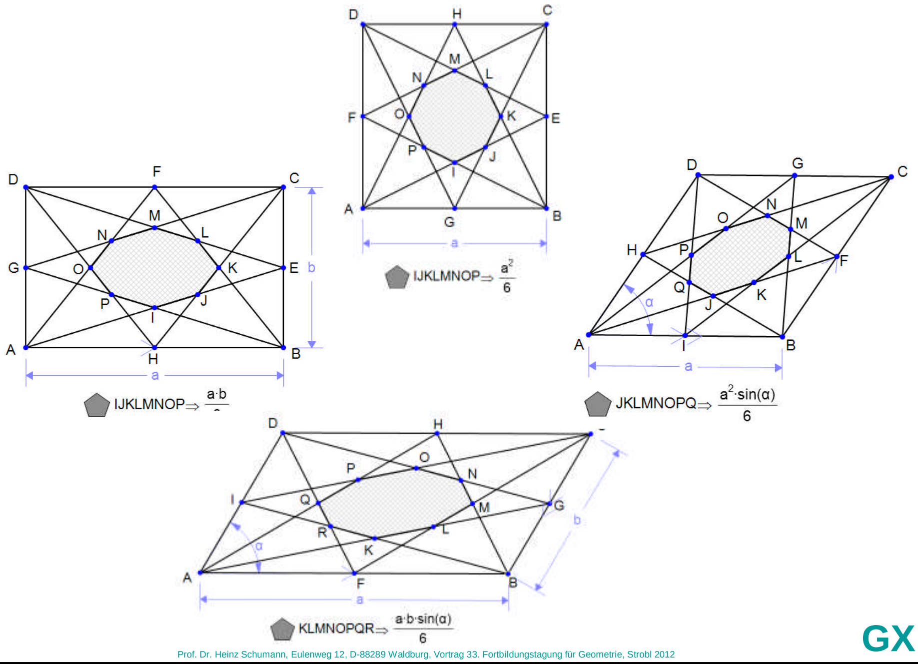
Dreiecksgeometrie mit GX



Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

GX

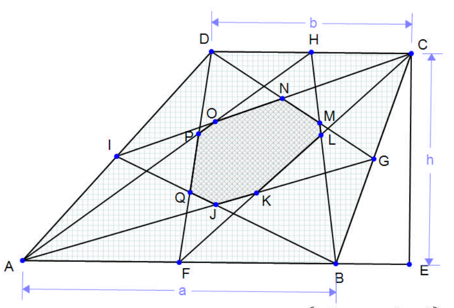
Vierecksgeometrie mit GX



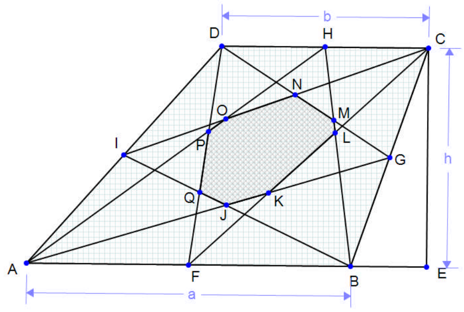
Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

GX

Vierecksgeometrie mit GX



$ABCD \Rightarrow \frac{h\cdot(a+b)}{2}$ $KLMNOPQJ \Rightarrow \frac{a\cdot h\cdot\left(5\cdot a^2\cdot b+22\cdot a\cdot b^2+5\cdot b^3\right)}{6\cdot(a+b)\cdot(a+3\cdot b)\cdot(3\cdot a+b)}$



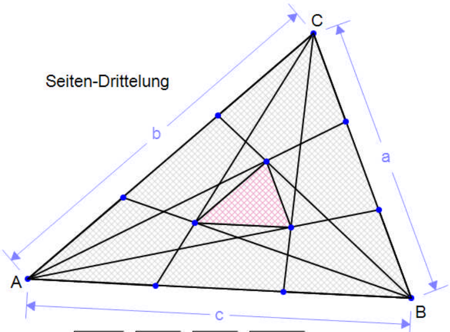
$ABCD \Rightarrow \approx 56.818411$ $JKLMNOPQ \Rightarrow \approx 8.9534878$

$\frac{ABCD}{6} \Rightarrow 9.4697351$

Name	Value
a	10.133523
b	6.4708413
h	6.8437925

GX

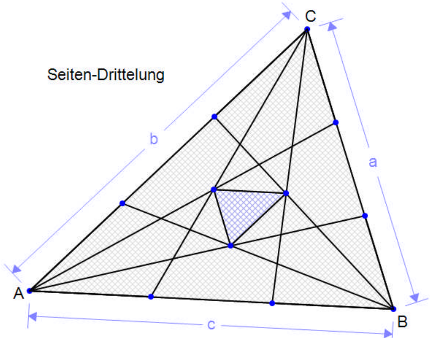
Dreiecksgeometrie mit GX



$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

$F1 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{64}$ $u1 \Rightarrow \frac{a+b+c}{4}$

$\frac{F}{F1} \Rightarrow 16$ $\frac{u}{u1} \Rightarrow 4$



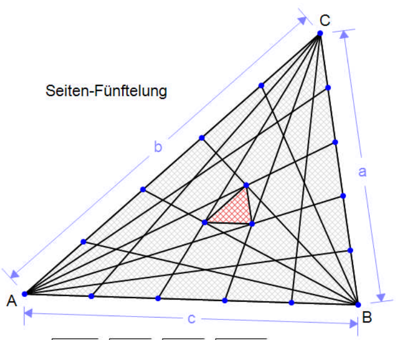
$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

$F2 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{100}$ $u2 \Rightarrow \frac{a+b+c}{5}$

$\frac{F}{F2} \Rightarrow 25$ $\frac{u}{u2} \Rightarrow 5$

GX

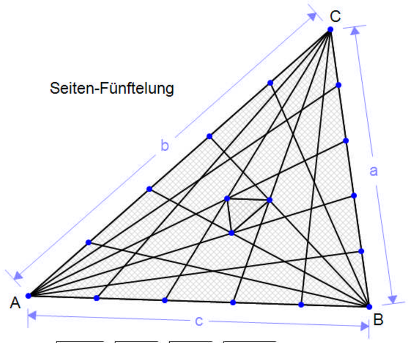
Dreiecksgeometrie mit GX



$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

$F1 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{196}$ $u1 \Rightarrow \frac{a+b+c}{7}$

