Manfred Pfennich
Manfred.Pfennich@aon.at
www.mathematikmodelle.net

Geometrische Flächen und Körper zum „Be – greifen“

(Geometrie von A bis Z)

Mehr als 1300 Seiten Kopiervorlagen für das „begreifende Erarbeiten“ der geometrischen Flächen und Körper im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 (NMS/HS und AHS) sowie der Sekundarstufe 2, für GZ/DG/TZ und für Mineralogie.

Inhalte:

Längenmaße, Flächenmaße, Vierecke und Dreiecke, Raummaße, Würfel, Massenmaße, Quader, Quader und Würfel mit Ausschnitten, Prismen über Dreiecks- und Vierecksflächen, zusammengesetzte Körper, Besondere Prismen, Pythagoräischer Lehrsatz im Schneidebeweis, Raumdiagonalen an Quadern und Würfeln, quadratische und rechteckige Pyramiden, Volumensbeweise für die Pyramiden, Ab- und Ausschnitte von Pyramiden, Pyramidenstümpfe, Kathetensatz und Höhensatz, Kreis, Zylinder und Zylinderschnitte, Kegel und Kegelstümpfe, Volumenbeweis für den Kegel, Kegelschnitte am realen Modell, Platonische, Archimedische und Catalanische Körper, Geom. Modelle für GZ/DG/TZ, Geometrische Körper der Mineralogie: Die 32 Kristallklassen, "Spielend lernen" mit geometr. Lernspielen, Administrative Hilfen für den Unterricht, besonders interessante ergänzende Modelle

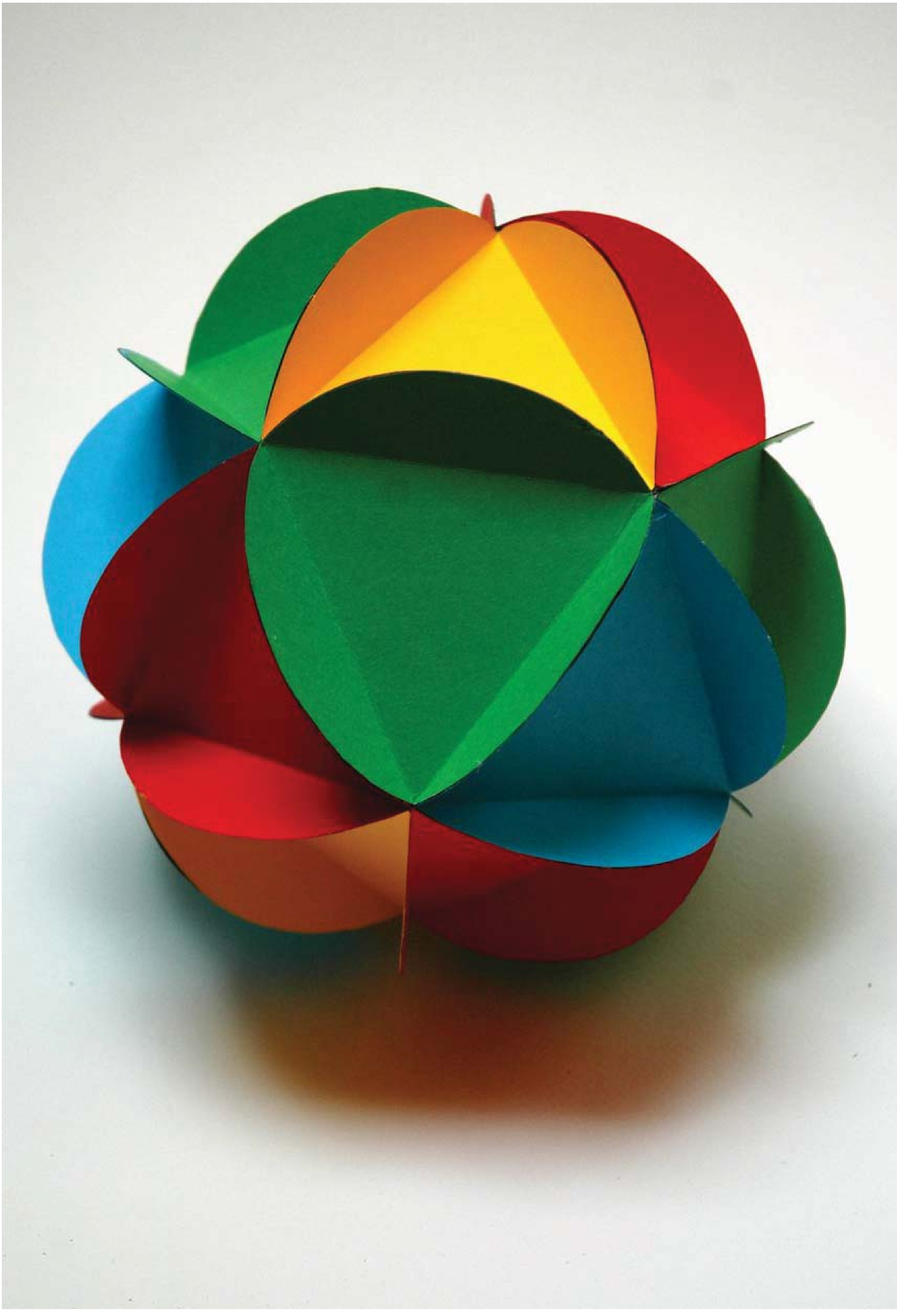
Besonders geeignet für die innere Differenzierung und als Motivation zu selbständigem Wissenserwerb

Durch intensive praktische Betätigung Förderung der Feinmotorik und damit auch beider Gehirnhälften!

Zur Erarbeitung, zur Festigung, für Aufgaben und für Supplierunterricht

Für den gesamten Kern- und Erweiterungsbereich des Lehrbereiches Geometrie

Downloadausgabe
Manfred Pfennich
A-8583 Edelschrott



„Zum Denken provozieren –
zum Lernen motivieren!“

„Vom Be – greifen ist es nicht weit zum Begreifen“

Kapitelübersicht

für die Kopiervorlagensammlung

Geometrische Flächen und Körper zum "Be - greifen"

(Geometrie von A bis Z)

„Denken entsteht durch
Verinnerlichung
von
gegenständlichen Handlungen“

„Vorstellung ersetzt ***erst dann***
das
Handeln, wenn es von diesem
ausreichend **Erkenntnisse**
gewonnen hat.“

Piaget

Entdeckendes Lernen ist wichtiger

als das Ausführen fertig präsentierter Lösungsrezepte.

Kompetenzorientierte Aufgaben
gestalten einen
kompetenzorientierten Unterricht
und umgekehrt.

Kompetenz

eine Begriffsklärung

Kompetenz ist das Ergebnis eines **Konstruktionsprozesses**, eines **Kombinationswissens**, eine Verkettung mehrerer Fertigkeiten.

Lernkompetenz umfasst Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, Gewohnheiten und Einstellungen, die für individuelle und kooperative Lernprozesse benötigt und zugleich beim Lernen entwickelt und optimiert werden (Sozial-, Selbst-, Sach- und Methodenkompetenz).

Lehrplan im Sinne einer Kompetenz-Orientierung:

Fachlicher, linearer, eher additiver Lehrplan

Vorbereitende Lernumgebung -
spiraliger Aufbau
Methodenvielfalt
- Individuelles Fördern
- Intelligentes Üben
... besprechen ...
Lösungswege
Fehler als Chance
Transparente Leistungs- und
Lernaufgaben

Aufbau inhaltsbezogener Kompetenzen

Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von den SchülerInnen in der **Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten** erworben.

Die inhaltsbezogenen Kompeten-zen werden (nachhaltig) von den SchülerInnen durch **mathematische Prozesse (Handlungen)** erworben.

Die prozessbezogenen Kompetenz-Bereiche

Modellieren
Problemlösen
Argumentieren
Kommunizieren
Darstellen
Symbolische, formale und technische Elemente

Die prozessbezogenen Kompetenzen werden von den SchülerInnen in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben.

Kompetenz – eine Begriffsklärung

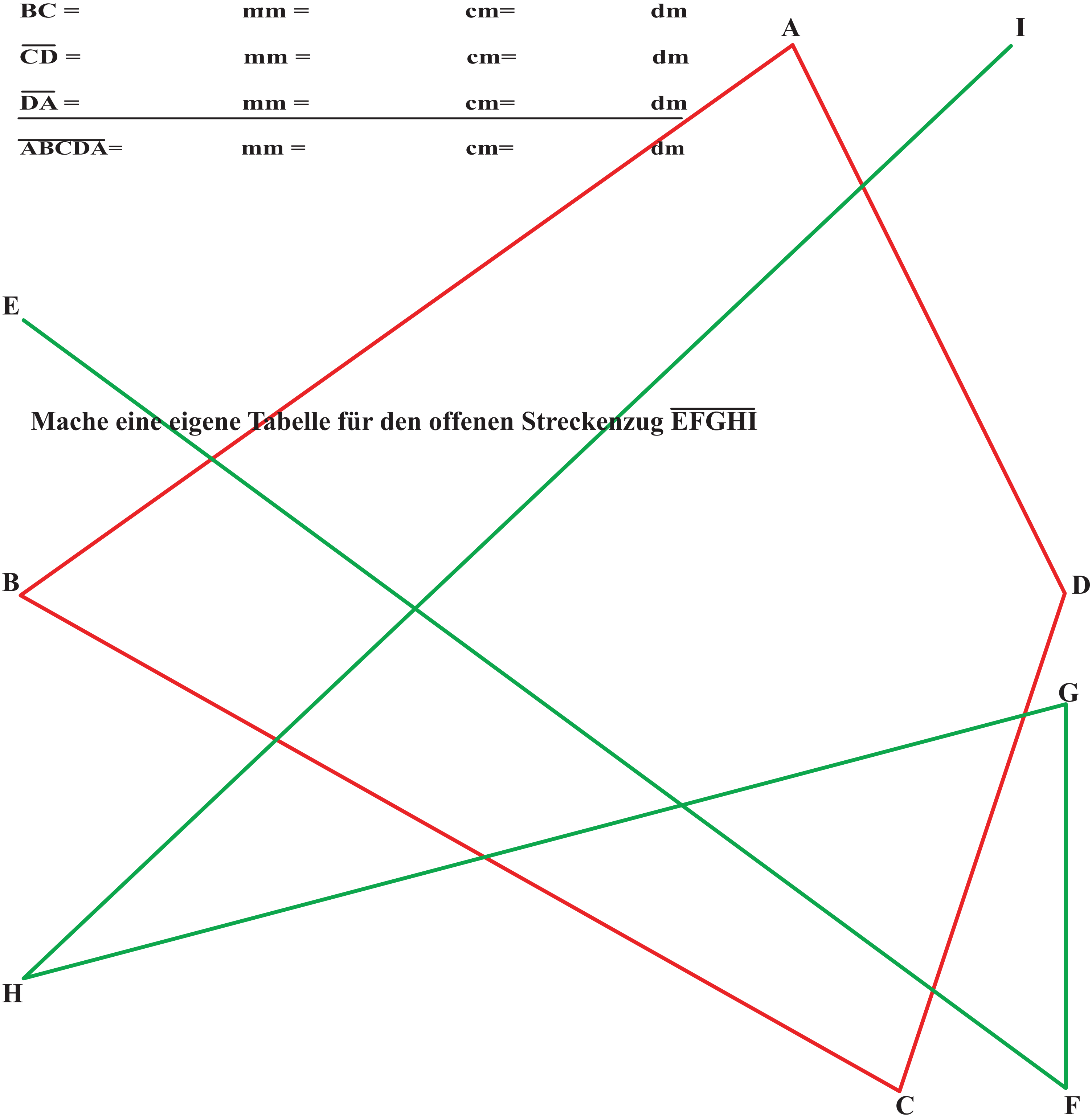
Kompetenz ist das Ergebnis eines **Konstruktionsprozesses**, eines **Kombinationswissens**, eine Verkettung mehrerer Fertigkeiten.

Lernkompetenz umfasst Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, Gewohnheiten und Einstellungen, die für individuelle und kooperative Lernprozesse benötigt und zugleich beim Lernen entwickelt und optimiert werden (Sozial-, Selbst-, Sach- und Methodenkompetenz).

Der Streckenzug $\overline{ABCDA}$

Hier siehst du den geschlossenen Streckenzug $\overline{ABCDA}$ (Kurzschreibweise: $\overline{ABCDA}$) und den offenen Streckenzug $\overline{EFGHI}$ (Kurzschreibweise: EFGHI)
Miss die Länge der einzelnen Teilstrecken und berechne die Gesamtlänge:
(Der Strich über AB heißt: “Die Länge der Strecke von A nach B” oder auch ganz einfach “die Strecke von A nach B”)

$\overline{AB}$ =	mm =	cm=	dm
$\overline{BC}$ =	mm =	cm=	dm
$\overline{CD}$ =	mm =	cm=	dm
$\overline{DA}$ =	mm =	cm=	dm
$\overline{ABCDA}$=	mm =	cm=	dm



Mache eine eigene Tabelle für den offenen Streckenzug $\overline{EFGHI}$

Viele Benennungen in der Geometrie und in anderen Wissenschaftsbereichen gehen zurück auf

Altgriechische Zahlen und Silben

Zahl	Grundzahlwörter (Kardinalzahl) oft gibt es 3 Geschlechtsformen Hier ist der 1. Fall (Nominativ) angezeigt	Vorsilbe (Präfix)	Wortbeispiele (Derivate)
Fett gedruckt sind hier die in der Geometrie meist gebrauchten Zahlen und Wortbeispiele			
1	εἷς, μία, ἕν [he s, m a, hen]	μονο- [mono-]	monochrom
2	δύο [dýo]	δι- [di-]	Distickstoffmonoxid (N_2O)
3	τρεῖς, τρία [treîs, tría]	τρι- [tri-]	**Trigon (Dreieck)**
4	τέτταρες, τέτταρα [téttares, téttara]	τετρα- [tetra-]	**Tetragon (Viereck),Tetraeder**
5	πέντε [pénte]	πεντα- [penta-]	**Pentagon (Fünfeck),** Pentagramm
6	ἕξ [hex]	ἑξα- [hexa-]	**Hexagon, Hexaeder**
7	ἑπτά [heptá]	ἑπτά- [heptá-]	**Heptagon**
8	ὀκτώ [oktō]	ὀκτα- [okta-]	**Oktagon, Oktaeder**
9	ἐννέα [ennéa]	ἐννέα- [ennéa-]	Enneagramm
10	δέκα [déka]	δέκα- [déka-]	**Dekagon, Dekagramm** (= Maß!)
11	ἕνδεκα [héndeka]	ἑνδεκα- [hendeka-]	
12	δώδεκα [dōdeka]	δωδεκα- [dōdeka-]	**Dodekaeder**
13	τρεῖς/τρία καὶ δέκα [treîs/tría kaì déka]	14: τέτταρες/τέτταρα καὶ δέκα [téttares/téttara kaì déka]	
15	πεντεκαίδεκα [pentekaídeka]	16: ἑκκαίδεκα [hekkaídeka]	
17	ἑπτακαίδεκα [heptakaídeka] …………….. und so weiter		
20	εἴκοσι [eíkosi]	εἰκοσα- [eikosa-]	**Ikosaeder**
30	τριάκοντα [triákonta]	40: τετταράκοντα [tettarákonta]	
50	πεντήκοντα [pentēkonta] ……………….. und so weiter		
100	ἑκατόν [hekatón]	ἑκατόν- [hekatón-]	**(Hektometer), Hektoliter, Hektar**
200	διακόσιοι, διακόσιαι, διακόσια [diakósioi], [diakósiai], [diakósia] / διακοσα- [diakosa-]		
300	τριακόσιοι, τριακόσιαι, τριακόσια [triakósioi…...] usw. / τριακοσα- [triakosa-] ………….. und so weiter		
1000	χίλιοι, χίλιαι, χίλια [chílioi]….	χιλιο- [chilio-]	**Kilo(gramm), Kilometer,** Kilowatt
2000	δισχίλιοι, δισχίλιαι, δισχίλια [dis chílioi]….	δισχιλιο- [dis chilio-]	
10000	μύριοι, -αι, -α [mýrioi]	μυριο- [myrio-]	Myriade (Myriaden)

Geometrie von "ge" (griech.) = Erde und "métrein" (griech.) = messen Geometrie ist also Erdvermessung **Diagonale** von: dia=durch und gony=Knie, Winkel Das ist die Verbindungsgerade zwischen nicht benachbarten Ecken in einem Polygon **Polyeder** von: polys/pole/poly=viel und hédra bzw. hedos=Sitz bzw. Fläche (im Deutschen änderte sich "hedra" zu "- eder", im Englischen wird, "hedra" zu "-hedron" Polyeder = Vielflach, Vielflächner oder Ebenflächner (tetra=vier bei Tetraeder, dieser ist ein Vierflächner) **Polygon** (Vieleck) von: polys/pole/poly=viel und gony=Knie, Winkel **Kathete** von "káthetos" = die Herabgelassene, das Lot Die 2 kurzen Seiten im rechtwinkeligen Dreieck **Hypothenuse** " von "hypoteíno" = Ich spanne darunter. Die längste Seite im rechtwinkeligen Dreieck, gegenüber dem rechten Winkel **Basis** von "basis" = Grundlage **Symmetrie** von "symmetría" = Ebenmaß, Gleichmaß **Isometrie** von "isos" = gleich und "metrein" = messen, also: "Isometrie" = Längengleichheit **Grad** von "gradus" = Schritt, Abschnitte / Ein Vollkreis hat 360 Grad (oder 400 Gon = Neugrad) **Meter** von "métron" = Maß, -messer / als Artikel sind "der" und "das" Meter erlaubt **ortho-** von "orthos" = recht, richtig ("orthogonal" = rechtwinkelig) **peri-** von "peri" = um, herum **-klin** von"klinein" = neigen bzw. geneigt ("triklin" = dreifach geneigt bzw. dreifach abgeschrägt) **Komplementärwinkel** von "complere" (lat.) = anfüllen **Supplementwinkel** von "supplere" (lat.) = ergänzen

Empfehlenswerte Links für Lehrer und besonders interessierte SchülerInnen höherer Klassen:
>www.de.wikipedia.oeg/wiki/Griechische_Zahlw%C3%B6rter< >http://wapedia.mobi/Griechische_Zahlen<

Aus: Geometrische Flächen und Körper zum "Be - greifen" © Manfred Pfennich (Manfred.Pfennich@aon.at) A-8583 Edelschrott

Name: A 2.3.1

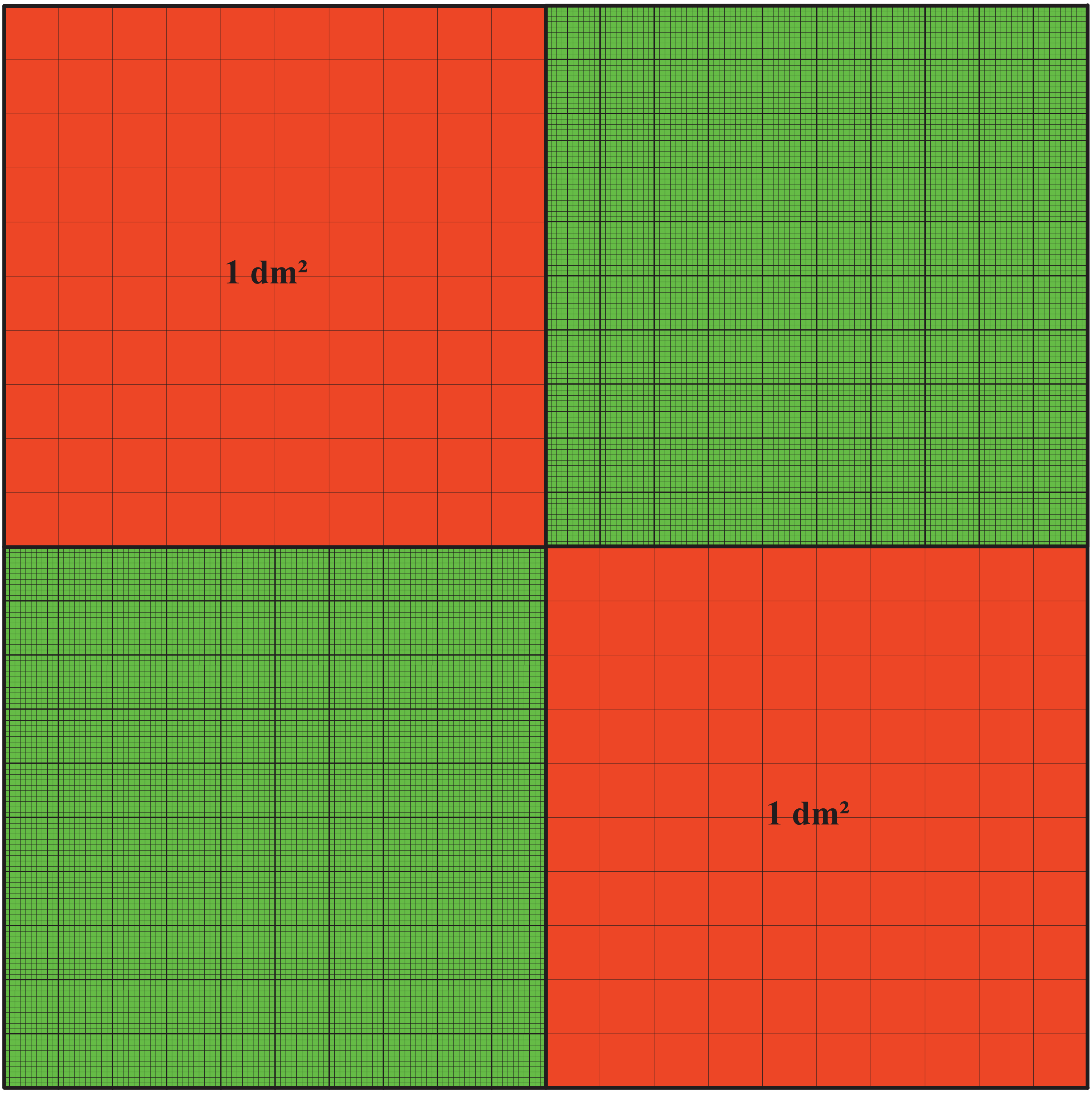
Arbeitsblatt: Längenmaße

Zuerst die Lösung 1 ausfüllen, dann diese Spalte nach hinten knicken, die Lösung 2 ausfüllen und vergleichen. Training macht dich schneller!