$\frac{F}{F1} \Rightarrow 49$ $\frac{u}{u1} \Rightarrow 7$



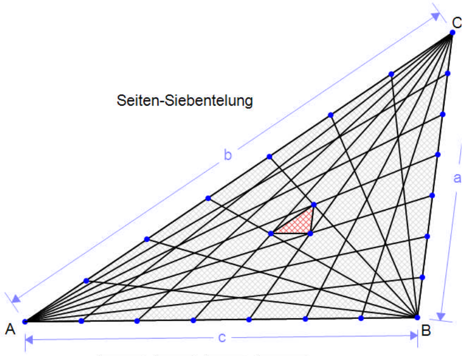
$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

$F2 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{256}$ $u2 \Rightarrow \frac{a+b+c}{8}$

$\frac{F}{F2} \Rightarrow 64$ $\frac{u}{u2} \Rightarrow 8$

GX

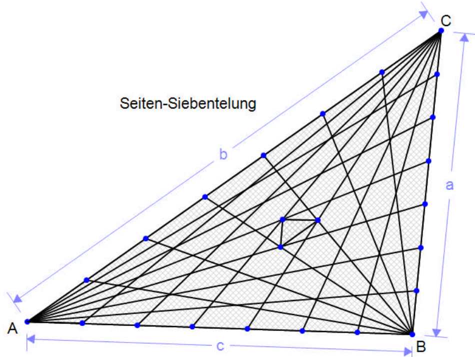
Dreiecksgeometrie mit GX



$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

$F1 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{400}$ $u1 \Rightarrow \frac{a+b+c}{10}$

$\frac{F}{F1} \Rightarrow 100$ $\frac{u}{u1} \Rightarrow 10$



$F \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$ $u \Rightarrow a+b+c$

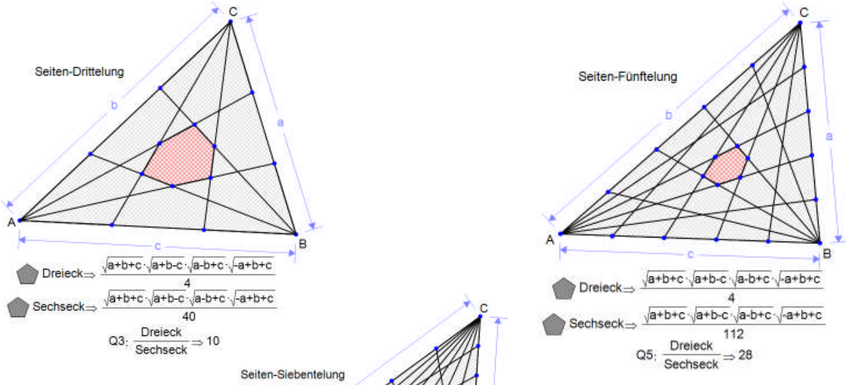
$F2 \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{484}$ $u2 \Rightarrow \frac{a+b+c}{11}$

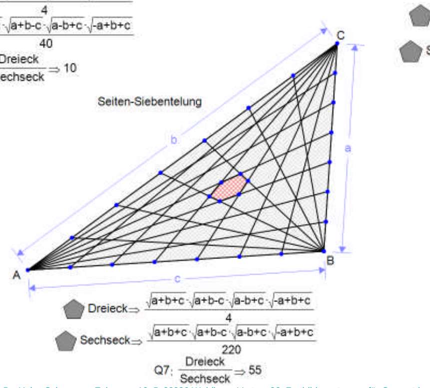
$\frac{F}{F2} \Rightarrow 121$ $\frac{u}{u2} \Rightarrow 11$

$$\boxed{\frac{u}{u1} = \frac{3n-1}{2},\ \frac{F}{F1} = \left(\frac{3n-1}{2}\right)^2;\ \frac{u}{u2} = \frac{3n+1}{2},\ \frac{F}{F2} = \left(\frac{3n+1}{2}\right)^2,\ n = 3, 5, 7, \ldots}$$

GX

Dreiecksgeometrie mit GX





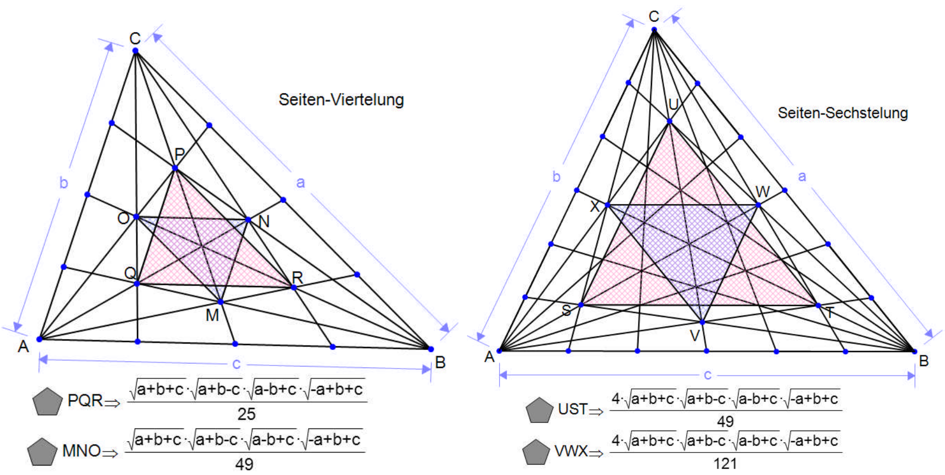
Dreieck/Sechseck

= (3n+1)(3n-1)/8

für n = 3, 5, 7, …

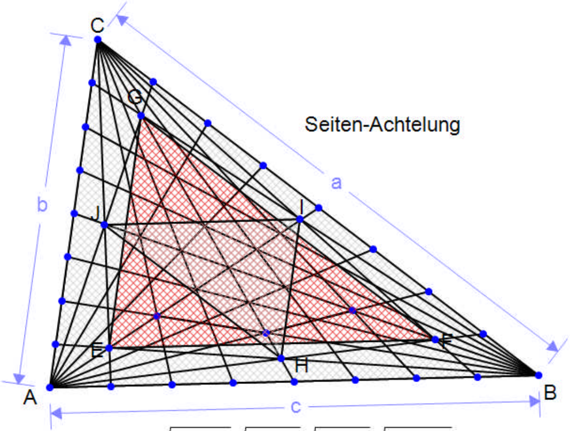
GX

Dreiecksgeometrie mit GX



GX

Dreiecksgeometrie mit GX



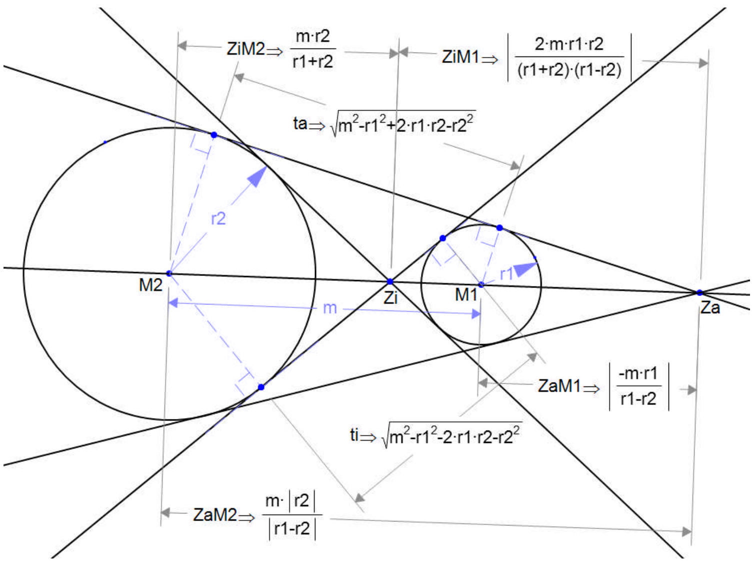
$ABC \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{4}$

$EFG \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{9}$

$HIJ \Rightarrow \frac{\sqrt{a+b+c}\cdot\sqrt{a+b-c}\cdot\sqrt{a-b+c}\cdot\sqrt{-a+b+c}}{25}$