	Angaben		verwandeln in *mehrn. = mehrnamig*		Lösung 2		Lösung 1	
1.)	3,429 km	=	mehrn.					
2.)	56 m	=	km					
3.)	2,5 m	=	mehrn.					
4.)	0,8 m	=	dm					
5.)	45 mm	=	mehrn.					
6.)	67 cm	=	mehrn.					
7.)	5 cm	=	m					
8.)	3,4 m	=	dm					
9.)	2 m 5 cm	=	m					
10.)	1,67 m	=	cm					
11.)	1,85 km	=	m					
12.)	9 m	=	km					
13.)	7 dm	=	m					
14.)	6 cm	=	mm					
15.)	2,345 m	=	mehrn.					
16.)	64 cm	=	m					
17.)	23 km	=	m					
18.)	999 m	=	km					
19.)	9 dm	=	m					
20.)	99 cm	=	m					
21.)	9 cm	=	dm					
22.)	9 mm	=	cm					
23.)	28 mm	=	cm					
24.)	5 mm	=	m					
25.)	65 mm	=	dm					
26.)	2 dm 8 cm	=	mm					
27.)	4 m 3 cm	=	cm					
28.)	2,03 km	=	mehrn.					
29.)	1 km 8 m	=	km					
30.)	8,4 m	=	cm					

Trage zur Eigenkontrolle rechts die benötigten Zeiten ein:

Wieviel dm² sind 1 m²?

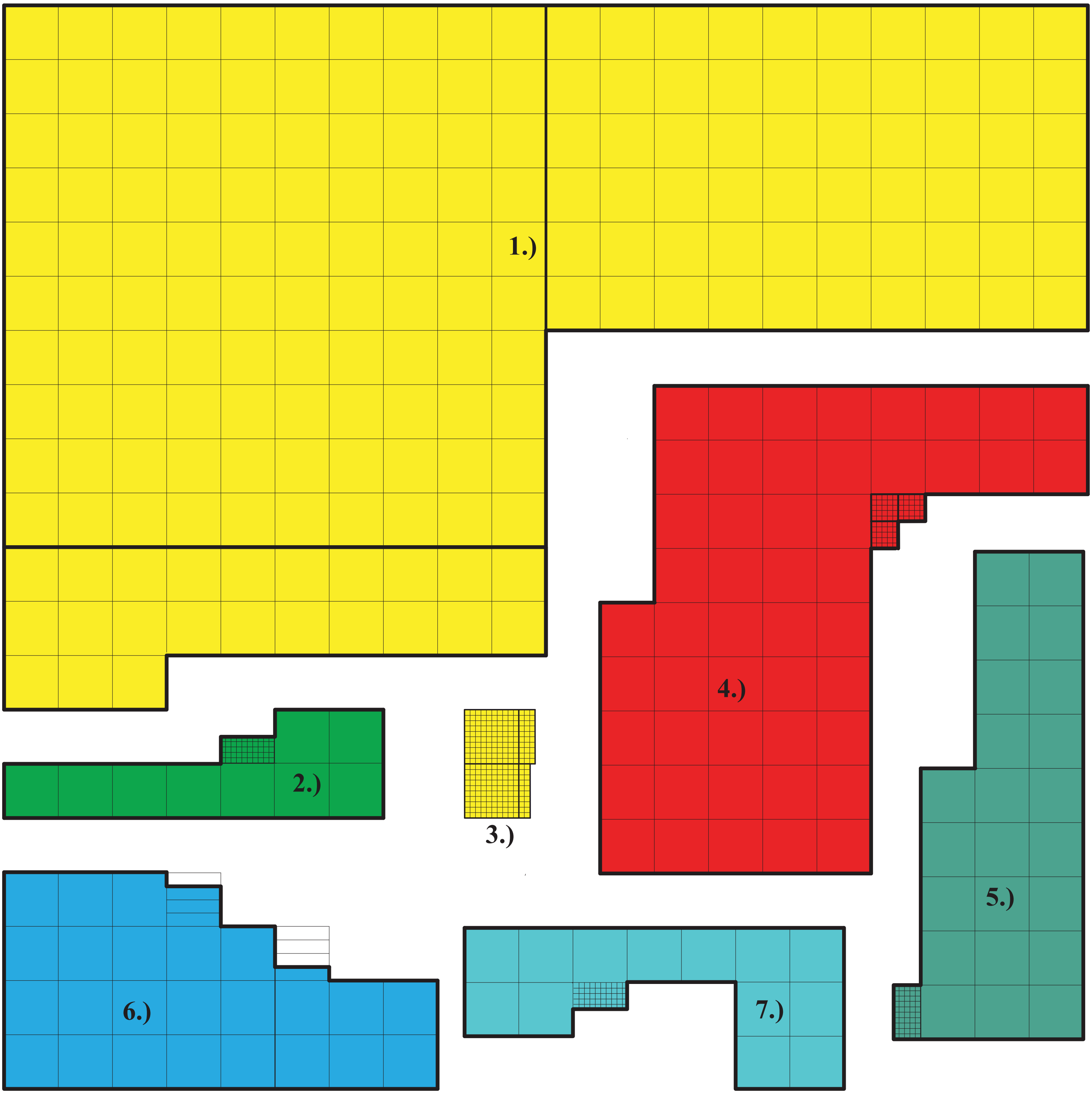


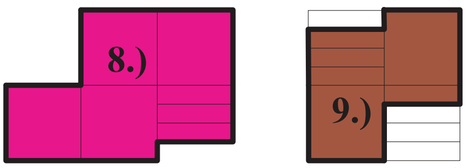
Wieviele dm² müssen wir in einer Reihe zusammenmontieren, bis wir in einem Quadrat mit 1 m Seitenlänge die erste Reihe gefüllt haben?
Wieviele solche Reihen müssen dann sein, dass wir ein Quadrat mit jeweils 1m Seitenlänge zusammengestellt haben?

$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2 = 0,01\ m^2$ $\quad$ $1\ cm^2 = \frac{1}{10000}\ m^2 = 0,0001\ m^2$ $\quad$ $1\ mm^2 = ?$

Bestimme die Flächeninhalte (6)

und berechne auch die Umfänge der verschiedenen Flächen
(Auch reines Abzählen ist erlaubt! Es muss nicht immer alles *berechnet* werden!)



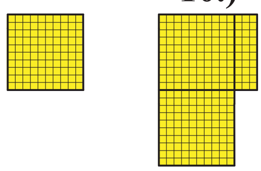


$$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2 = 0,01\ m^2$$

$$1\ cm^2 = 0,01\ dm^2 = 0,0001\ m^2$$

$$1\ mm^2 = 0,01\ cm^2 = 0,0001\ dm^2 = 0,000001\ m^2$$

10.)



Zum Abschluss als Zusatzarbeit bzw. Wiederholung: Wie groß ist der Umfang der verschiedenen Flächen?

Name: **B 3.2.1**

Arbeitsblatt: Die Flächenmaße: (mm²-cm²-dm²-m²-a-ha-km²)

Zuerst die Lösung 1 ausfüllen, dann diese Spalte nach hinten knicken, die Lösung 2 ausfüllen und vergleichen. Training macht dich schneller!

	Angaben		verwandeln in *mehrn. = mehrnamig*		Lösung 2		Lösung 1	
1.)	38,56 a	=	m²					
2.)	4 a	=	m²					
3.)	1,5 km²	=	ha					
4.)	6586 ha	=	km²					
5.)	354 m²	=	mehrn.					
6.)	21247 m²	=	mehrn.					
7.)	9 a 82 m²	=	m²					
8.)	8,4 ha	=	a					
9.)	760 a	=	m²					
10.)	9,7 ha	=	m²					
11.)	82984 m²	=	ha					
12.)	80 ha	=	km²					
13.)	6,3 ha	=	km²					
14.)	3,003 a	=	m²					
15.)	0,485 a	=	m²					
16.)	1859 m²	=	ha					
17.)	972,4 m²	=	a					
18.)	6,5 ha	=	a					
19.)	29176 m²	=	ha					
20.)	0,8 ha	=	m²					
21.)	1,704 a	=	m²					
22.)	2,81 a	=	m²					
23.)	841 m²	=	a					
24.)	0,76 km²	=	ha					
25.)	5,008 a	=	m²					
26.)	4,5 km²	=	ha					
27.)	189,4 a	=	mehrn.					
28.)	2,5 ha	=	a					
29.)	3,8 km²	=	ha					
30.)	2650 m²	=	a					

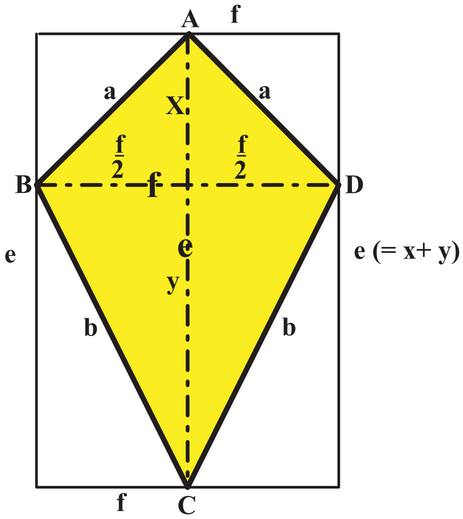
Trage zur Eigenkontrolle rechts die benötigten Zeiten ein:

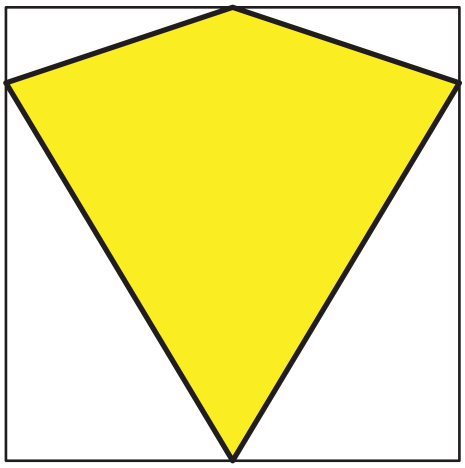
Das Deltoid (das Drachenviereck) $A=\frac{e \times f}{2}$

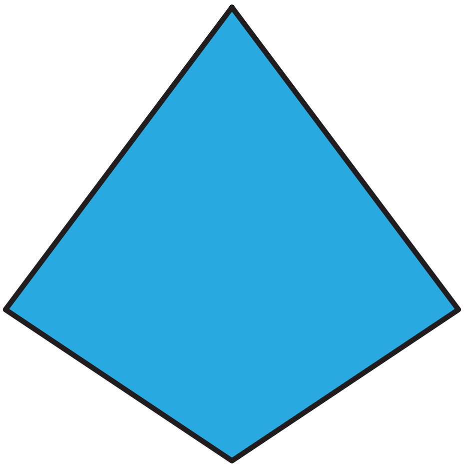
Beim Deltoid sind immer 2 benachbarte Seiten gleich lang. Die **längere Diagonale** wird meist "**e**" genannt, die **kürzere** "**f** ", und sie stehen zueinander **im rechten Winkel**. Die längere Diagonale halbiert die kürzere. Zum Beschriften suche immer zuerst die längere Diagonale. Wenn du sie benannt hast, benennst du jenen Eckpunkt dieser Diagonale, der näher zum Diagonalenschnittpunkt liegt mit A. In diesem Eckpunkt treffen sich auch die Seiten "a". Die Eckpunkte B,C,D folgen der Drehung **gegen** den Uhrzeiger.

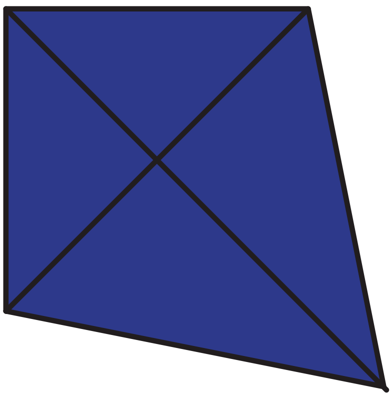
Auch dem Drachenviereck kann ein Rechteck mit den Maßen der beiden Diagonalen umgeschrieben werden. Welche Möglichkeit für die Flächenberechnung des Deltoids gibt das wieder? Welche weitere Möglichkeit für die Flächenberechnung gibt es noch?

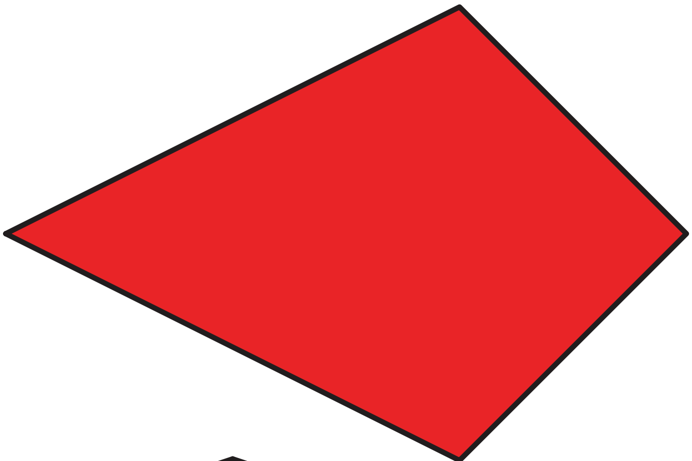
Wenn du die Schneidebeweise für die Flächenberechnung durchführst: Zeichne zuerst immer das umgeschriebene Rechteck (beschriften!), dann klebe die Rhombusteile darin als Rechteck ein. Es ensteht immer ein Rechteck, das entweder halb so hoch oder halb so breit wie das Deltoid ist.

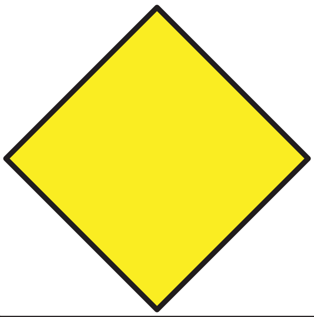




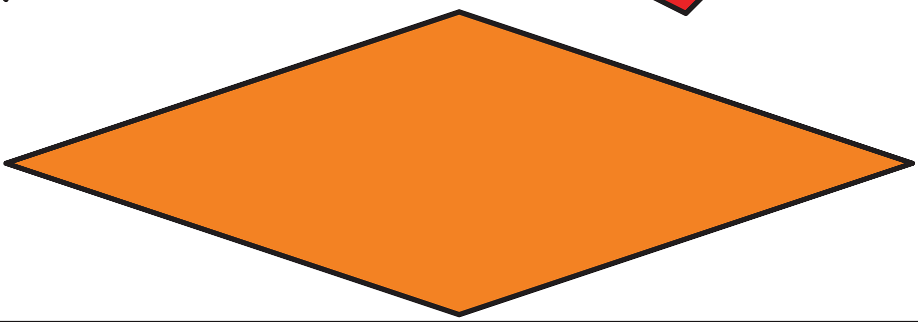






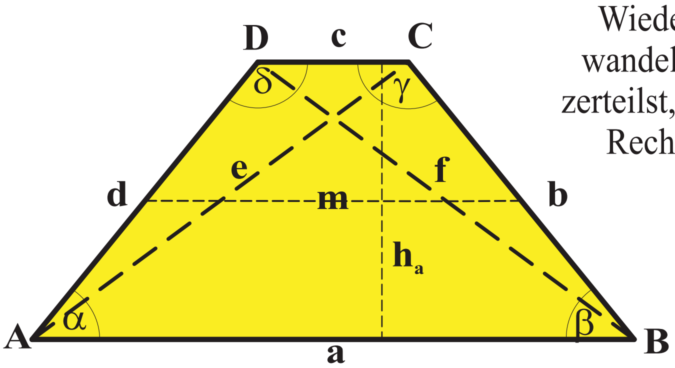


Diese 2 Deltoide haben auch noch andere Namen:

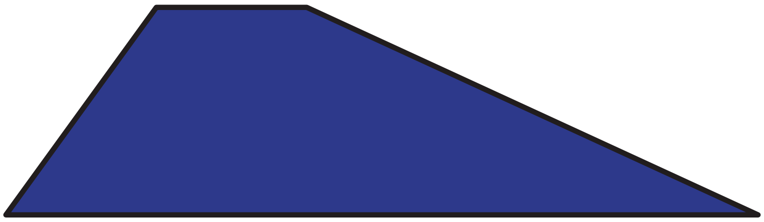


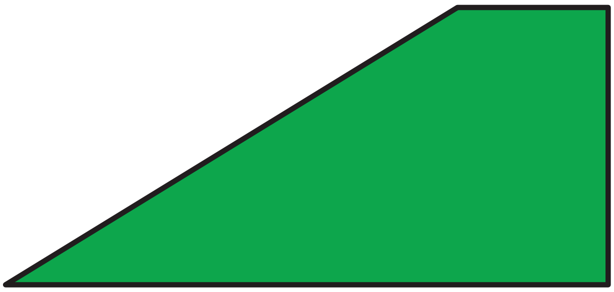
Das Trapez: $A=\frac{(a+c)}{2} \times h = m \times h$

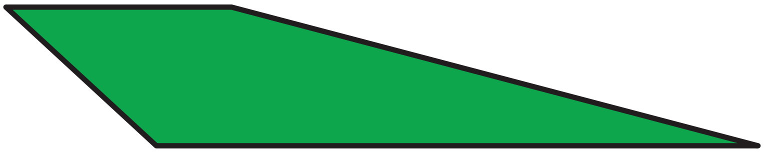
Das Trapez ist ein Viereck, bei dem 2 Seiten zueinander parallel stehen. Meist werden sie “a” und “c” genannt. Die Seiten b und d <u>können</u> gleich lang sein. Das ist beim gleichschenkeligen Trapez der Fall, bei dem die Diagonalen zueinander auch im rechten Winkel stehen <u>können</u>. Was ist über die Länge der Diagonalen beim gleichschenkeligen Trapez zu sagen? Auch die Winkel α und β sind bei ihm gleich groß. Ebenso die Winkel γ und δ. In halber Höhe kann man beim Trapez die Mittellinie “m” einzeichnen. Wenn du ihre Länge misst und mit a und c vergleichst, so kannst du diese Länge leicht ausrechnen! Wie? Da a und c zueinand parallel sind, kann man die Höhe im rechten Winkel zur Grundlinie (das muss nicht unbedingt die längste Seite sein) beliebig oft einzeichnen. Die Benennung läuft <u>gegen</u> den Uhrzeiger!

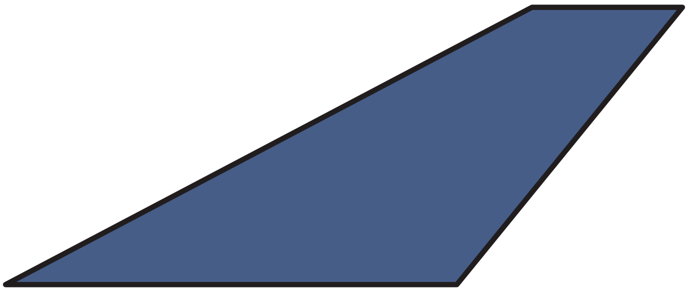


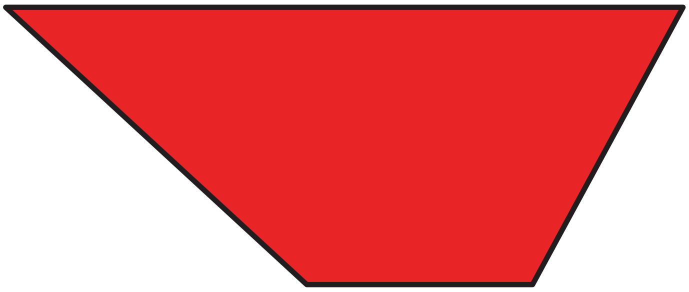
Wieder kannst du die Trapezfläche in eine Rechtecksfläche verwandeln. Bevor du das Trapez ausschneidest und für den Beweis zerteilst, zeichne seine ursprüngliche Form. Es entsteht immer ein Rechteck, das entweder halb so hoch oder halb so breit wie das Trapez ist.



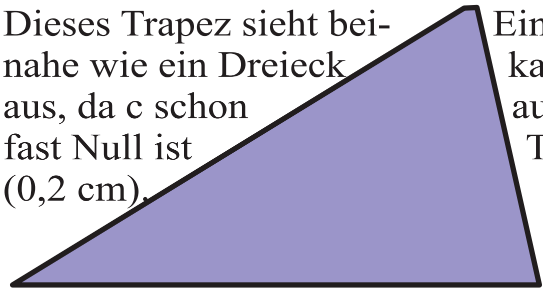








Dieses Trapez sieht beinahe wie ein Dreieck aus, da c schon fast Null ist (0,2 cm).



Ein Dreieck kann also auch als Trapez mit c=0 gesehen werden.

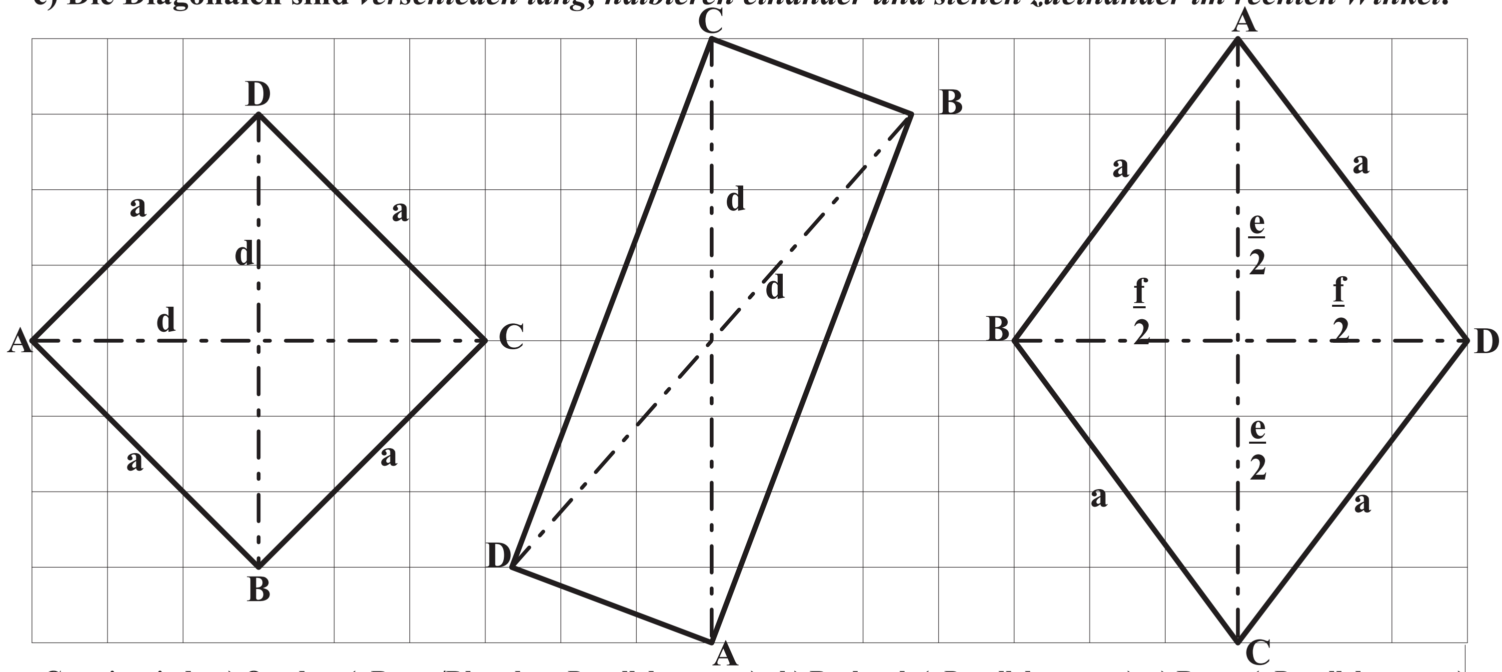
In der nebenstehenden Sonderform eines Trapezes sind b, c und d gleich lang.