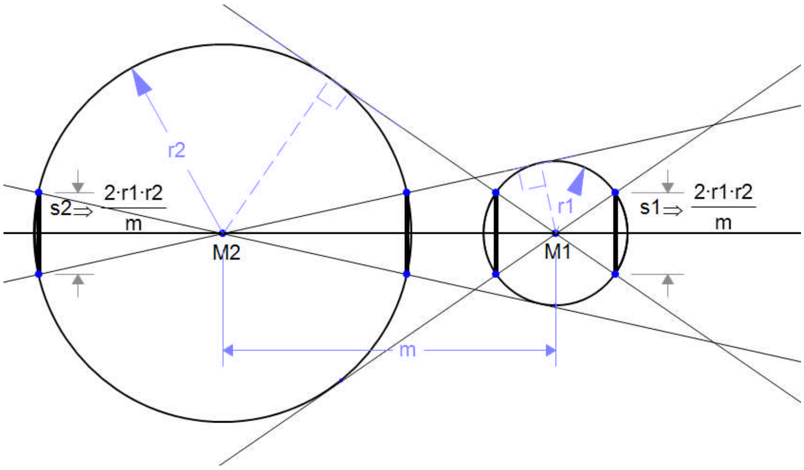
GX

Kreistangenten mit GX



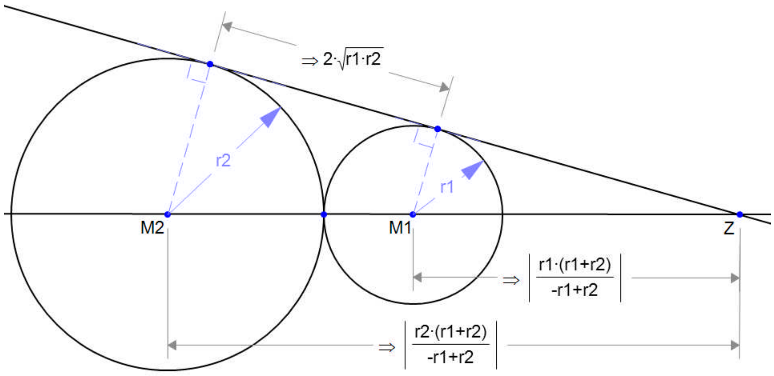
GX

Kreistangenten mit GX



GX

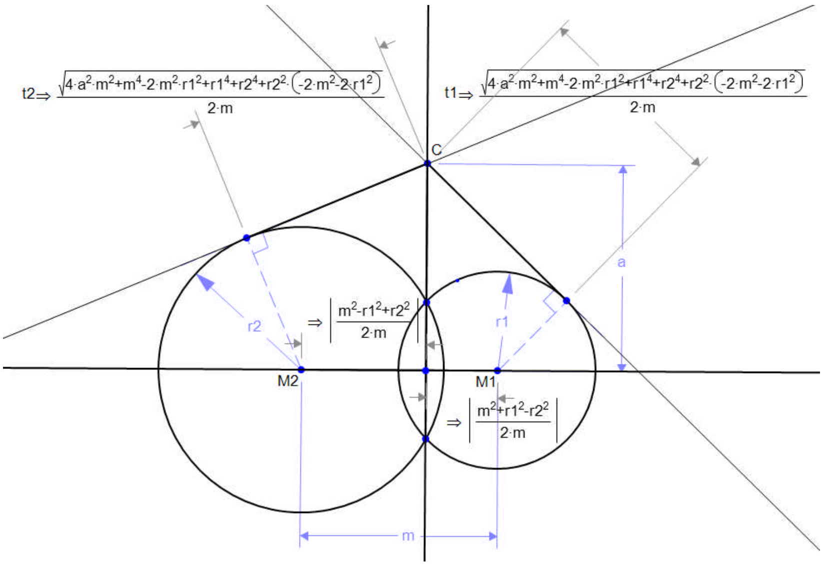
Kreistangenten mit GX



GX

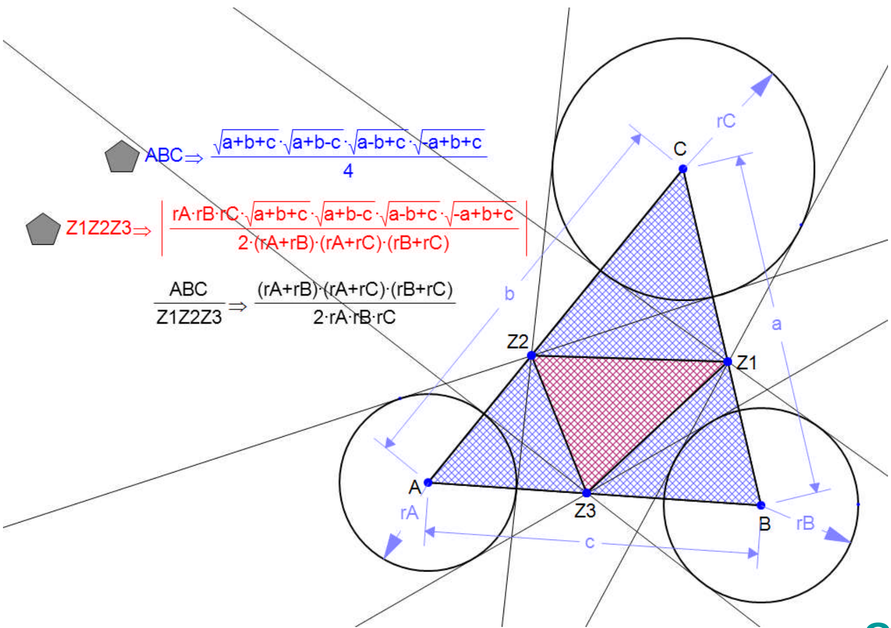
Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Kreistangenten mit GX



GX

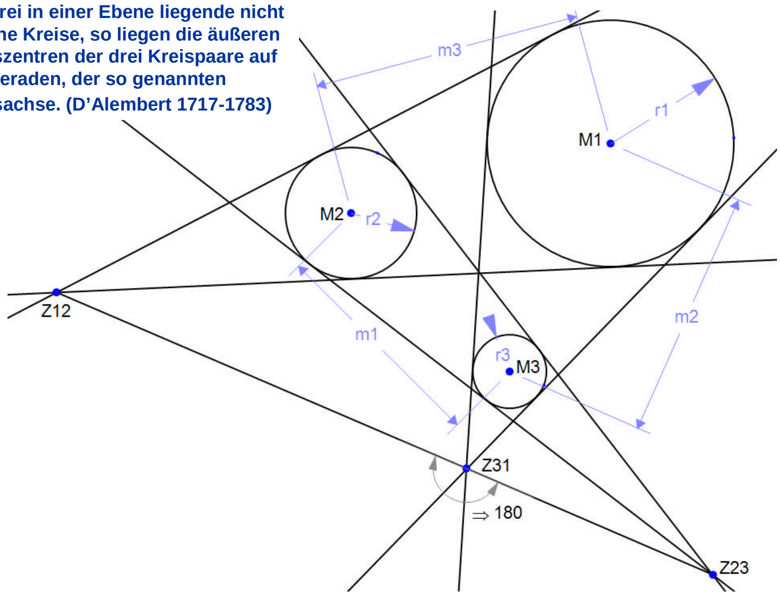
Kreistangenten mit GX



GX

Kreistangenten mit GX

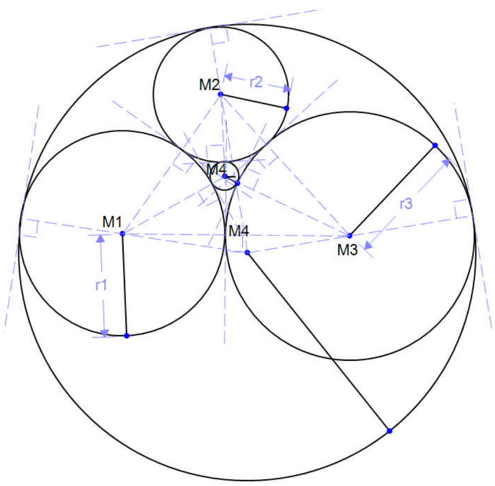
Paart man drei in einer Ebene liegende nicht konzentrische Kreise, so liegen die äußeren Ähnlichkeitszentren der drei Kreispaare auf derselben Geraden, der so genannten Ähnlichkeitsachse. (D’Alembert 1717-1783)



GX

Kreisberührungen mit GX

Das Berührungsproblem des Apollonius



Soddy-Konfiguration

GX

Exkurs

Das Berührungsproblem des Apollonius


ANALYTISCH-GEOMETRISCHE

ENTWICKLUNGEN

VON

DR. JUL. PLÜCKER,

AUSSERORDENTLICHEM PROFESSOR IN BONN.

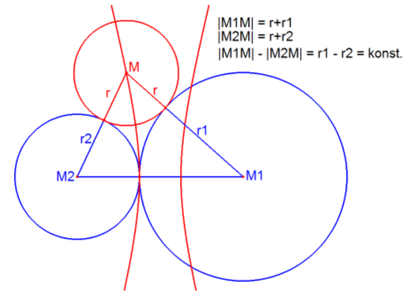
ZWEITER BAND.

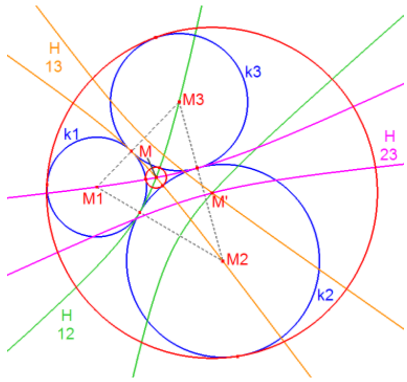
MIT ZWEI KUPFERTAFELN.

ESSEN,

BEI G. D. BAEDEKER.

1831.