Viereckskonstruktionen nach den Diagonalen

L ö s u n g e n

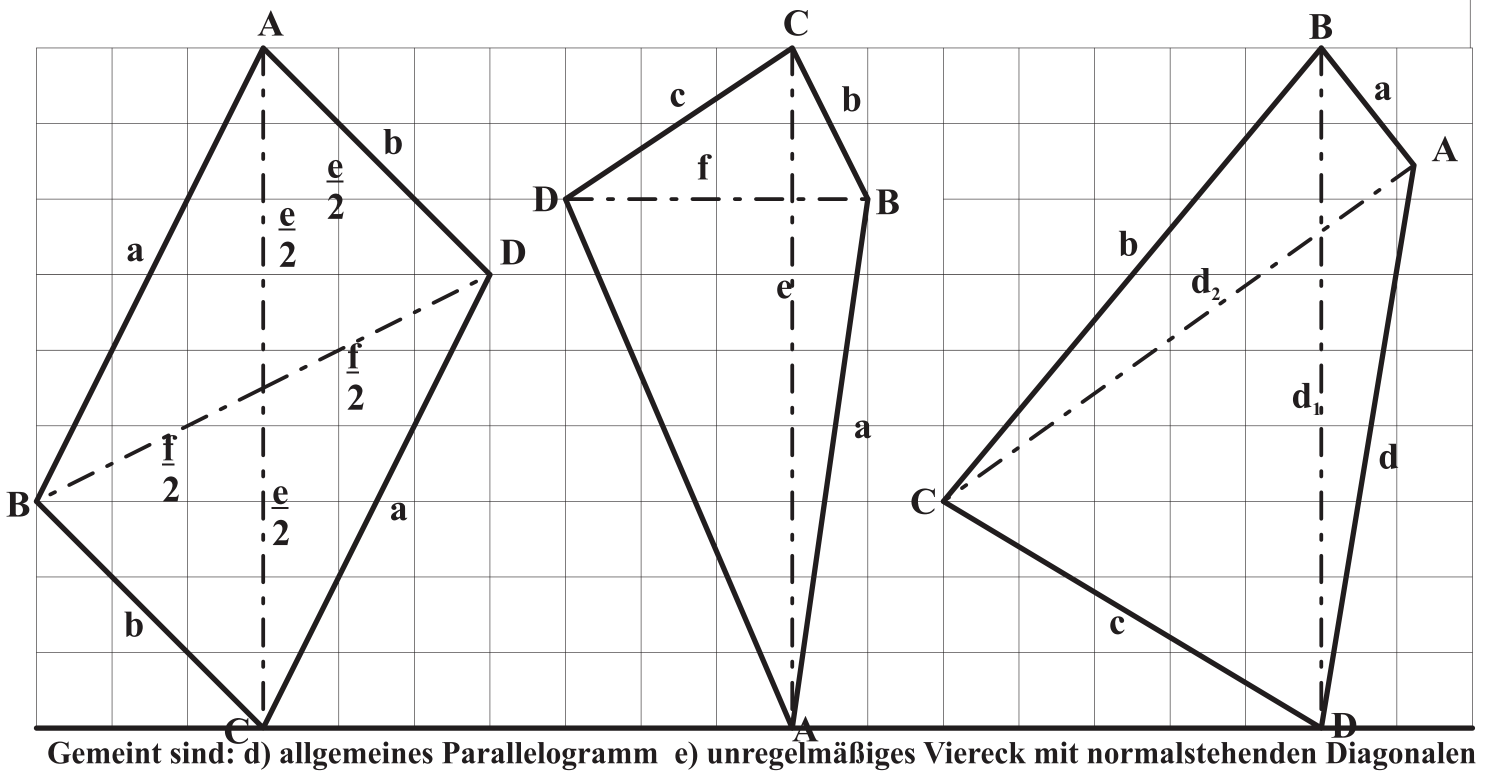
Konstruiere Vierecke nach folgenden Vorschriften

a) Die Diagonalen sind *gleich lang, halbieren einander und stehen zueinander im rechten Winkel*
b) Die Diagonalen sind *gleich lang, halbieren einander und stehen zueinander* <u>nicht</u> *im rechten Winkel*
c) Die Diagonalen sind *verschieden lang, halbieren einander und stehen zueinander im rechten Winkel.*



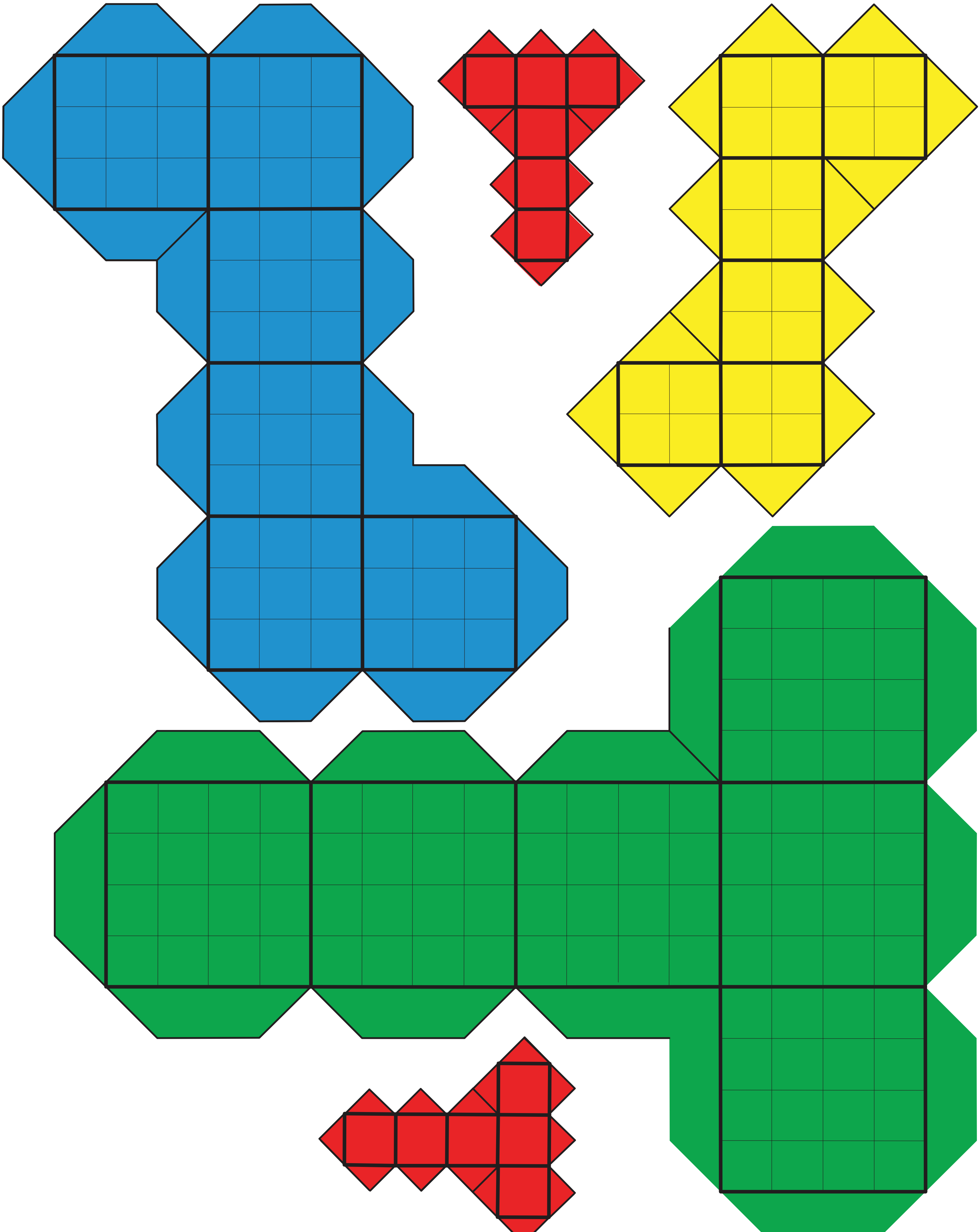
Gemeint sind:_a) Quadrat (=Raute/Rhombus, Parallelogramm), b) Rechteck (=Parallelogramm), c) Raute (=Parallelogramm)

d) Die Diagonalen sind *verschieden lang, halbieren einander und stehen zueinander nicht im rechten Winkel*
e)Die Diagonalen sind *verschieden lang, halbieren einander nicht und stehen zueinander im rechten Winkel*
f) Die Diagonalen sind *verschieden lang, halbieren einander nicht und stehen zueinander nicht im rechten Winkel*



Gemeint sind: d) allgemeines Parallelogramm e) unregelmäßiges Viereck mit normalstehenden Diagonalen
f) allgemeines unregelmäßiges Viereck

Die Netze des 1 cm-, 2 cm -, 3 cm - - und 4 cm - Würfels



Name: **D 2.2.2**

Arbeitsblatt: **Raummaße (Achtung: 1 l Wasser = 1 kg / 1000 kg = 1 t)**

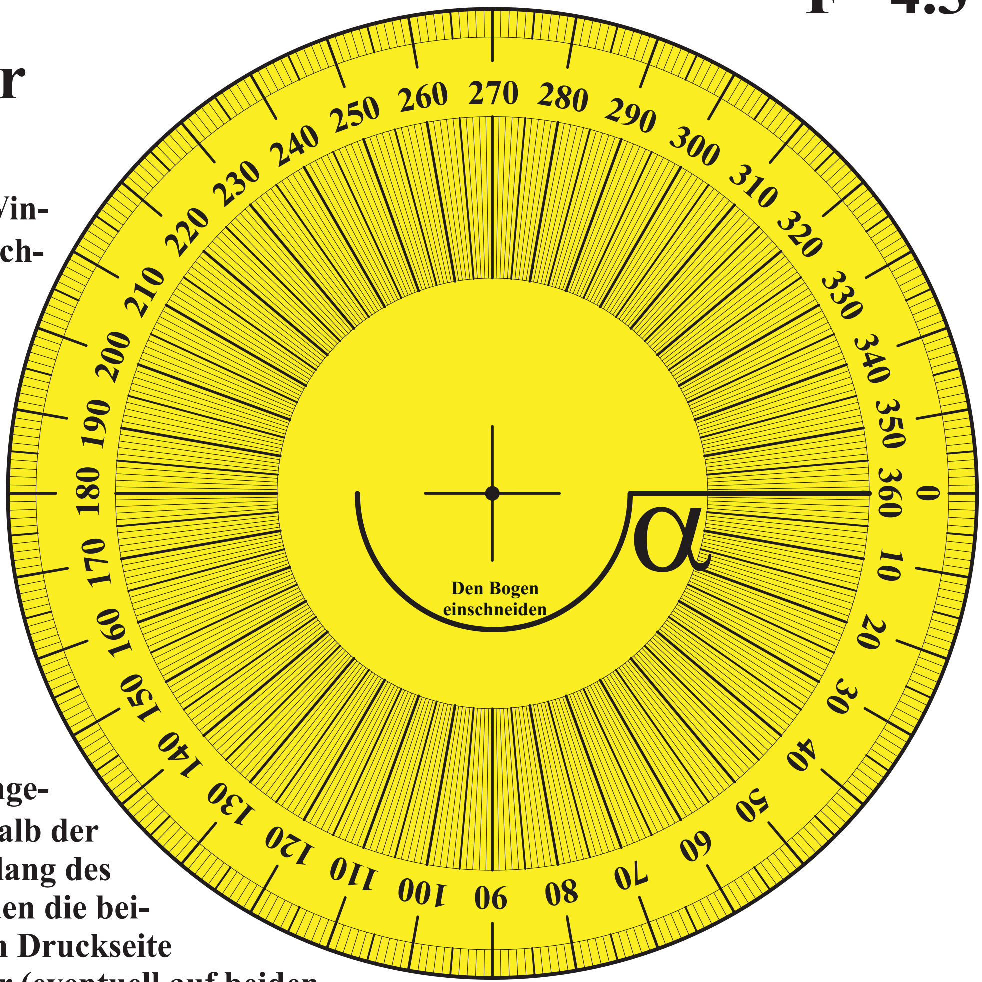
Zuerst die Lösung 1 ausfüllen, dann diese Spalte nach hinten knicken, die Lösung 2 ausfüllen und vergleichen. Training macht dich schneller!

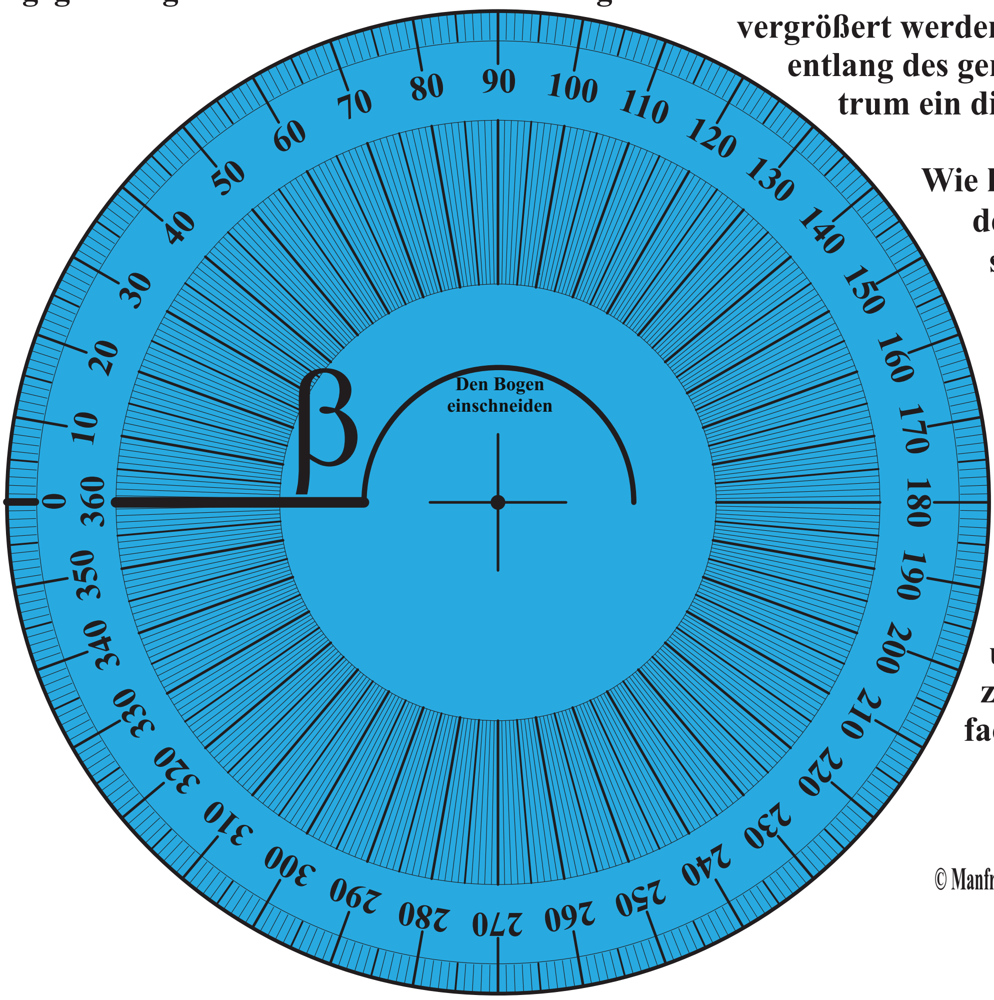
	Angaben		verwandeln in *mehrn. = mehrnamig*		Lösung 2		Lösung 1	
1.)	5,867 dm³	=	mehrn.					
2.)	6 dm³ 728 cm³	=	dm³					
3.)	8 dm³ 3 cm³	=	dm³					
4.)	4280 cm³	=	dm³					
5.)	6,9 dm³	=	cm³					
6.)	29,008 dm³	=	cm³					
7.)	5 dm³ 28 cm³	=	dm³					
8.)	2500 mm³	=	cm³					
9.)	7 dm³	=	m³					
10.)	1400 dm³	=	m³					
11.)	5 m³ 8 dm³	=	m³					
12.)	2 dm³ 26 cm³	=	dm³					
13.)	26850 cm³	=	dm³					
14.)	8200 dm³	=	m³					
15.)	7950 dm³	=	m³					
16.)	3500 l	=	m³					
17.)	6,5 dm³	=	mehrn.					
18.)	0,45 dm³	=	cm³					
19.)	7 dm³ 100 cm³	=	dm³					
20.)	4,52 dm³	=	mehrn.					
21.)	120 dm³	=	m³					
22.)	18 dm³	=	m³					
23.)	5300 l	=	m³ = t					
24.)	300 dm³	=	m³ = kg					
25.)	0,8 m³	=	dm³ = kg					
26.)	3,25 m³	=	dm³ = kg					
27.)	68,5 dm³	=	kg					
28.)	2,5 m³	=	t					
29.)	8 ml	=	cm³					
30.)	12 l	=	dm³					

Trage zur Eigenkontrolle rechts die benötigten Zeiten ein:

Wie α und β größer werden

Um zeigen zu können, wie das Winkelfeld α am linken und β am rechten Ende einer Geraden immer größer werden, schneide diese Vollkreiswinkelmesser zuerst einmal einfach aus. (Eventuell vorher laminieren!)
Dann tausche mit einem Mitschüler den zweiten Winkel in einer anderen Farbe. In die Mittelpunkte wird sorgfältig ein rundes Loch für eine Briefklammer gestochen (aufpassen, dass nichts einreisst!) Und dann wird außen vom Rand her die strichlierte Linie samt Bogen eingeschnitten. Bei β schneide unterhalb der dicken schwarzen Linie und entlang des strichlierten Bogens. Dann werden die beiden Winkelmesser Druckseite an Druckseite gelegt und mit der Briefklammer (eventuell auf beiden Außenseiten noch eine Beilagscheibe beifügen!) zusammenmontiert. Die Winkel werden beim Drehen gegenseitig durch die Schlitze gesteckt und die Winkelfelder können durch Weiterdrehen vergrößert werden. Auf der Rückseite gehört noch entlang des geraden Einschnittes bis zum Zentrum ein dicker Strich gezogen.



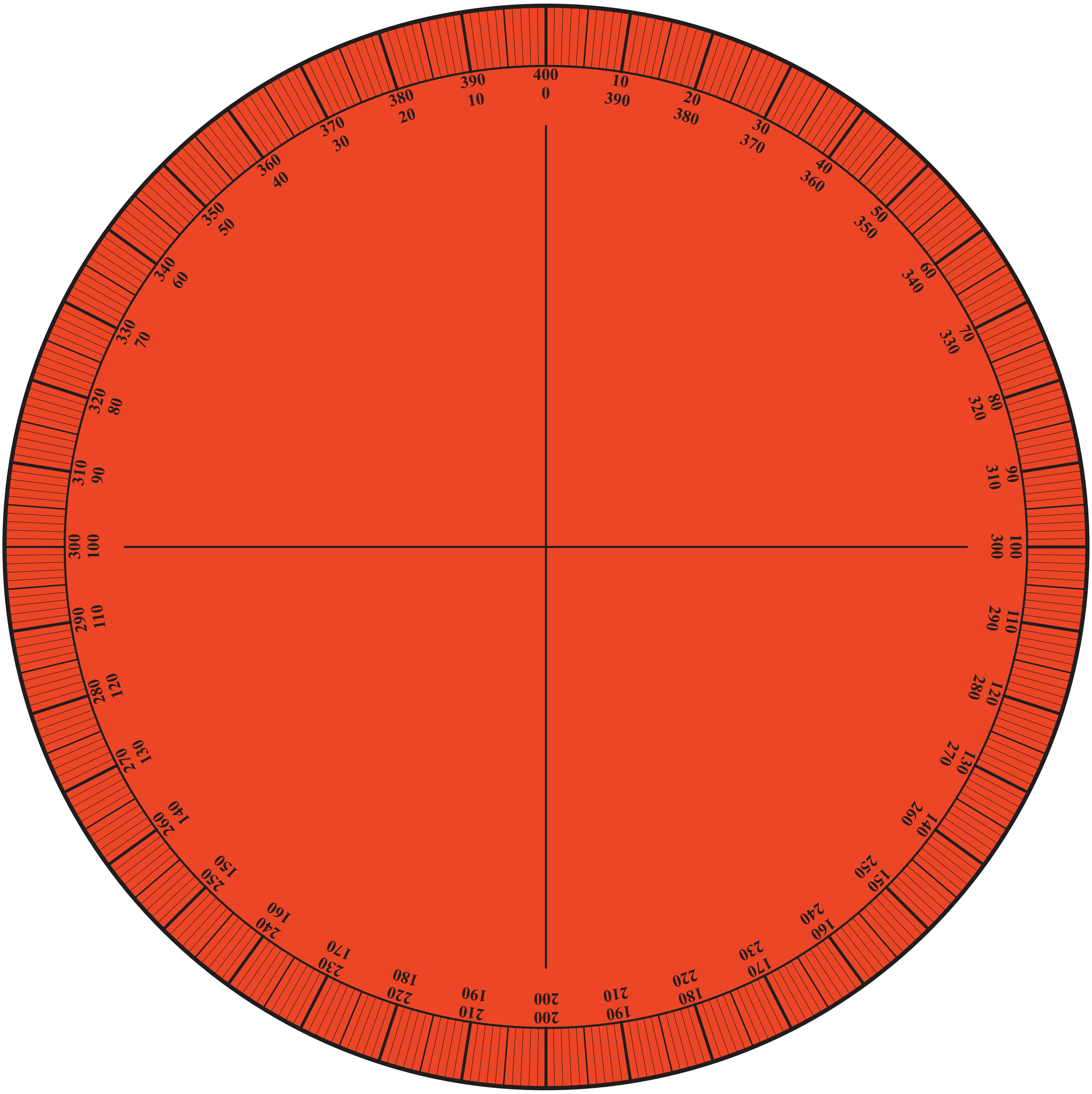


Wie kannst du schnell überprüfen, ob dein Winkel mit z.B. 130° wirklich stimmt und es nicht nur 50° sind:
Du kannst α zwischen Daumen und Zeigefinger der linken Hand aufspannen, β zwischen Daumen und Zeigefinger der rechten Hand.

Winkel mit mehr als 90 Grad sind so kaum möglich, ja so große Winkel bereiten (so geschätzt und kontrolliert) bereits Schmerzen beim Aufspannen. Das ist einfachste Selbstkontrolle!

Aus:
Geometrische Flächen und Körper zum "Be - greifen"
 (Manfred.Pfennich@aon.at) A-8583 Edelschrott
www.mathematikmodelle.net

Vollkreiswinkelmesser mit 400 Neugraden (gon)

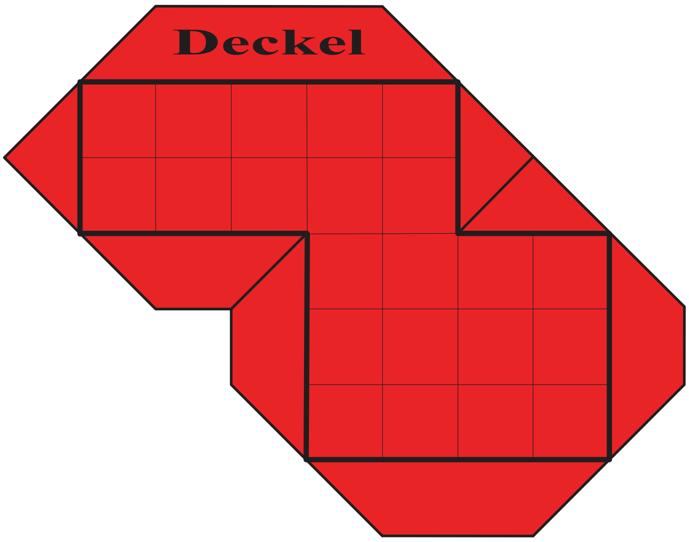


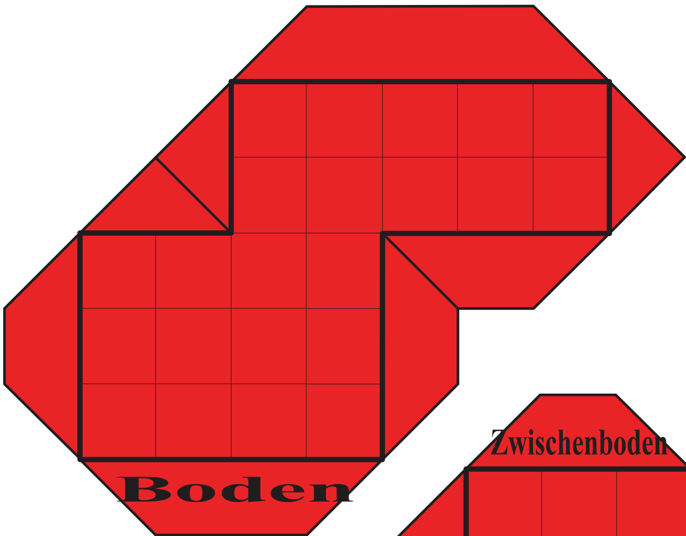
Zur Lehrer-Information und für besonders Interessierte:

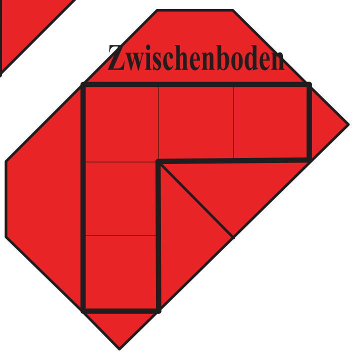
Das Messen und Rechnen mit Neugraden (der Vollkreis hat 400^g = 400 gon) kommt teilweise bei den Geometern - also in der Landvermessung - zu Anwendung. Bei der Teilung der Neugrade kommt das Dezimalsystem zur Anwendung, z.B.: $23{,}85^g$.

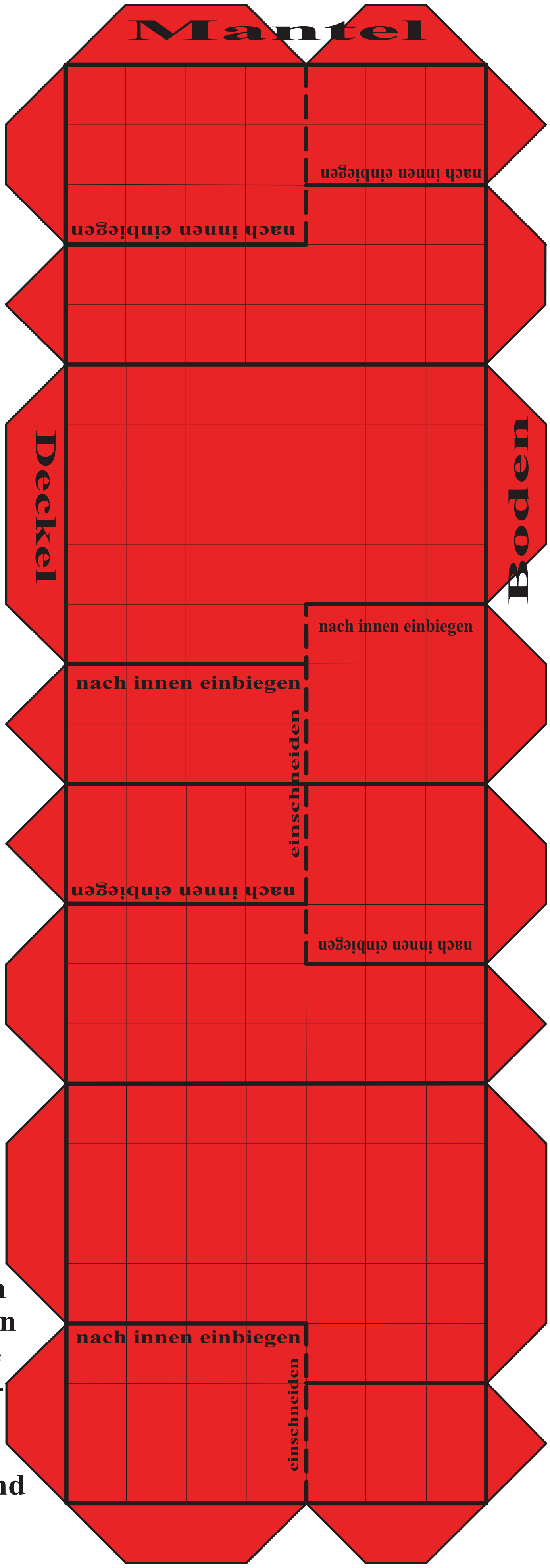
Für die Umrechnung überlege dir zuerst, wie man z.B. von 90 Grad auf 100 gon kommt: dividiert durch 9 und dann mal 10. Jede Gradminute ist 1/60 und jede Gradsekunde ist 1/3600 eines Grades. So kannst du also auch auf die Umwandlung in Teile von gon überlegen.

Quader mit 4 Ausschnitten









Da die Ausschnitte 2x2 und 3x3 direkt zusammenstoßen, hat der Zwischenboden die Form der Differenz der beiden Flächen. Ist die Oberfläche bei dieser Möglichkeit von Ausschnitten noch immer gleich groß wie die des vollständigen Würfels? Wenn ein Unterschied besteht: Wie groß ist dieser? Kannst du einen Grund dafür nennen?


G 6.5.1
G 6.5.1
G 3.3
G 7.3

Denknüsse mit Würfeln (3)

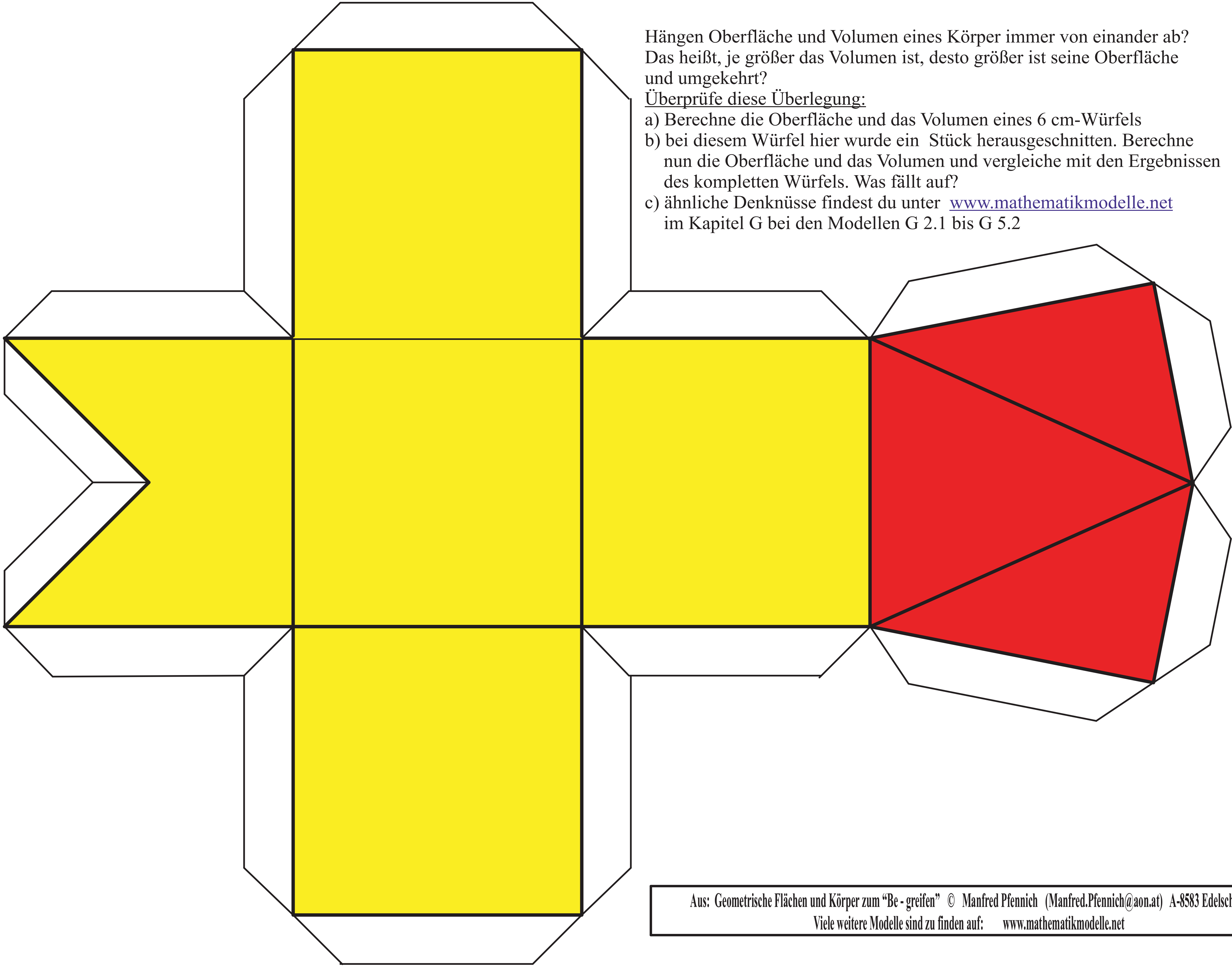
Hängen Oberfläche und Volumen eines Körper immer von einander ab?
Das heißt, je größer das Volumen ist, desto größer ist seine Oberfläche und umgekehrt?

Überprüfe diese Überlegung:

a) Berechne die Oberfläche und das Volumen eines 6 cm-Würfels

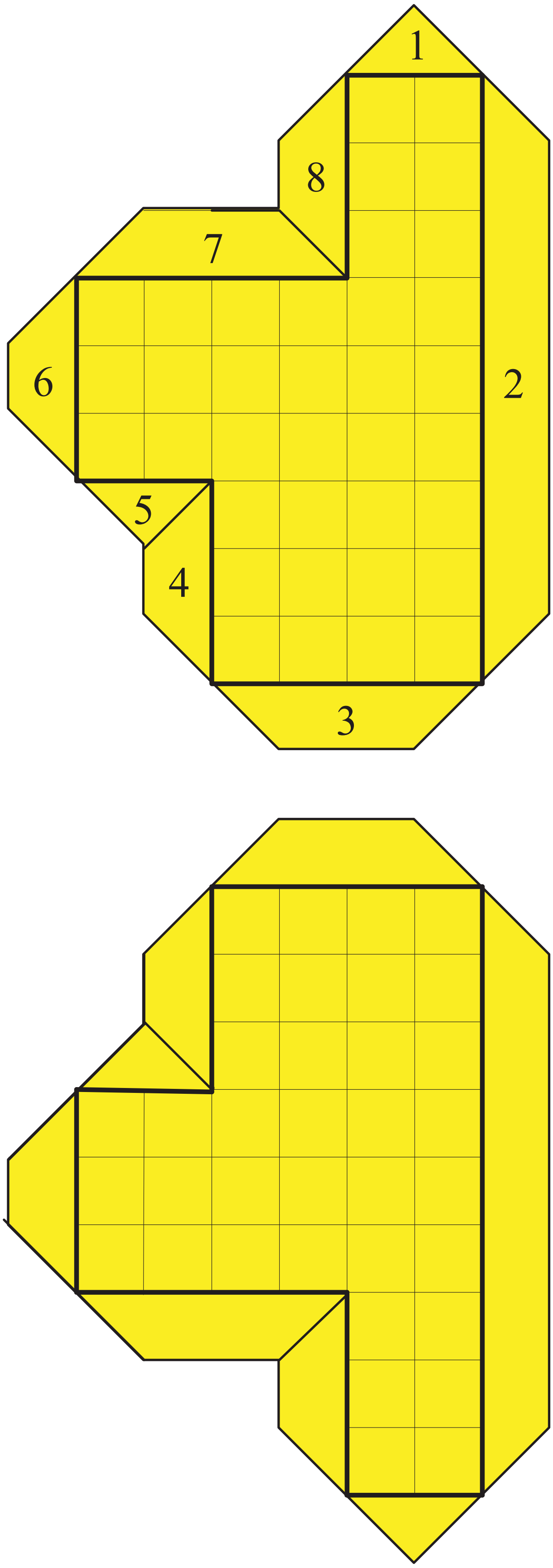
b) bei diesem Würfel hier wurde ein Stück herausgeschnitten. Berechne nun die Oberfläche und das Volumen und vergleiche mit den Ergebnissen des kompletten Würfels. Was fällt auf?

c) ähnliche Denknüsse findest du unter www.mathematikmodelle.net im Kapitel G bei den Modellen G 2.1 bis G 5.2