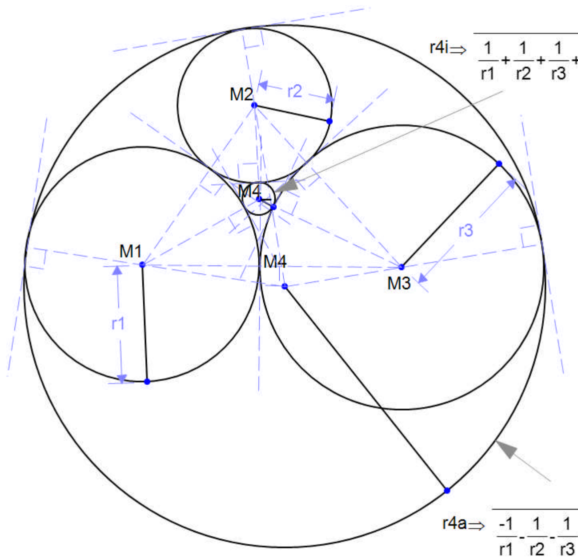




Kreisberührungen mit GX

Vier-Kreise-Satz von Descartes

Gesetz über die Krümmungen von vier einander berührenden Kreisen



$$r4i \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{r1}+\frac{1}{r2}+\frac{1}{r3}+2\cdot\sqrt{\frac{1}{r1\cdot r2}+\frac{1}{r1\cdot r3}+\frac{1}{r2\cdot r3}}}$$

$$r4a \Rightarrow \frac{1}{\frac{-1}{r1}-\frac{1}{r2}-\frac{1}{r3}+2\cdot\sqrt{\frac{1}{r1\cdot r2}+\frac{1}{r1\cdot r3}+\frac{1}{r2\cdot r3}}}$$

GX

Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Kreisberührungen mit GX

#1: $-\frac{1}{r1}-\frac{1}{r2}-\frac{1}{r3}+2\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{r1\cdot r2}+\frac{1}{r2\cdot r3}+\frac{1}{r3\cdot r1}\right)}=\frac{1}{r4}$

#2: $2\cdot\sqrt{(s1\cdot(s2+s3)+s2\cdot s3)}-s1-s2-s3=s4$

#3: $2\cdot\sqrt{(s1\cdot(s2+s3)+s2\cdot s3)}=s1+s2+s3+s4$

#4: $(2\cdot\sqrt{(s1\cdot(s2+s3)+s2\cdot s3)})^2$

#5: $4\cdot s1\cdot s2+4\cdot s1\cdot s3+4\cdot s2\cdot s3$

#6: $(s1+s2+s3+s4)^2$

#7: $s1^2+2\cdot s1\cdot s2+2\cdot s1\cdot s3+2\cdot s1\cdot s4+s2^2+2\cdot s2\cdot s3+2\cdot s2\cdot s4+s3^2+2\cdot s3\cdot s4+s4^2$

#8: $s1^2+2\cdot s1\cdot s2+2\cdot s1\cdot s3+2\cdot s1\cdot s4+s2^2+2\cdot s2\cdot s3+2\cdot s2\cdot s4+s3^2+2\cdot s3\cdot s4+s4^2=4\cdot s1\cdot s2+4\cdot s1\cdot s3+4\cdot s2\cdot s3$

#9: $s1^2+s2^2+s3^2+s4^2=4\cdot s1\cdot s2+4\cdot s1\cdot s3+4\cdot s2\cdot s3-2\cdot s1\cdot s2-2\cdot s1\cdot s3-2\cdot s1\cdot s4-2\cdot s2\cdot s3-2\cdot s2\cdot s4-2\cdot s3\cdot s4$

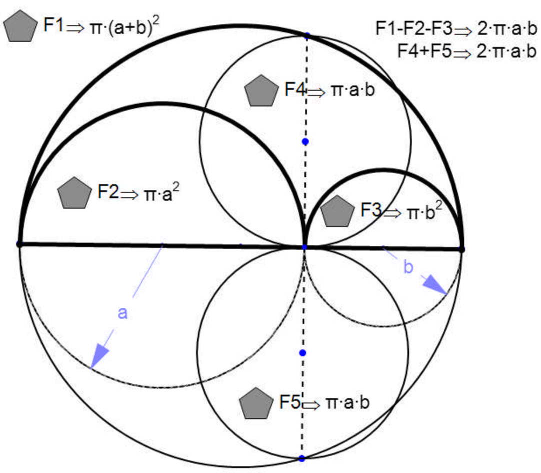
#10: $2\cdot(s1^2+s2^2+s3^2+s4^2)=4\cdot s1\cdot s2+4\cdot s1\cdot s3+4\cdot s2\cdot s3-2\cdot s1\cdot s2-2\cdot s1\cdot s3-2\cdot s1\cdot s4-2\cdot s2\cdot s3-2\cdot s2\cdot s4-2\cdot s3\cdot s4+s1^2+s2^2+s3^2+s4^2$

#11: $2\cdot(s1^2+s2^2+s3^2+s4^2)=(s1+s2+s3-s4)^2$

$$2\left(\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}+\frac{1}{r_3^2}+\frac{1}{r_4^2}\right)=\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right)^2$$

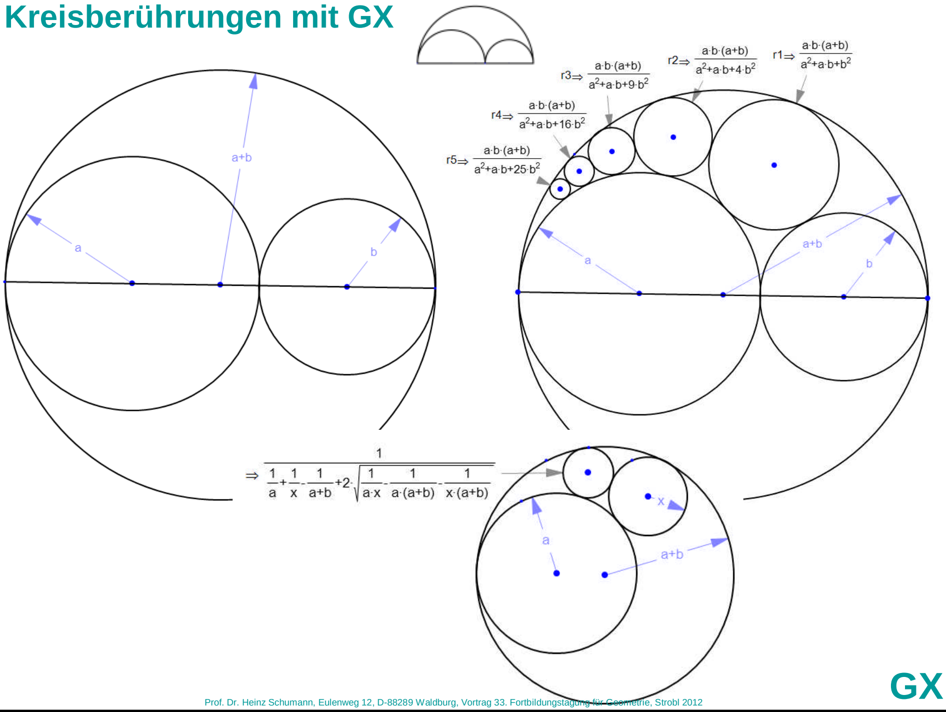
Das Doppelte der Quadratsumme der Krümmungen ist gleich dem Quadrat der Summe der Krümmungen.