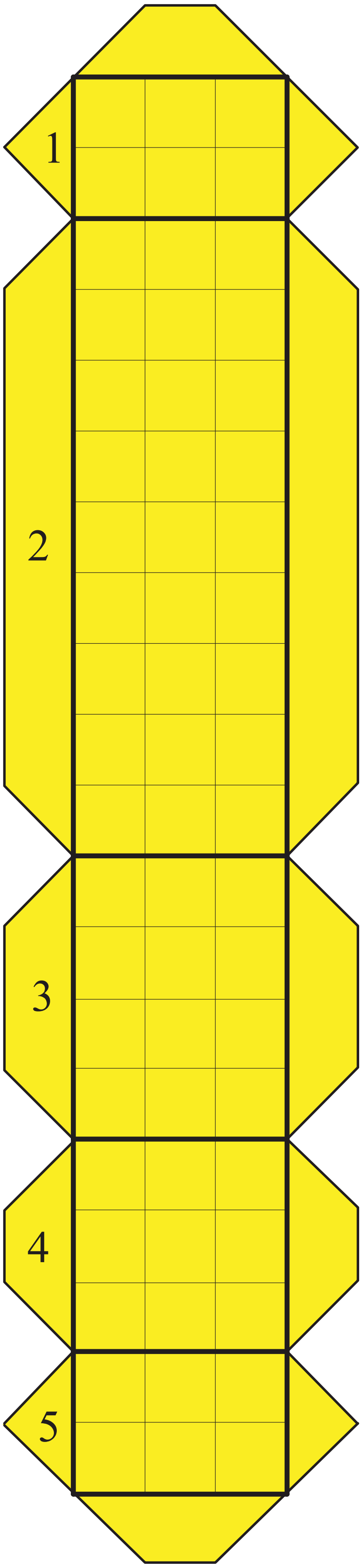


Zusammengesetzter Körper

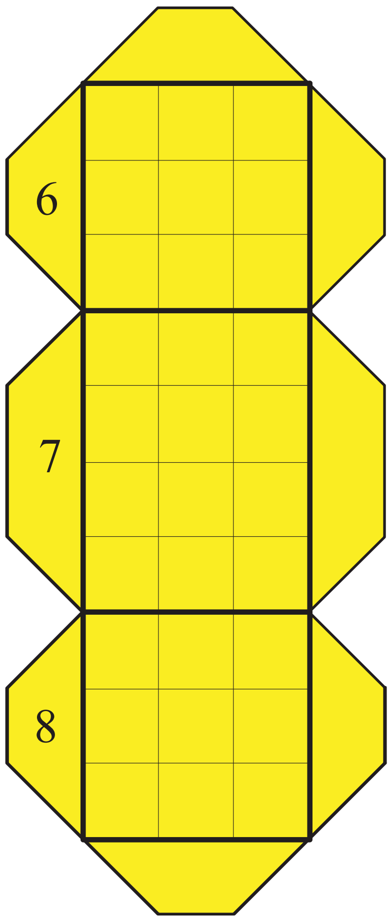
Boden- und Deckfläche



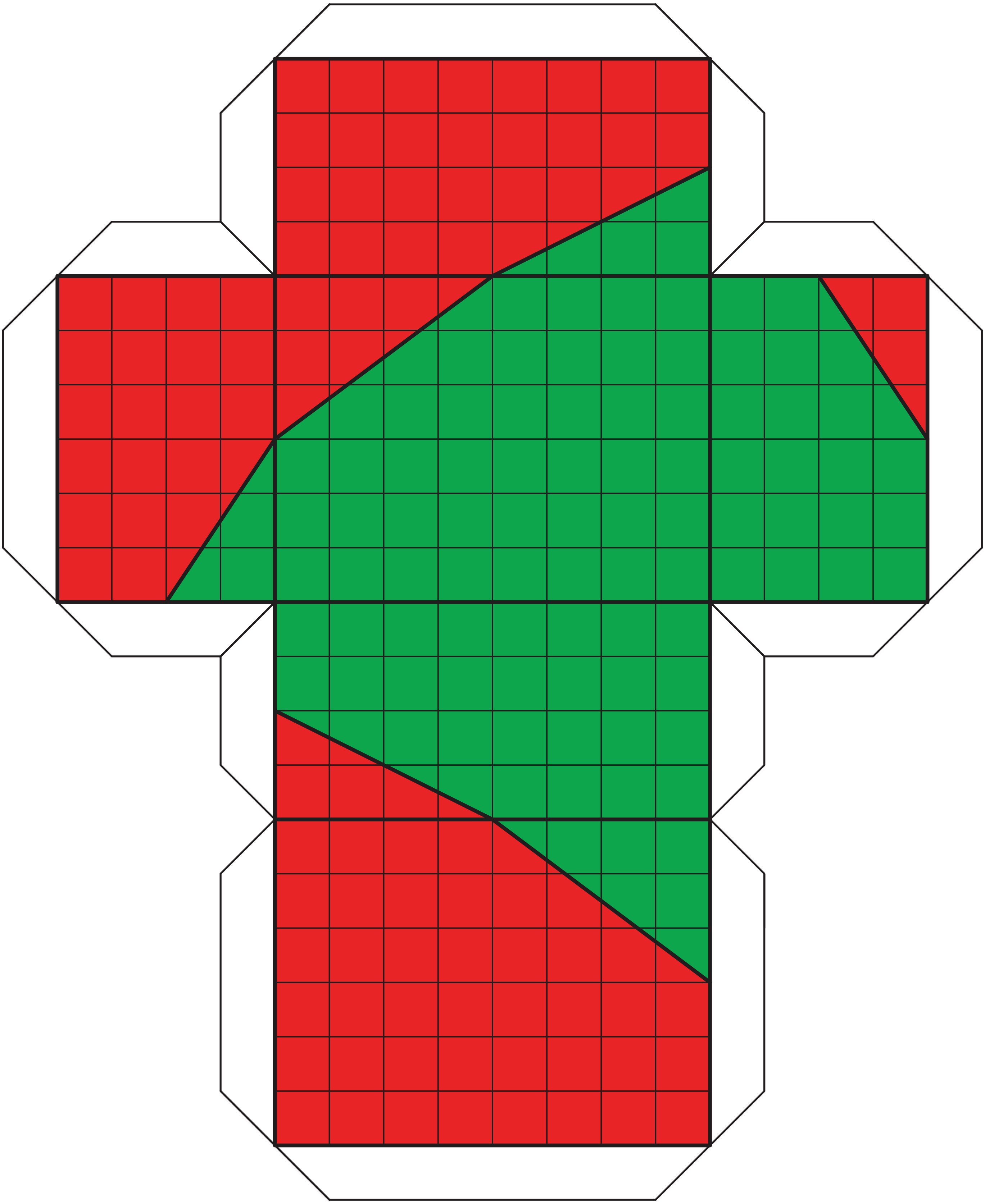
Mantelflächen



Restliche Mantelflächen

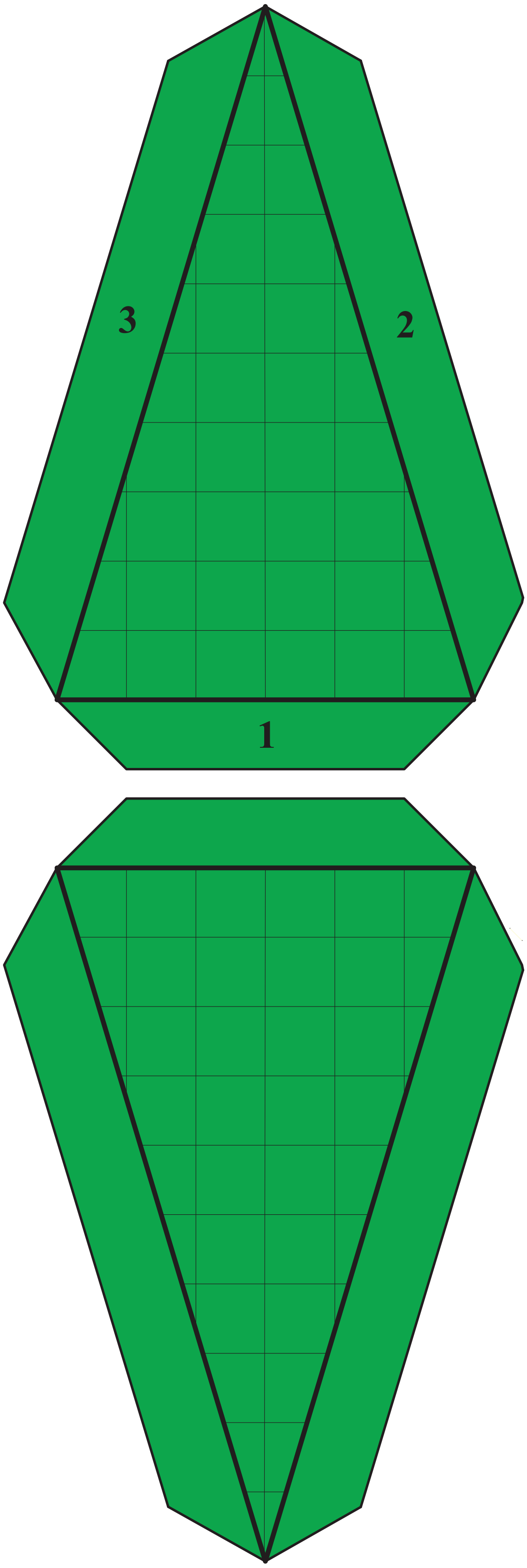


Quader mit Sechseck als Schnittfläche

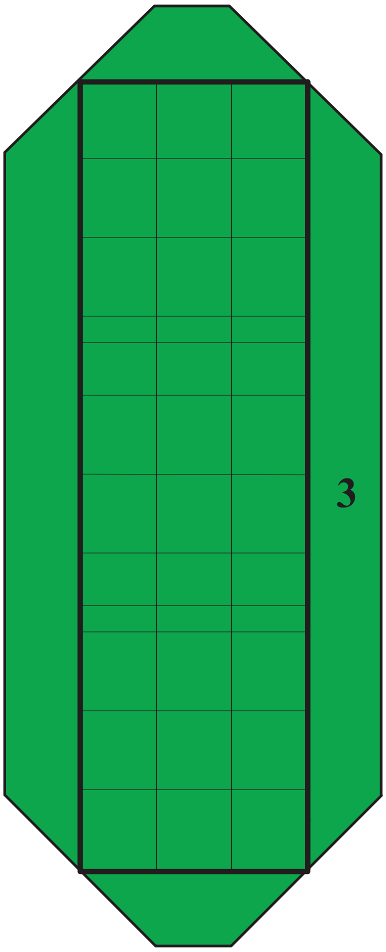


Gleichschenkelig spitzwinkeliges Prisma 2

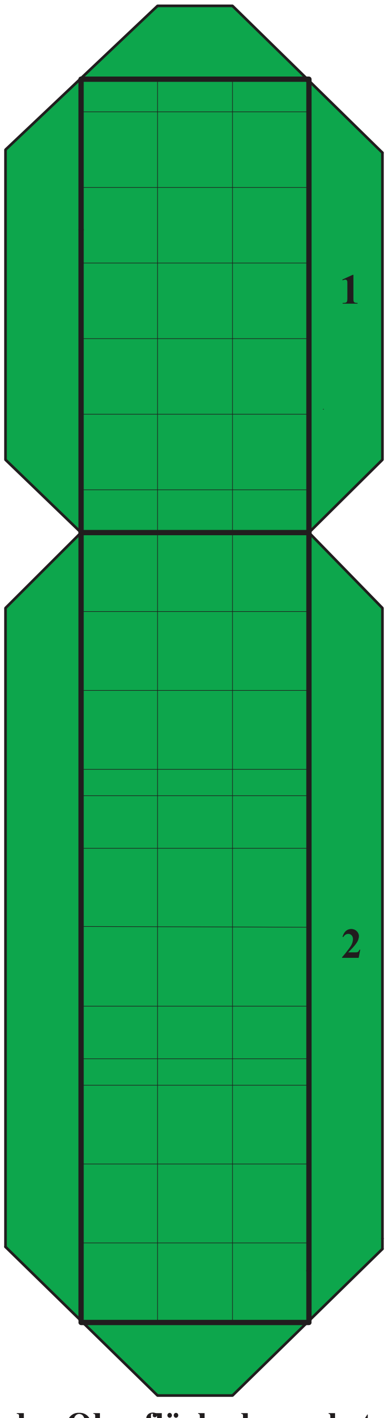
Boden- und Deckfläche



Mantelflächen

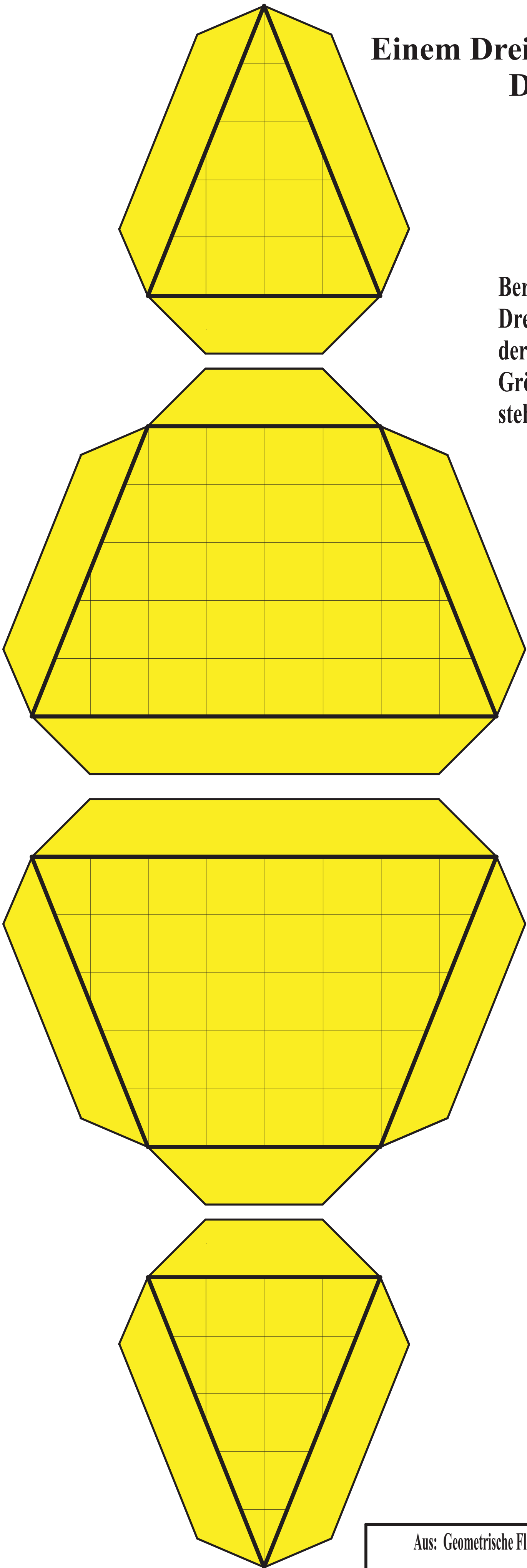


Restliche Mantelflächen

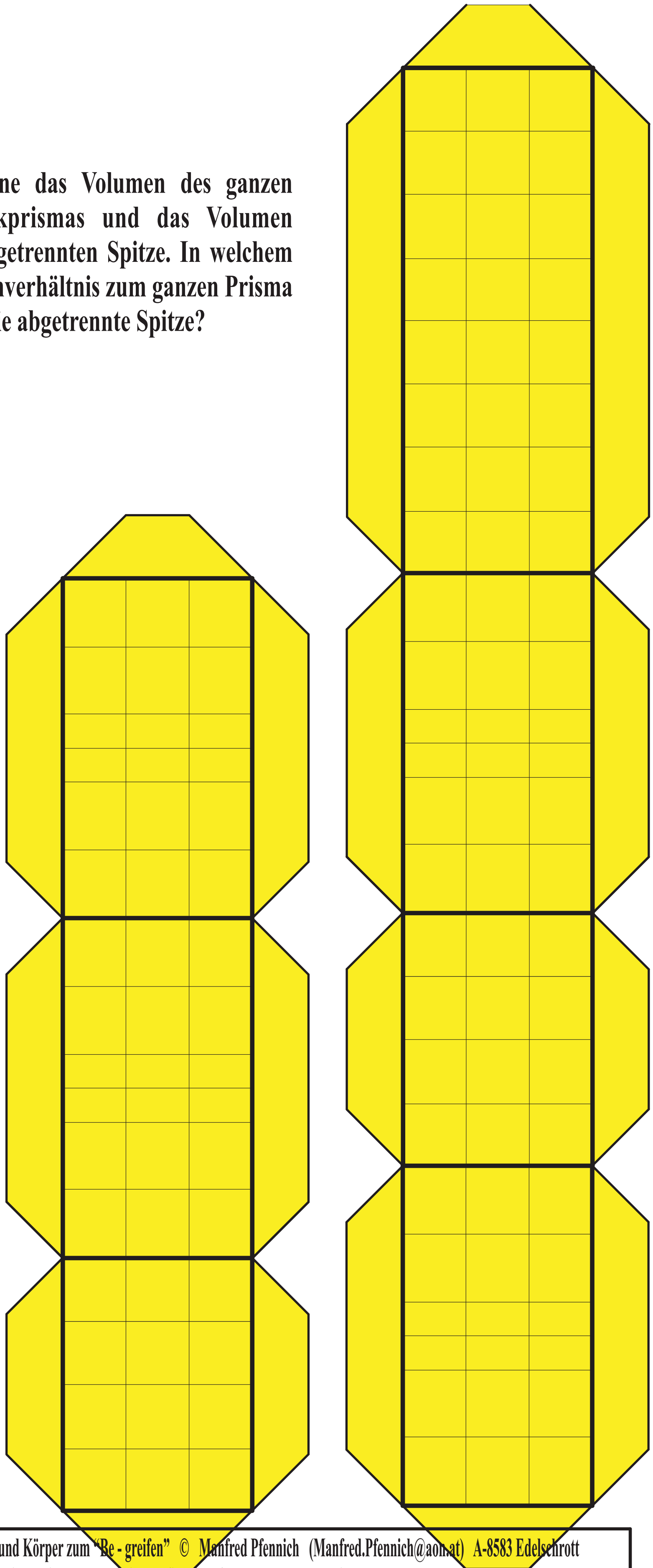


Achtung: Für die Berechnung der Oberfläche brauchst du die Länge des Umfanges. Pass auf, die schräg angeschnittenen cm³ sind nämlich an der Schnittfläche oft länger oder kürzer als 1 cm! Du musst wirklich messen!

Einem Dreiecksprisma wurde die Spitze abgeschnitten. Der Schnitt erfolgte in halber Höhe

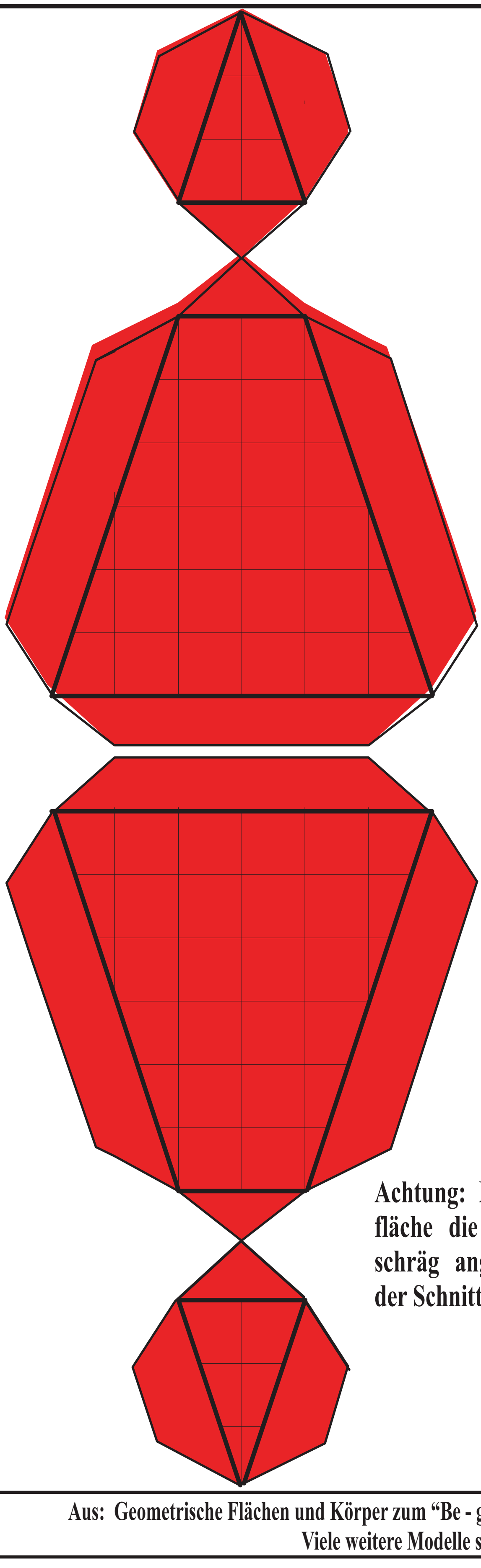


Berechne das Volumen des ganzen Dreieckprismas und das Volumen der abgetrennten Spitze. In welchem Größenverhältnis zum ganzen Prisma steht die abgetrennte Spitze?

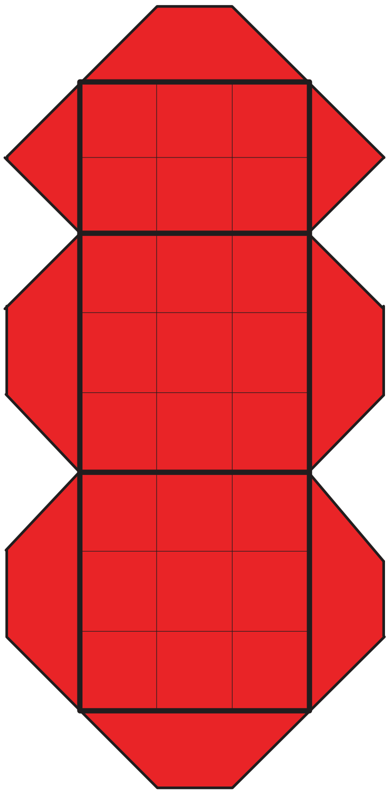


Dreiecksprisma mit abgeschnittener Spitze 2

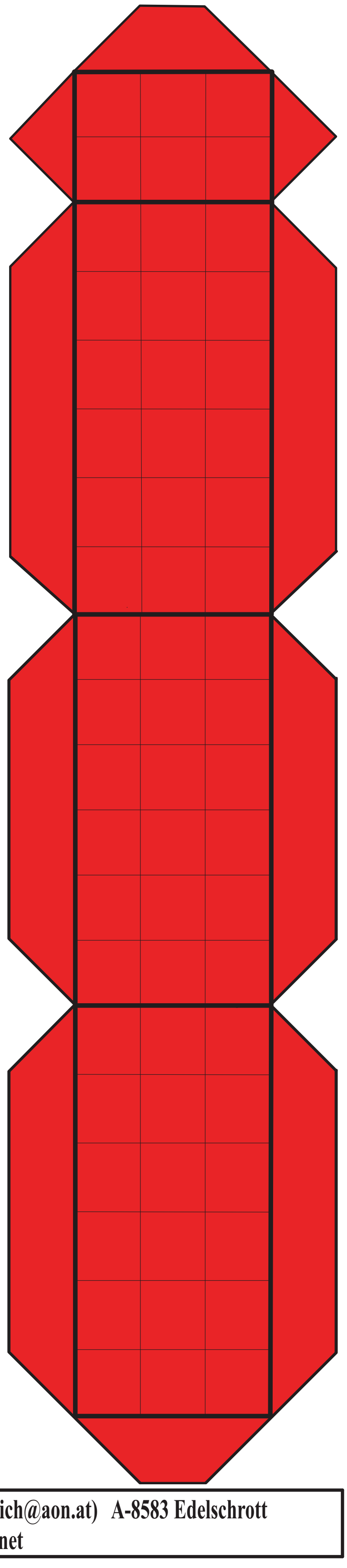
Boden- und Deckfläche



Mantelflächen



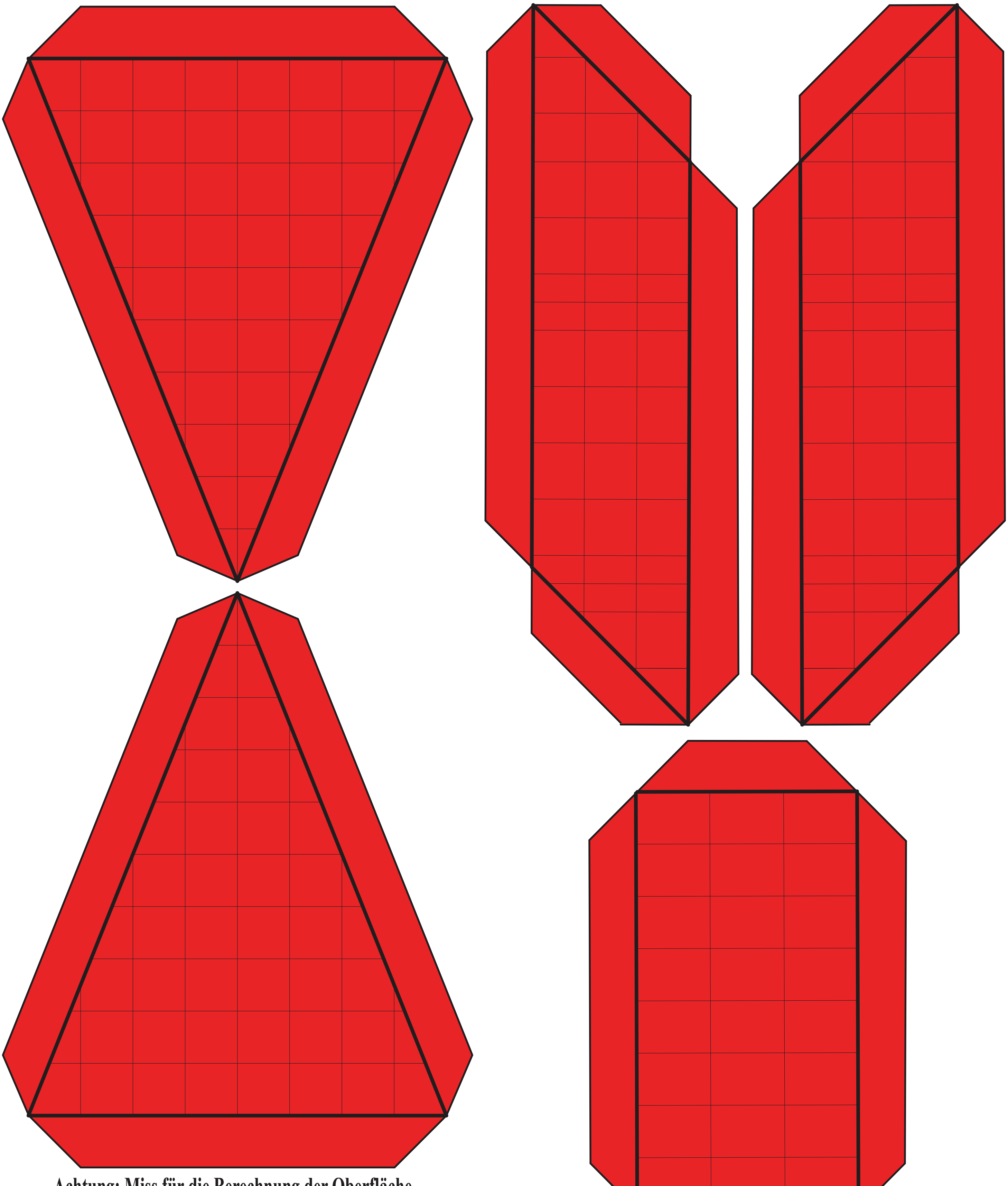
Restliche Mantelflächen



Berechne die Gesamtgröße des Dreieckprismas (Oberfläche und Volumen) und jeweils die Größe der beiden Teile und vergleiche diese miteinander!

Achtung: Miss für die Berechnung der Oberfläche die genaue Länge des Umfanges. Die schräg angeschnittenen cm^3 sind nämlich an der Schnittfläche oft länger oder kürzer als 1 cm!

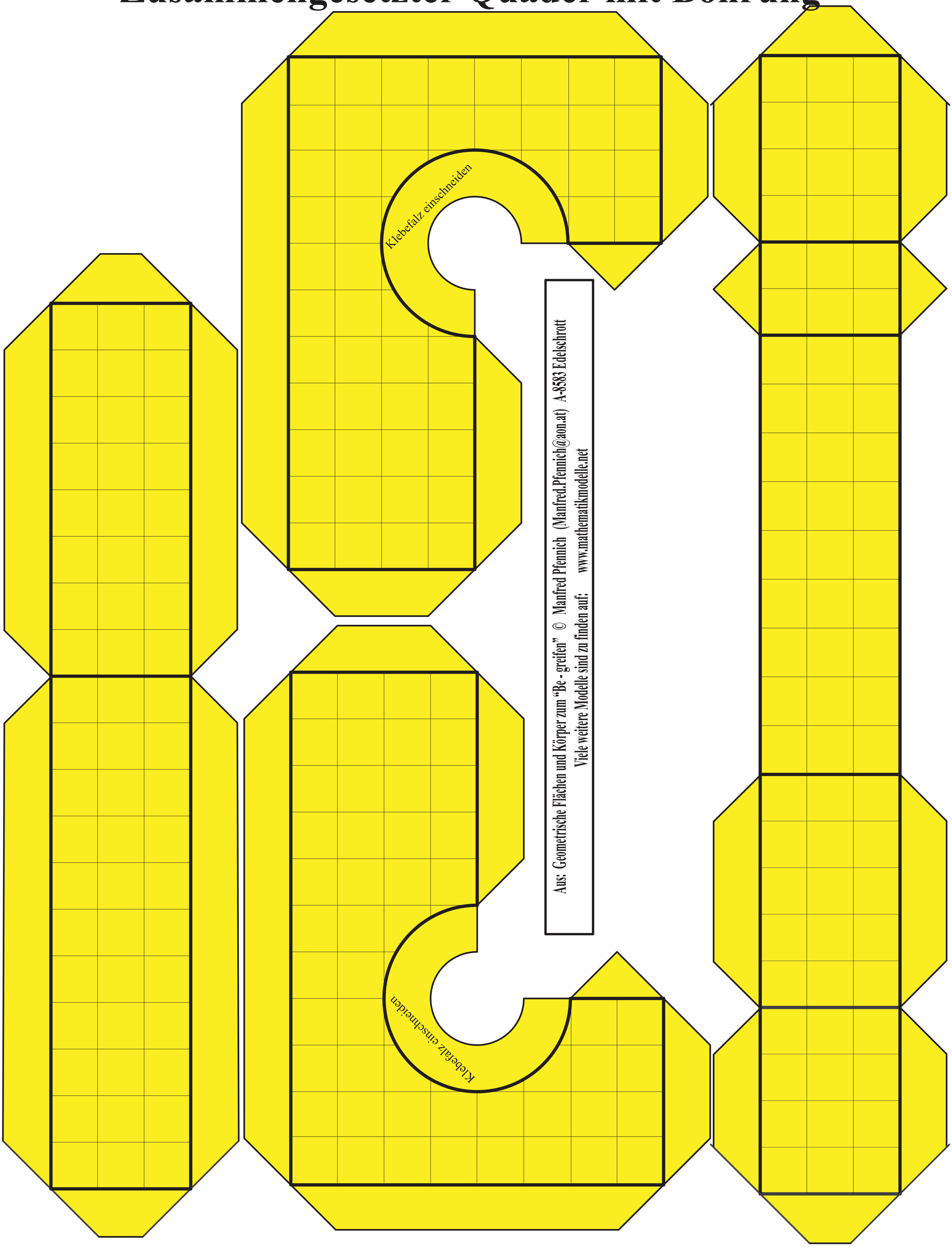
Verschobenes Dreiecksprisma



Achtung: Miss für die Berechnung der Oberfläche die genaue Länge des Umfanges. Die schräg angeschnittenen cm³ sind nämlich an der Schnittfläche oft länger oder kürzer als 1 cm!

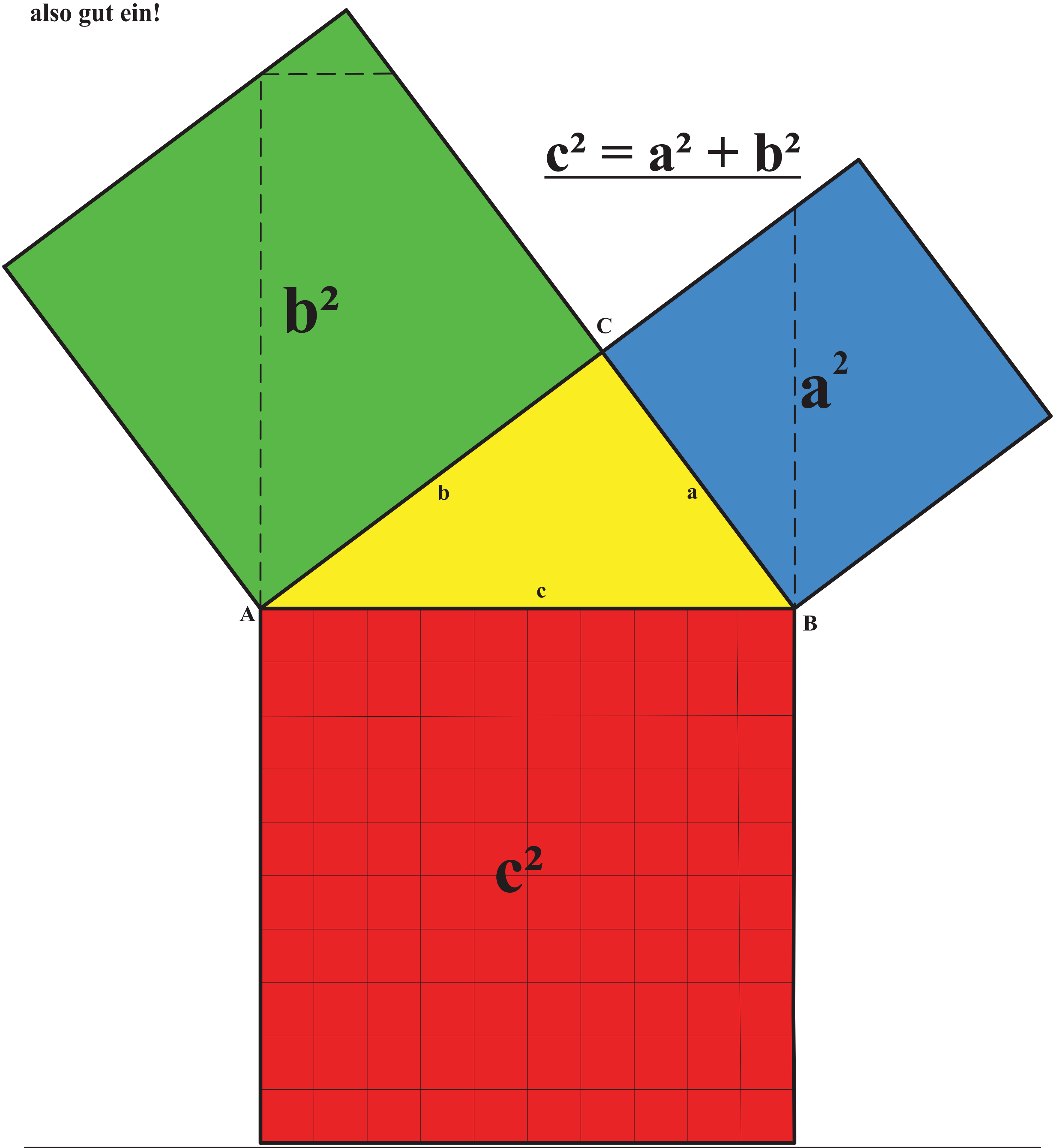
J 5.1

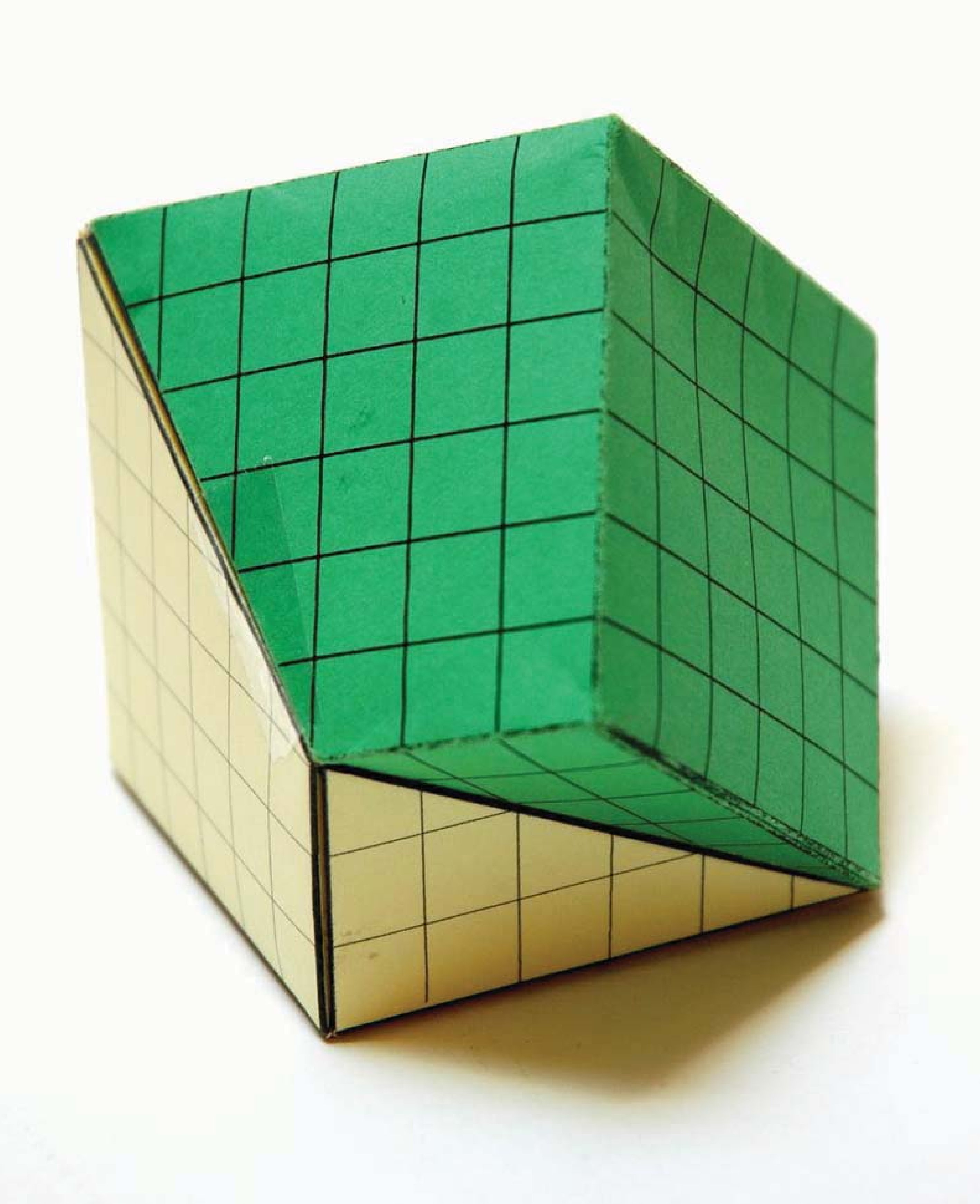
Zusammengesetzter Quader mit Bohrung



Pythag. Lehrsatz im Schneidebeweis (2b)

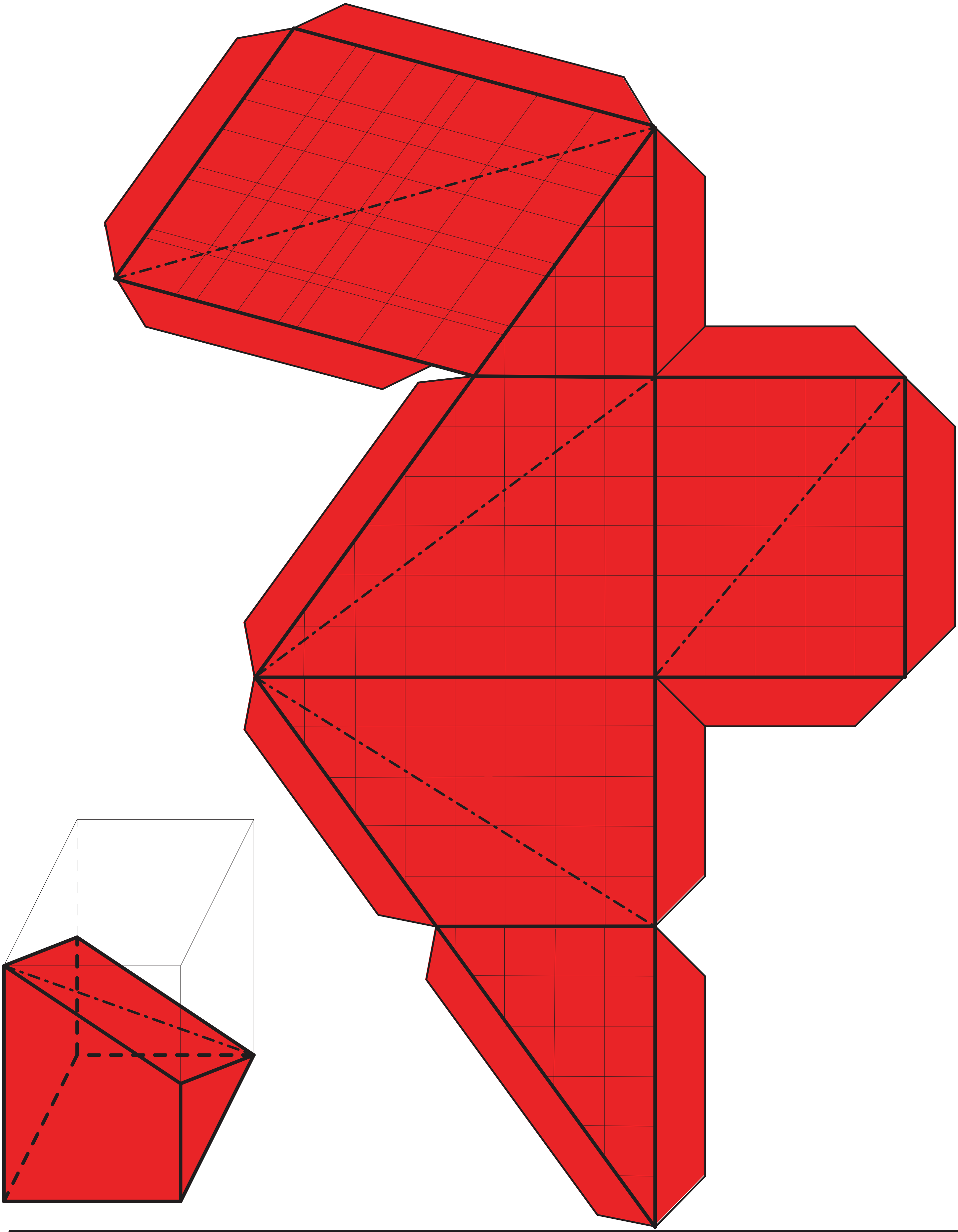
Lass beim Ausschneiden das c^2 und das rechtwinkelige Dreieck ABC als ein Stück zusammen. Tausche a^2 und b^2 mit einem anderen Schüler gegen Quadrate in einer anderen Farbe. Finde selbst, wie du die Kathetenquadrate (das sind a^2 und b^2) zerschneiden musst, damit du mit ihnen das c^2 genau zukleben kannst! Nun klebe den Flächenbeweis (du hast bewiesen, dass $\underline{a^2 + b^2 = c^2}$) in das Heft, zeichne aber dazu, wo a^2 und b^2 vorher waren. Teile dir den Platz also gut ein!





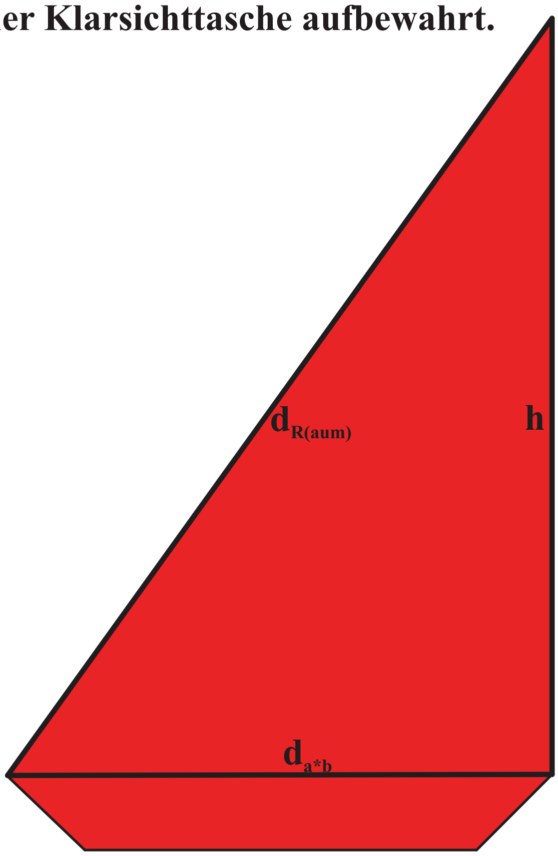
Quader entlang der Raumdiagonale halbiert

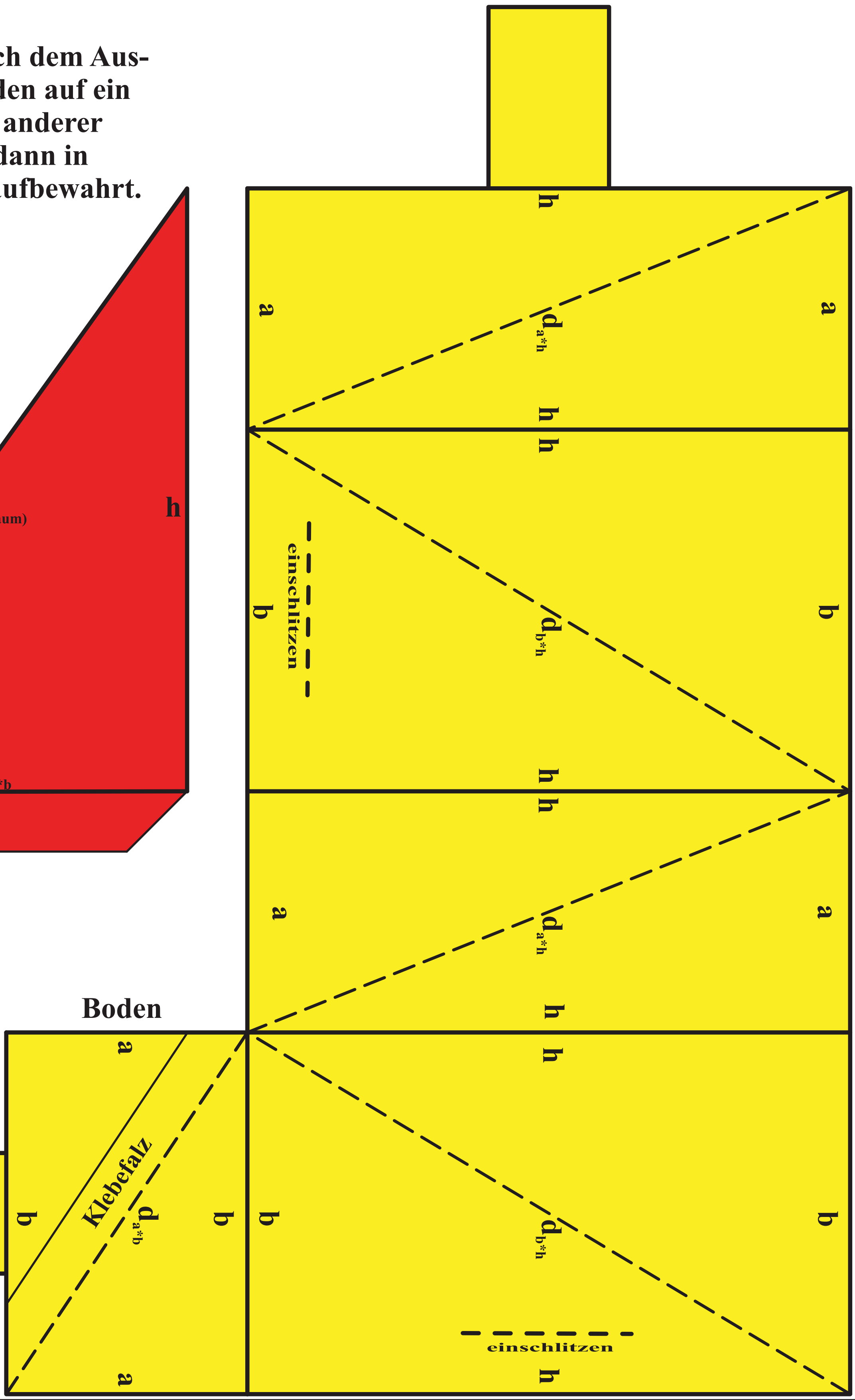
1. Teil



Klappmodell für die Diagonalen am offenen Quader

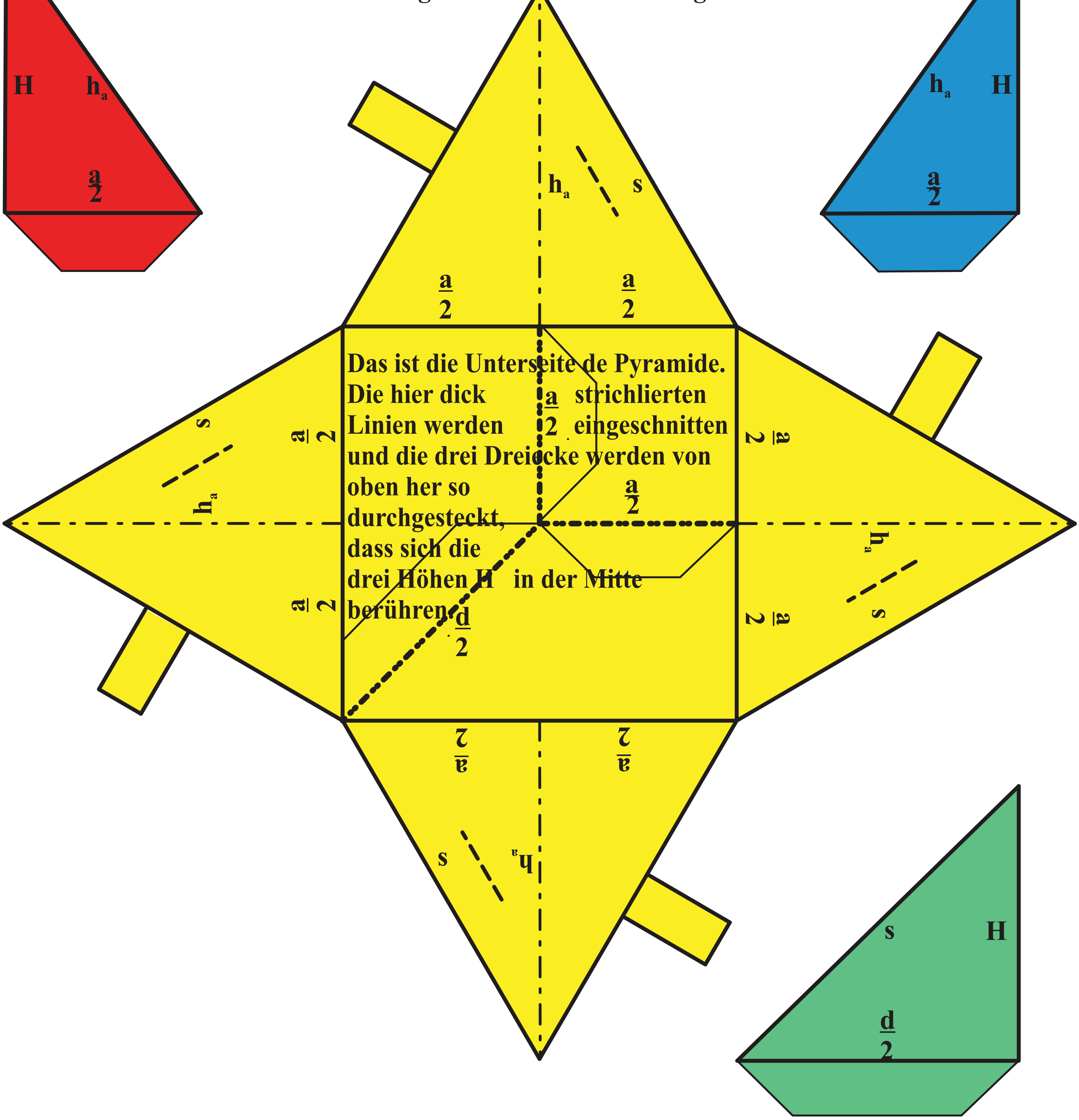
Dieses Modell wird nach dem Ausschneiden mit dem Boden auf ein Kopierkartonblatt mit anderer Farbe aufgeklebt und dann in einer Klarsichttasche aufbewahrt.