Kreisberührungen mit GX



GX

Kreisberührungen mit GX



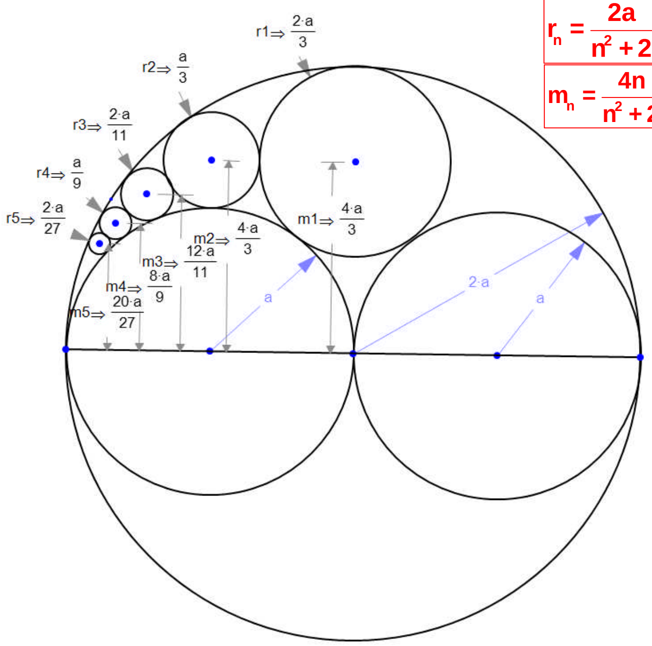
$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{x}-\frac{1}{a+b}+2\cdot\sqrt{\frac{1}{a\cdot x}-\frac{1}{a\cdot(a+b)}-\frac{1}{x\cdot(a+b)}}}$$

GX

Kreisberührungen mit GX

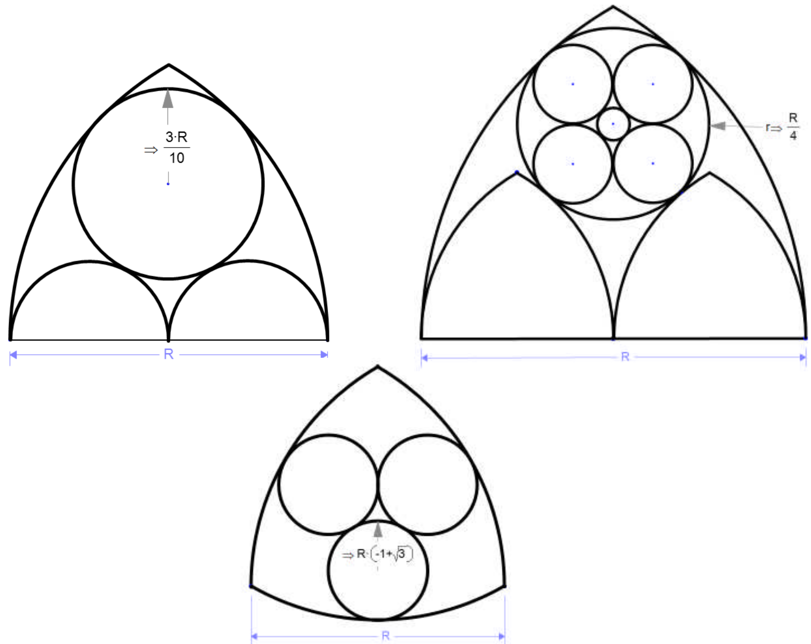
$$r_n = \frac{2a}{n^2+2}, n = 1,2,3,...$$

$$m_n = \frac{4n}{n^2+2}, n = 1,2,3,...$$



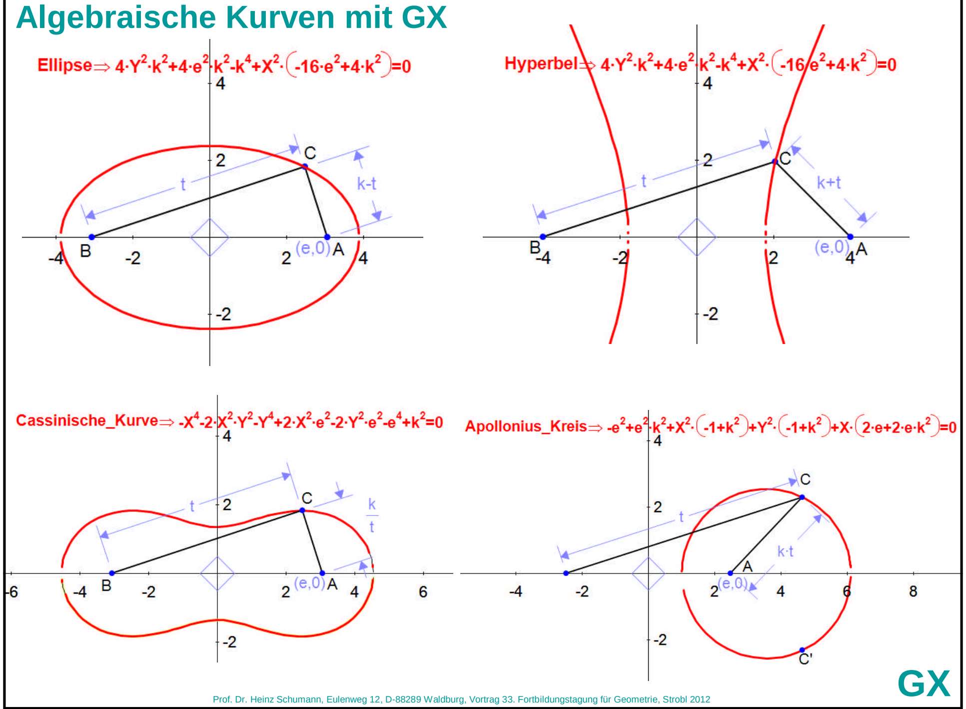
GX

Kreisberührungen mit GX



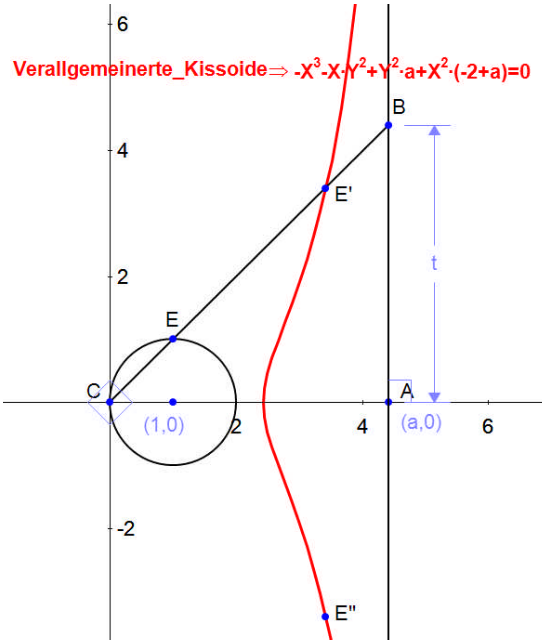
GX

Algebraische Kurven mit GX

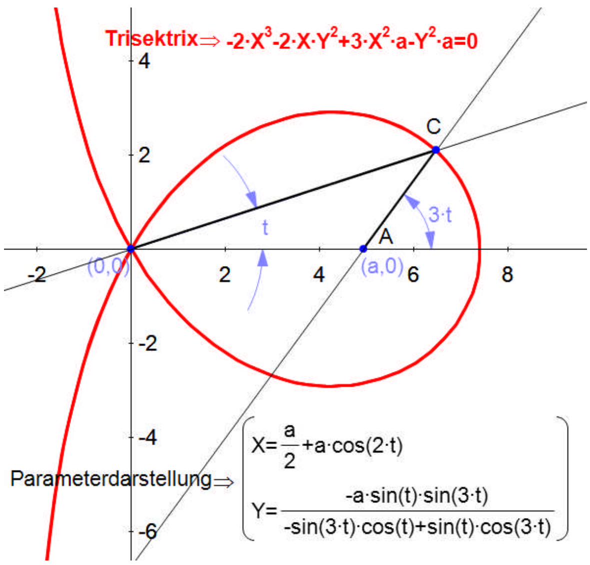


GX

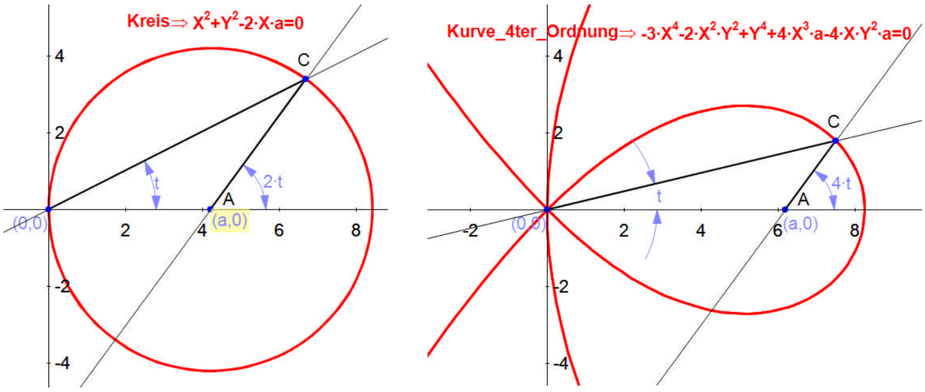
Algebraische Kurven mit GX



Algebraische Kurven mit GX

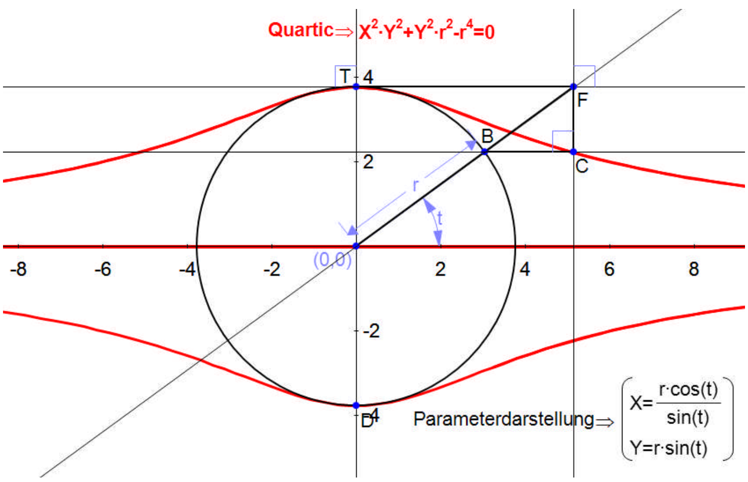


Algebraische Kurven mit GX



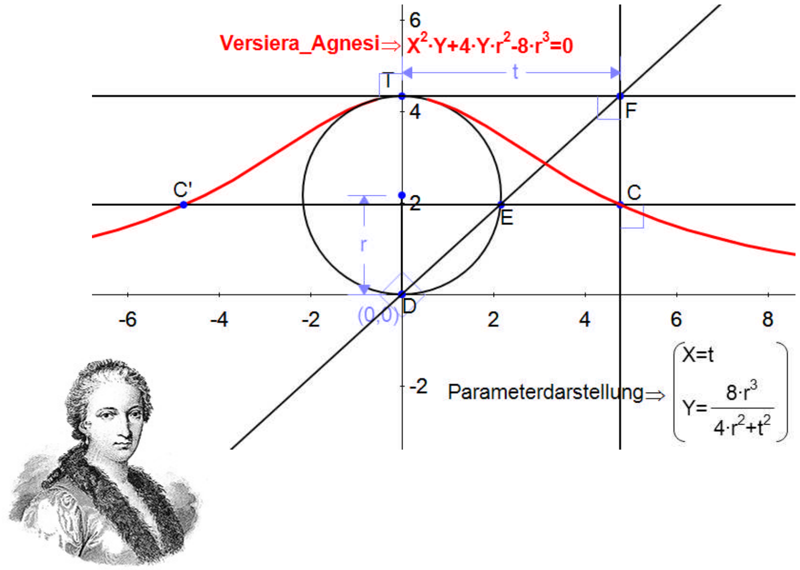
Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Algebraische Kurven mit GX