Klappmodell: quadratische Pyramide (a=7 cm h_a=6 cm)

Das Klappmodell der Pyramide hat an jeder Seitenfläche eine Lasche, die zum Aufbauen der Pyramide durch den einzuschneidenden Steckschlitz geschoben wird. Die Klebefalze der Innendreiecke sind unsichtbar, da sie durch die Schlitze im Klappmodellboden gesteckt und mit dieser Fläche am Hintergrund- karton angeklebt werden.



M 2.1

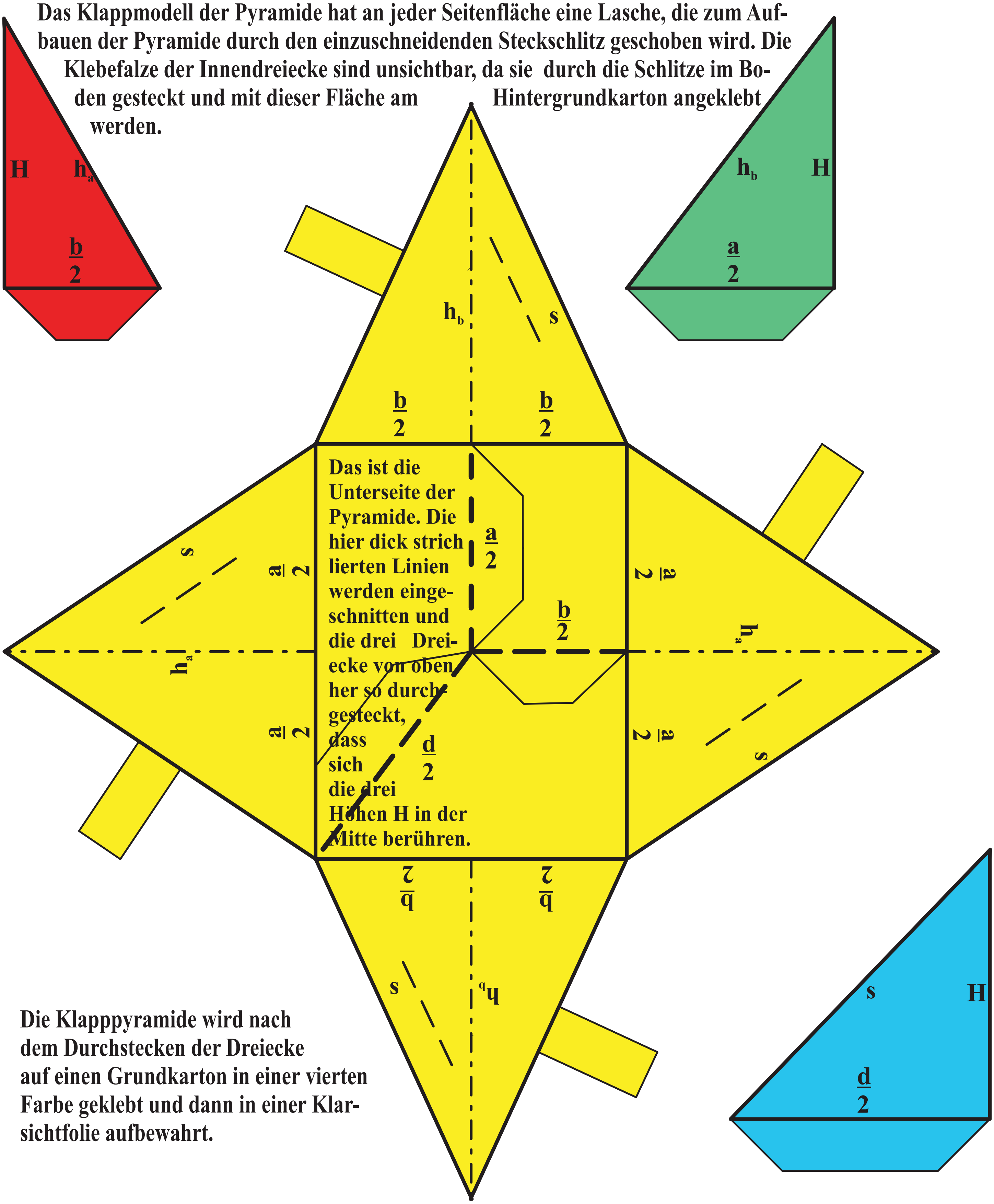
Die Cheopspyramide im Modell

Achtung: Die Berechnungen stimmen nur beim Ausdrucken auf A4-Karton!

Du kannst hier ein Modell dieser Pyramide im Maßstab M = 1 : 1500 bauen. Schneide dazu den Boden (das ist das Quadrat um den Text hier unten) aus und knicke die Klebefalze nach dem Falzen so um, dass der Informationstext und der Aufriss der Pyramide auf der Bodenunterseite der Pyramide nach unten immer sichtbar bleiben.

Klappmodell: Rechteckige Pyramide (a=8 cm b=6 cm h_a=5 cm)

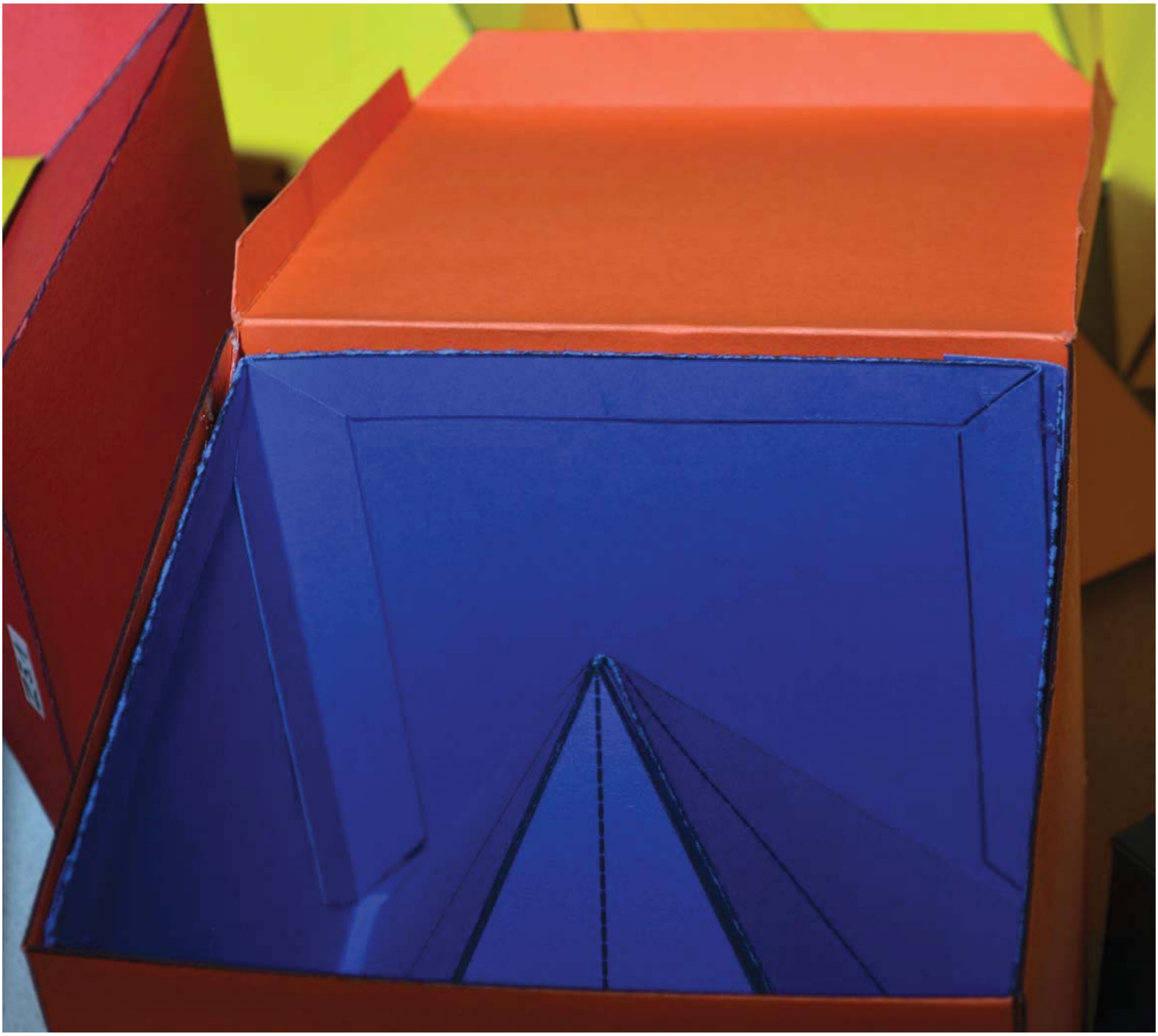
Das Klappmodell der Pyramide hat an jeder Seitenfläche eine Lasche, die zum Aufbauen der Pyramide durch den einzuschneidenden Steckschlitz geschoben wird. Die Klebefalze der Innendreiecke sind unsichtbar, da sie durch die Schlitze im Boden gesteckt und mit dieser Fläche am Hintergrundkarton angeklebt werden.

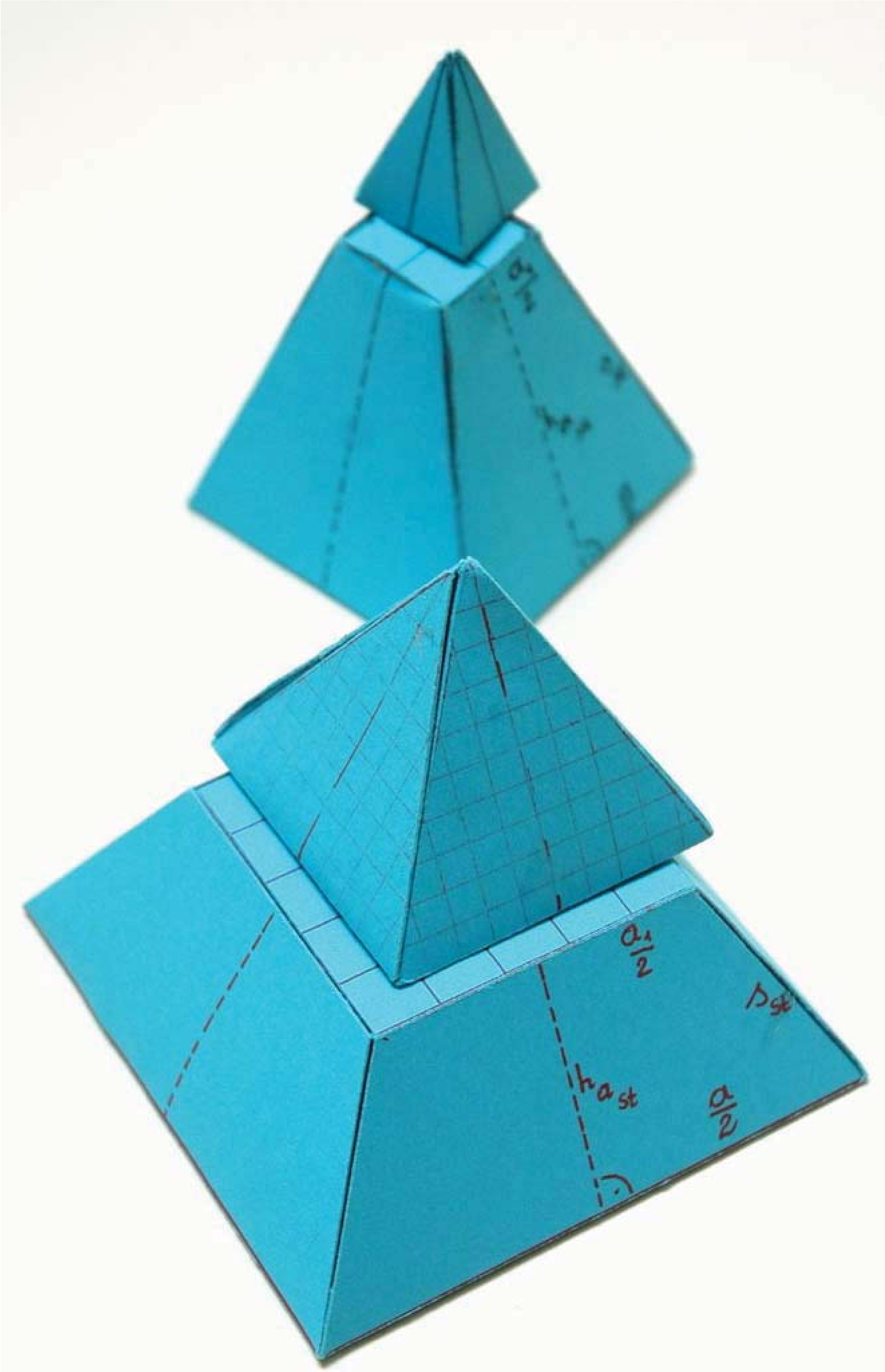


Die Klapppyramide wird nach dem Durchstecken der Dreiecke auf einen Grundkarton in einer vierten Farbe geklebt und dann in einer Klarsichtfolie aufbewahrt.

…

...




$\frac{a_1}{2}$
$h_{a_{st}}$
$\frac{a}{2}$

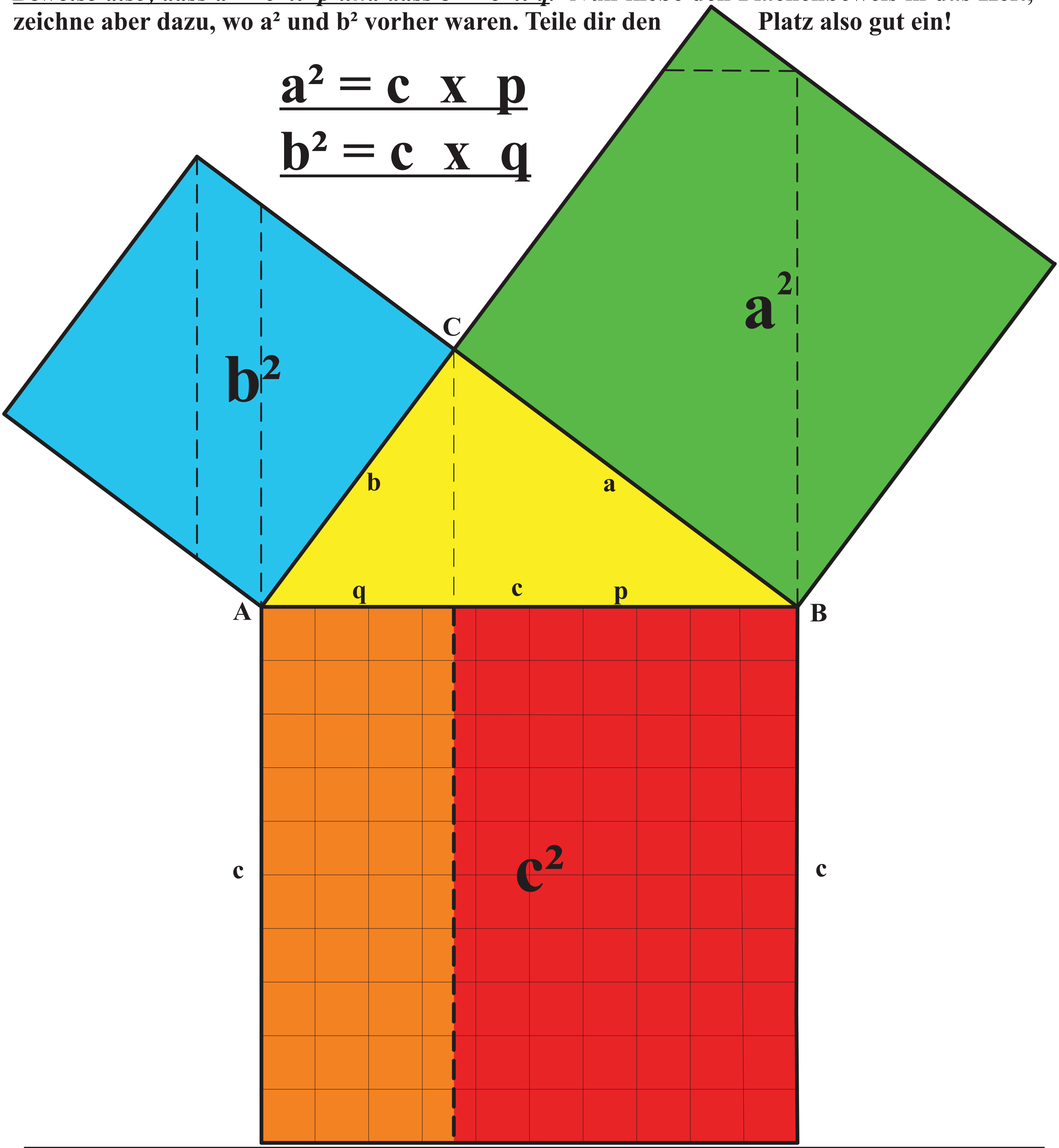

01.1

Der Kathetensatz im Schneidebeweis (2)

Lass beim Ausschneiden das c² und das rechtwinkelige Dreieck ABC als ein Stück zusammen. Tausche a² und b² mit anderen Schüler gegen Quadrate in anderen Farben. Finde selbst, wie du die Kathetenquadrate (das sind a² und b²) weiter zerschneiden musst, damit du mit ihnen das c² genau zukleben kannst! ***Hier gilt zusätzlich der Auftrag, den Kathetensatz zu beweisen: Beweise also, dass a² = c x p und dass b² = c x q.*** **Nun klebe den Flächenbeweis in das Heft, zeichne aber dazu, wo a² und b² vorher waren. Teile dir den Platz also gut ein!**

$a^2 = c \times p$

$b^2 = c \times q$



Höhensatz: Konstruktion und Schneidebeweis (2)

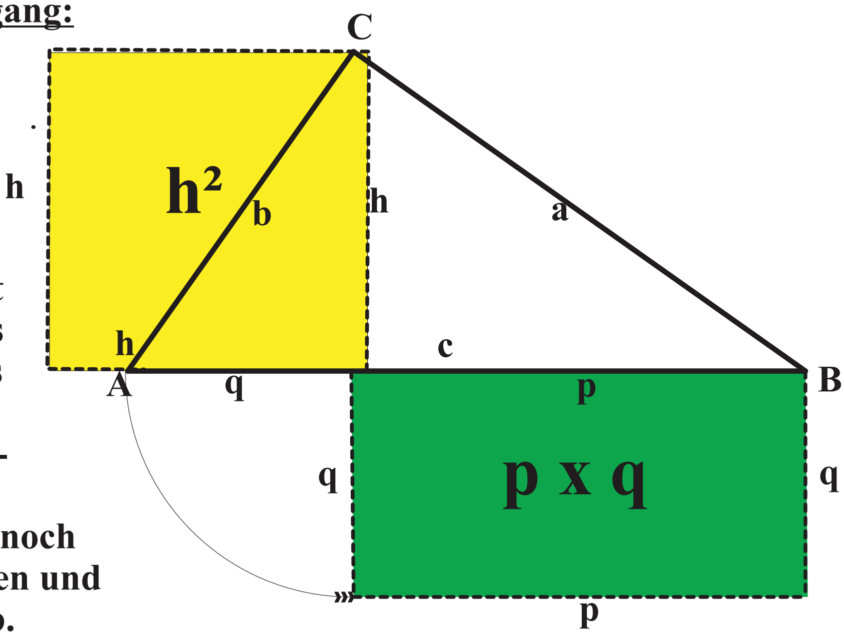
<u>Konstruktionsauftrag:</u> **Konstruiere ein rechtwinkeliges Dreieck wenn c und der Hypothenusenabschnitt p gegeben sind.. (p ist jener Hypothenusenabschnitt, der mit der Seite a am Eckpunkt B zusammentrifft - man könnte auch sagen: p liegt unterhalb von a) und beweise durch Konstruktion und dann durch einen Schneidebeweis, dass:**

$$\underline{h^2 = p \times q}$$

<u>**Konstruktionsvorgang:**</u>

<u>1. Teil:</u>

Grundlegende Konstruktion mit Thales(halb)kreis über c. Von B aus wird p mit dem Zirkel auf c abgeschlagen. So entstehen alle noch fehlenden Strecken und Punkte: q, h, C, b.

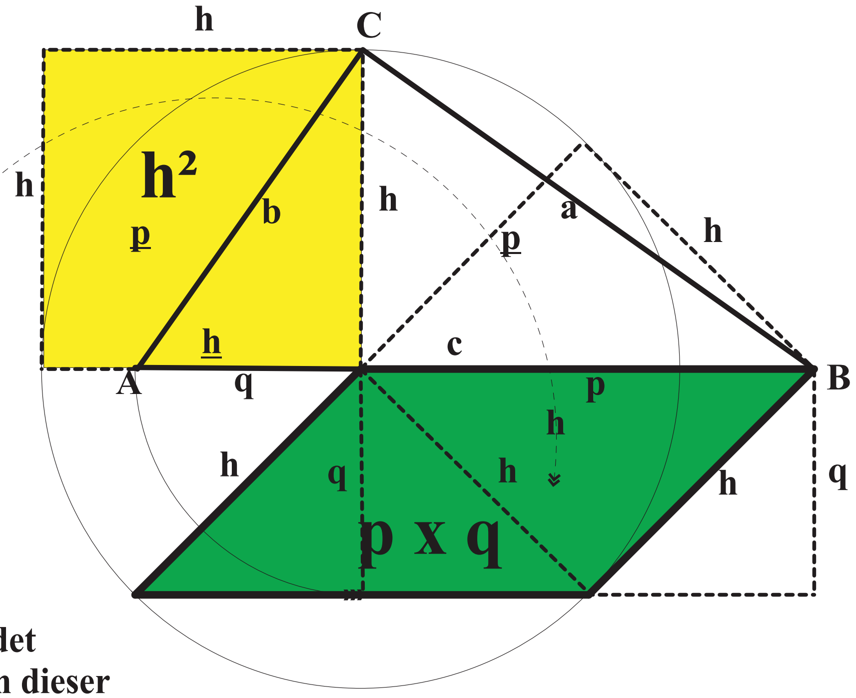


Dann werden <u>h²</u> und das Rechteck <u>p x q</u> konstruiert. Mit Hilfe einer parallel zu c laufenden Hilfslinie wird das Quadrat in ein Parallelogramm mit den Seiten p und h verwandelt.