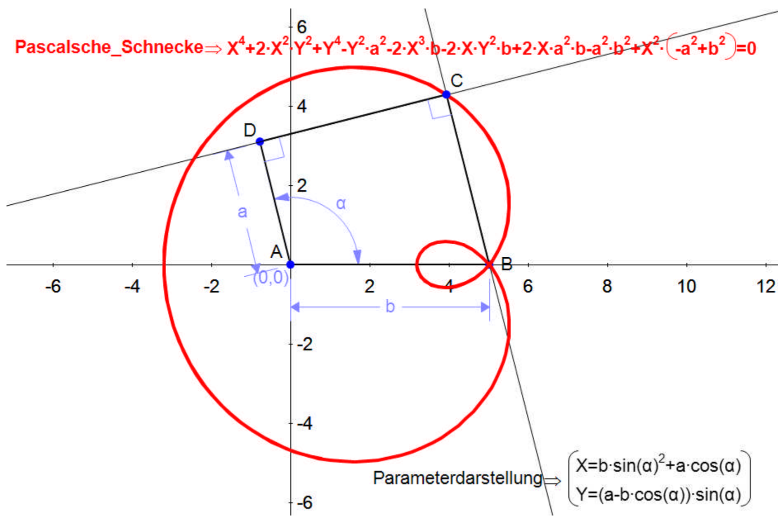
Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Algebraische Kurven mit GX



Maria Gaetana Agnesi (1718 – 1799), italienische Mathematikerin und Philanthropin
http://de.wikipedia.org/wiki/Maria_Gaetana_Agnesi

Algebraische Kurven mit GX

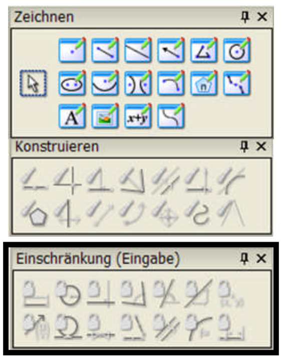


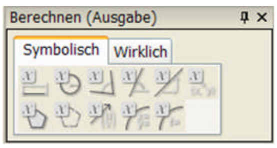
3. Zusammenfassung

DGS constrait based

Eingabe → ***Verarbeitung* (Black Box)** → **Ausgabe**

Konstruktion einer geometrischen Figur mit den sie bestimmenden Parametern bzw. Zwangsbedingungen → ***Verarbeitung*** Berechnung mit Methoden der Automated Deduction in Geometry (ADG) → **Algebraische** Eigenschaft der Figur (Gleichung, Formel)





Voraussetzung → *Beweis* → Behauptung

Eigenschaften der Figur, abhängig von ihren Konstruktions-parametern bzw. Zwangsbedingungen

?

Gleichung, Formel

Interpolationsproblem

Gegebenes → Gesuchtes

Lösungsweg? (bekannt)

Entdecken von Gesetzmäßigkeiten

Anwendung heuristischer Strategien

Generalisieren – Variieren – Analogisieren

Informelle Bedeutung

Der Vorteil
der automatisierten algebraischen Berechnungen
gegenüber den DGS-Messungen
an geometrischen Figuren
besteht in der Angabe der Abhängigkeit
der zu bestimmenden von den gegebenen Größen.

Verschiedene PROBLEME

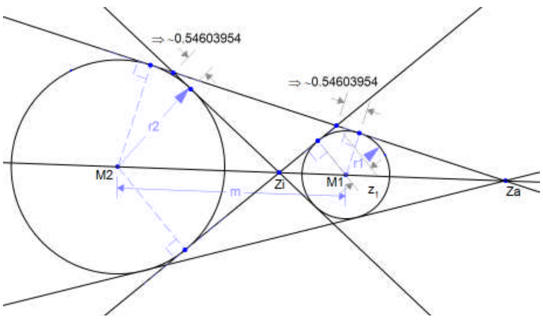
Die Einarbeitung in die Nutzung ist aufwendiger als in die der Nutzung von DGS!

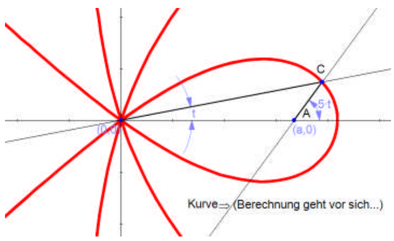
Eine erfolgreiche Nutzung setzt voraus
die Beantwortung der Frage:
Welche Größen reichen aus, um die gesuchten Größen zu berechnen?

Die Berechnungen führen oft auf komplizierte Terme, die verstanden, interpretiert und verglichen werden müssen.

Unsicherheit: Bei sehr komplexem Zusammen-hang zwischen gegebenen und gesuchten Größen versagt das Berechnungsverfahren oft.

Grenzen des Werkzeugs GX





Auswahl werkzeuggeeigneter Aufgaben

- Aufgabenselektionismus

Prof. Dr. Heinz Schumann, Eulenweg 12, D-88289 Waldburg, Vortrag 33. Fortbildungstagung für Geometrie, Strobl 2012

Notwendigkeit der Weiterbearbeitung der algebraischen Ausdrücke

Alle Ausdrücke haben MathML-Format:

Export nach *Mathematica*, *Maple*, … und <u>nicht</u> nach *DERIVE*

Export der Figuren

Animation files
HTML
Image files
JavaScript Applet animated example
JavaScript Applet example
JavaScript files
Lua applets **TI-Nspire**
widgets

Prognose

Unter dem Eindruck beschränkter unterrichtlicher Zeitressourcen und der Schwerpunktsetzung auf Prüfungen durch Tests und der damit verbundenen Reduktion anspruchsvollerer Inhalte des Mathematik-unterrichts, ist eine Integration neuer Geometrie-Themen nicht zu erwarten, selbst wenn diese durch neuartige dynamische Geometrie-Systeme zugänglich werden.

Allenfalls können Themen, die ebene synthetische Geometrie mit Algebra auf die vorstehende Weise verbinden, Beachtung finden in
- Schulcurricula
- Projekten
- individualisierten Leistungsüberprüfungen
- Facharbeiten
oder bei extra-curricularen Aktivitäten.

Danke für Ihre Aufmerksamkeit !