Übrigens könnte dieses Rechteck <u>p x q</u> auch unterhalb von q nach unten hin gezeichnet werden.

<u>2.Teil:</u>

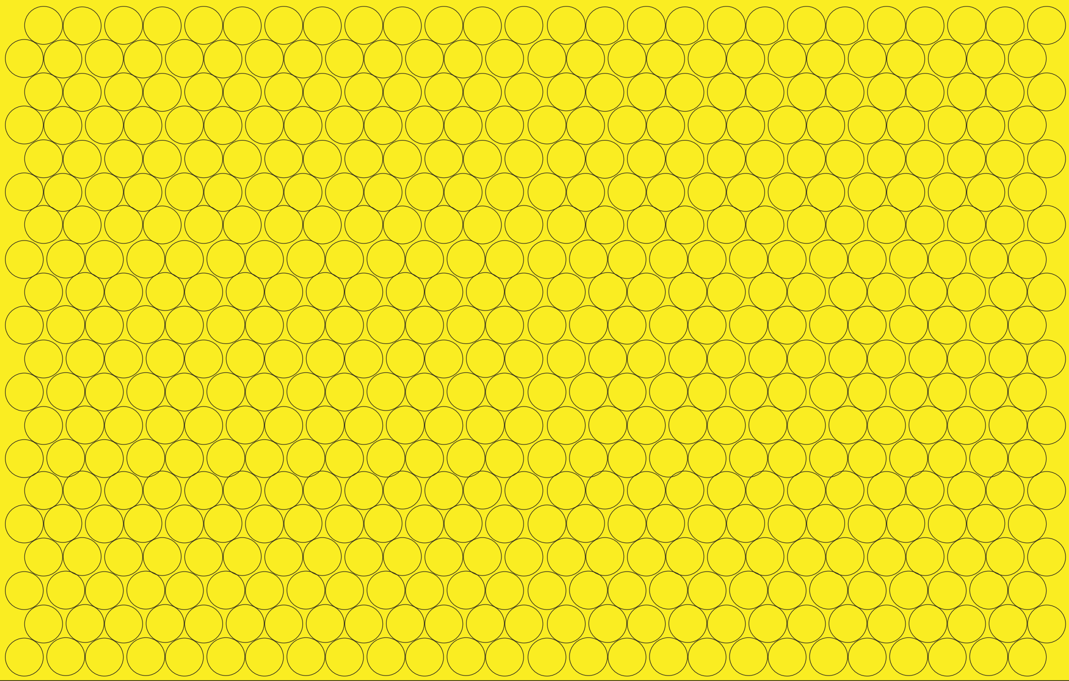
Als weiterer Weg ist auch die Umwandlung des Rechteckes <u>p x q</u> in ein Parallelogramm mit der Höhe q möglich: Dazu wird mit dem Zirkel die Höhe nach unten abgeschlagen, wo sie mit der Hilfslinie den Eckpunkt des Parallelogramms bildet. Zusätzlich ist h auch die kurze Diagonale des Parallelogrammes. Schneidet man jetzt den Teil links von dieser Parallelogramm-Diagonale weg und klappt ihn nach oben, so entsteht aus den 2 Parallelogrammhälften ein auf der Spitze stehendes Quadrat, das so groß ist wie <u>h²</u>.



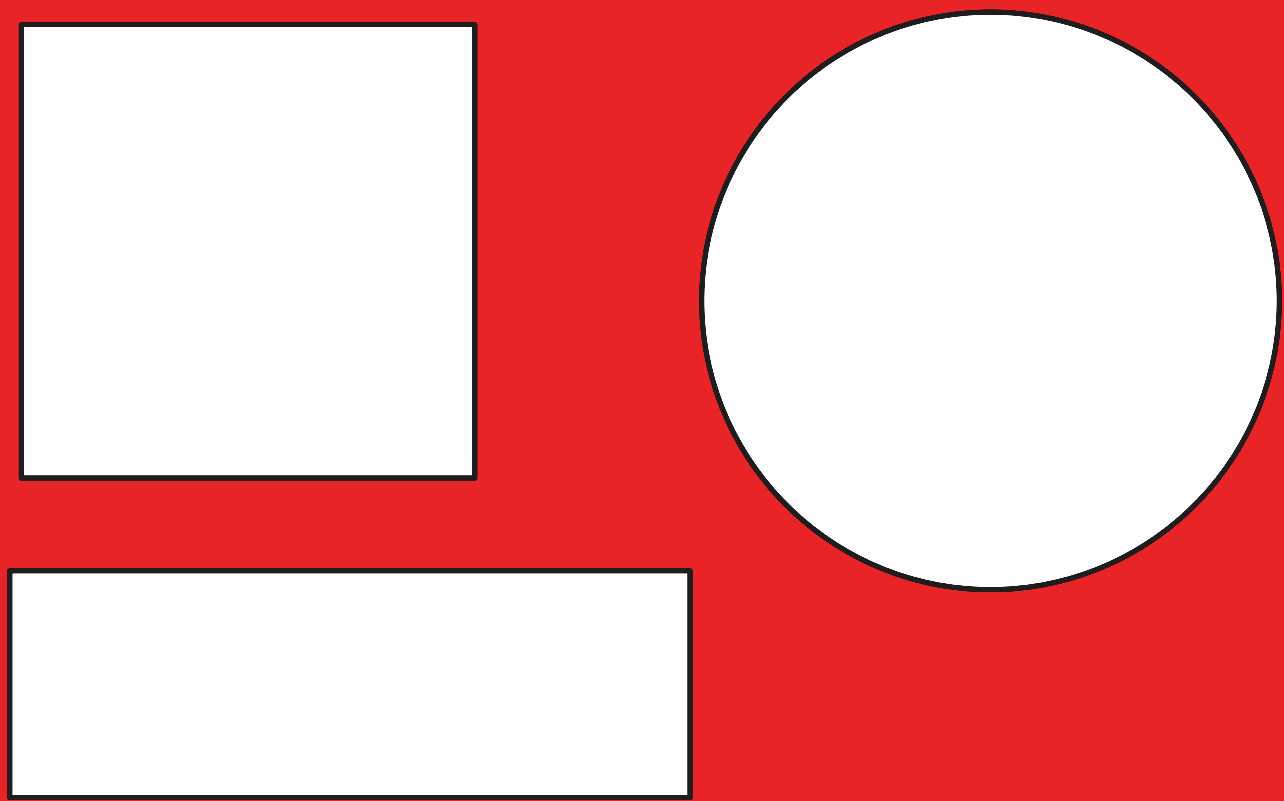
Aus: Geometrische Flächen und Körper zum "Be - greifen" © Manfred Pfennich (Manfred.Pfennich@aon.at) A-8583 Edelschrott
Viele weitere Modelle sind zu finden auf: www.mathematikmodelle.net

Kreis, Quadrat und Rechteck im Flächen- und Umfangvergleich (2)

Hier ist eine große Menge von Kreisplättchen, die in geometrische Figuren mit gleichem Umfang gegeben werden sollen. Alle diese Figuren haben 24 cm Umfang. In welche der umfanggleichen Figuren passen die meisten?

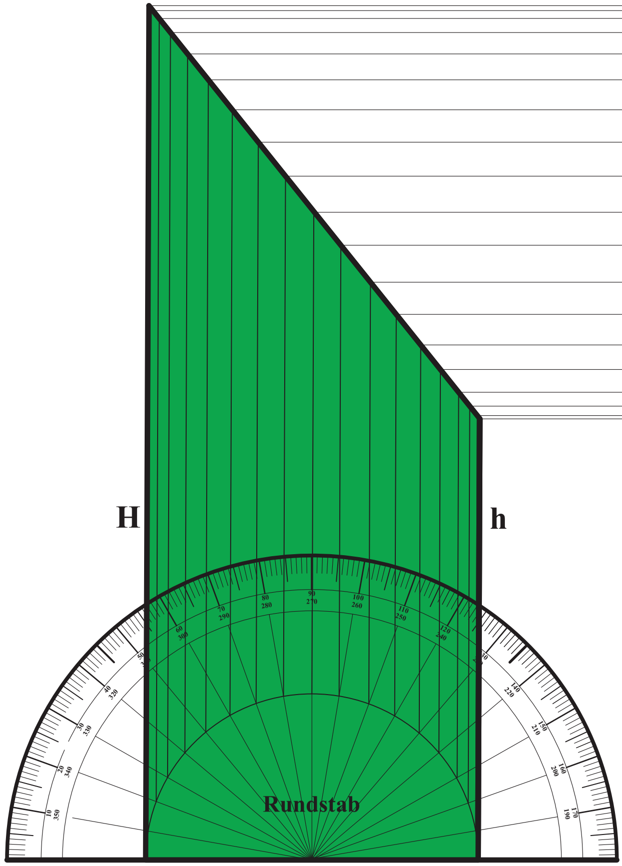


Der untere Blattteil wird abgetrennt und die 3 Formen werden als Löcher herausgeschnitten. Durch welche Form kannst du die meisten Kreise sehen? Welche Form hat also bei gleichem Umfang die größte Fläche?




300°
330°
0°
30°

Die Abwicklung des Mantels eines schräg geschnittenen Rundstabes

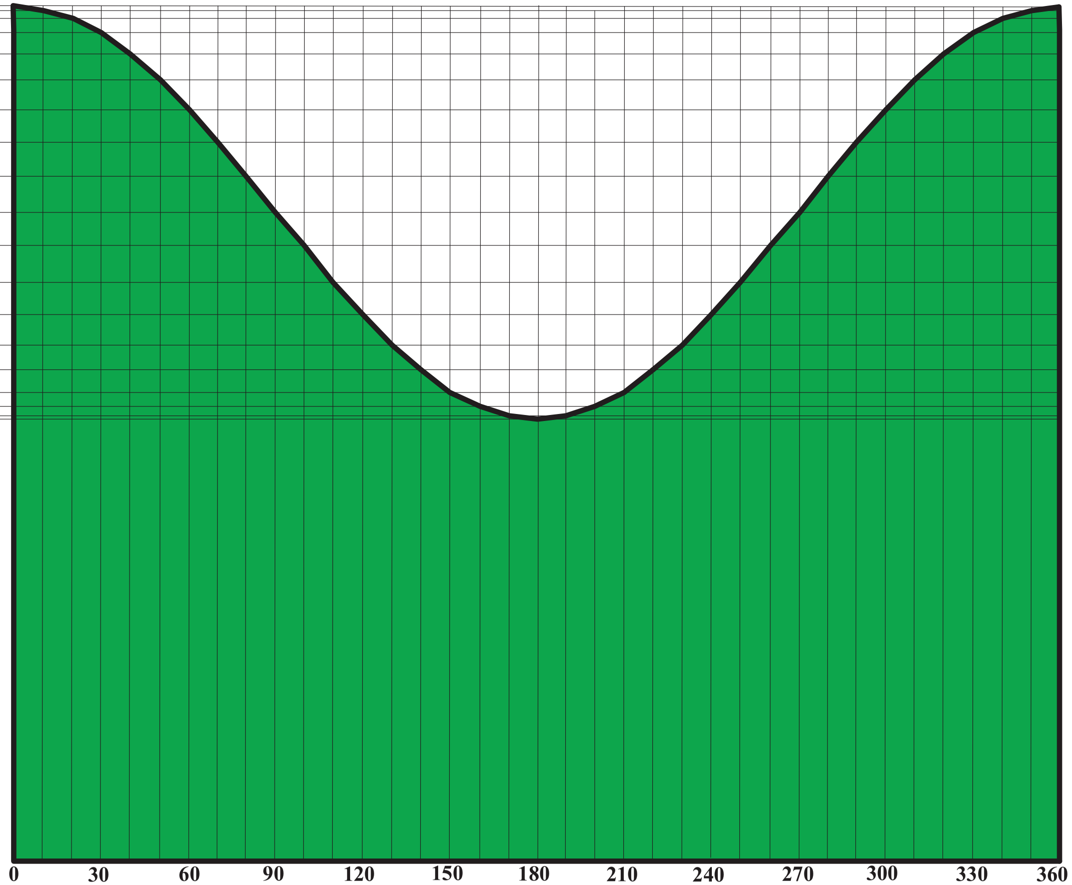


Der Aufriss

zeigt die wahren Höhen und die Breite.
Darunter befindet sich der

Grundriss

Hier genügt durch die Symmetrie
die halbe Fläche des Kreises



Für diese Konstruktion ist der Umfang des schräg geschnittenen Zylinders hier "abgewickelt" und in 360^o geteilt. Der Aufriss liefert uns durch seine Projektion die jeweils zugehörige Höhe. Als letzte Fläche fehlt noch die bereits ermittelte Ellipse.

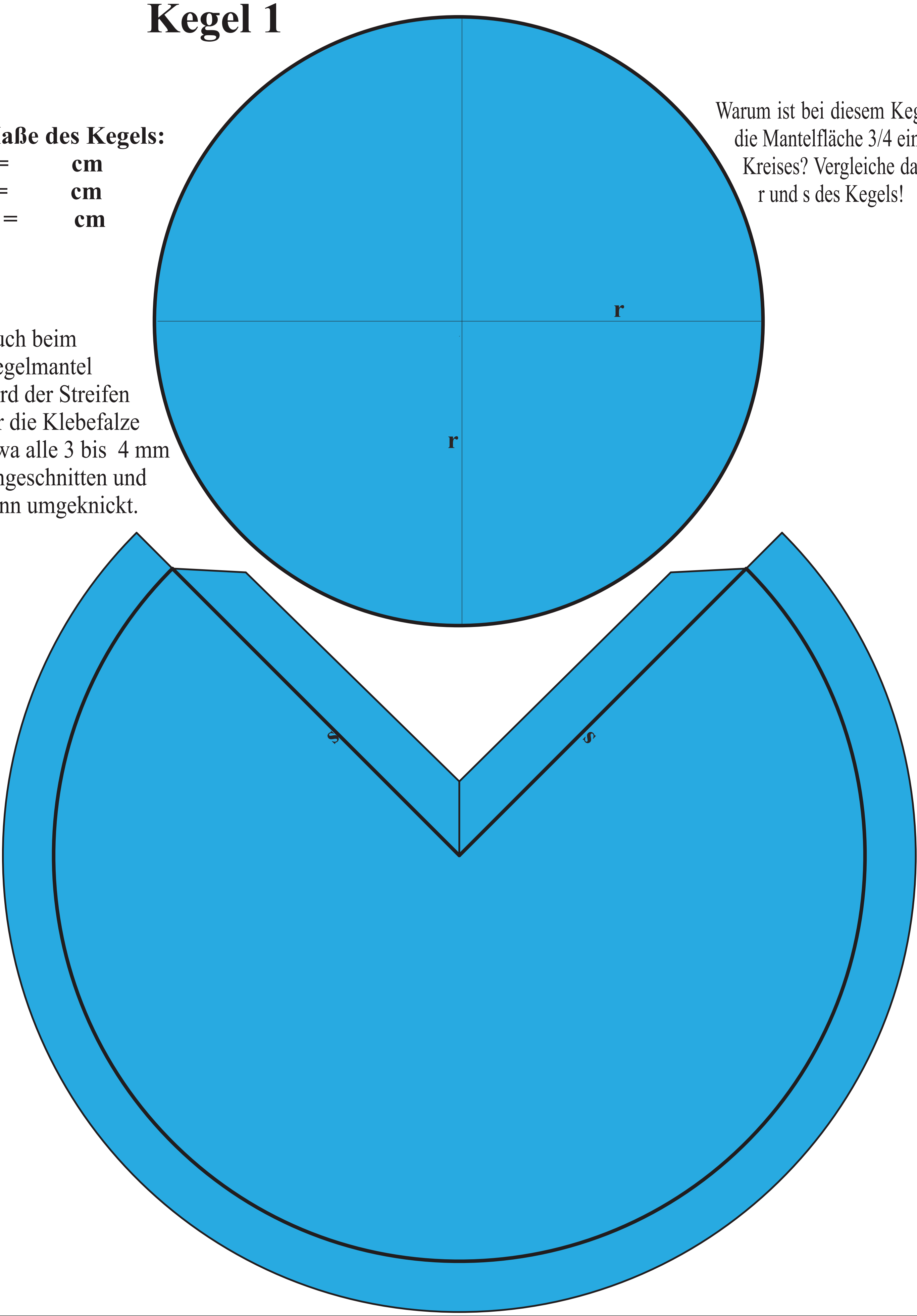
Aus dere seitlichen Ansicht des schräg geschnittenen Rundstabes (hier ist er der Aufriss) kannst du vielleicht eine Idee ableiten, wie du diesen Körper in einen (natürlich niedrigeren) normalen Zylinder verwandeln kannst. Die gleiche Idee kannst du dann auch für die Berechnung der Mantelfläche nützen. Die in der Abwicklung entstandene Mantelfläche wird dabei ganz einfach zu einem Rechteck!

Kegel 1

Maße des Kegels:
r = cm
s = cm
H = cm

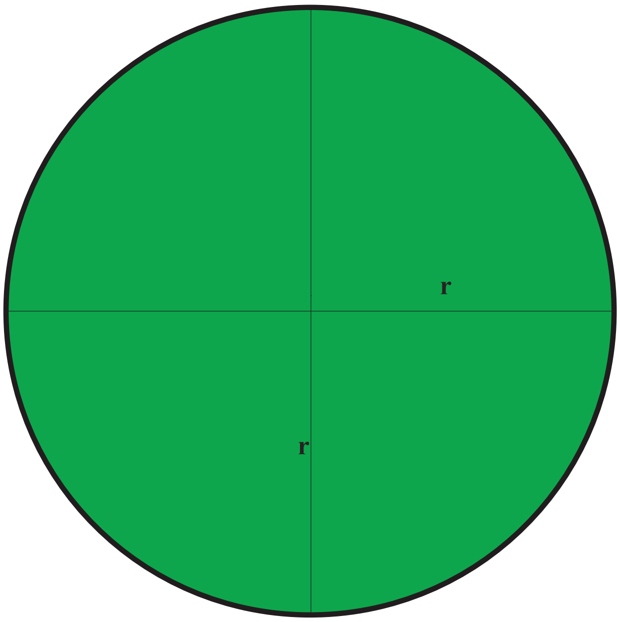
Warum ist bei diesem Kegel die Mantelfläche 3/4 eines Kreises? Vergleiche dazu r und s des Kegels!

Auch beim Kegelmantel wird der Streifen für die Klebefalze etwa alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt.

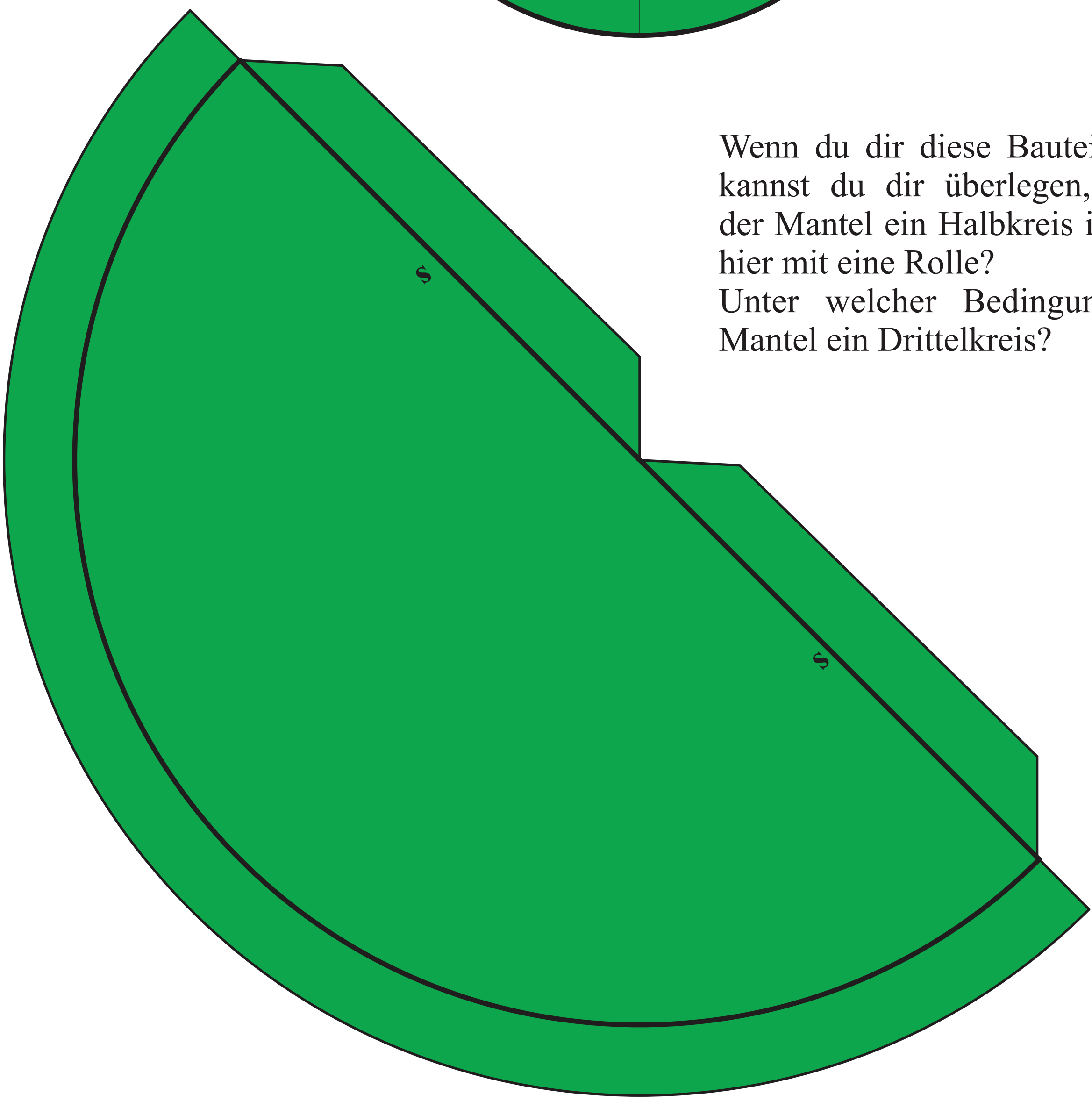


Kegel 2

Maße des Kegels:
r = cm
s = cm
H = cm

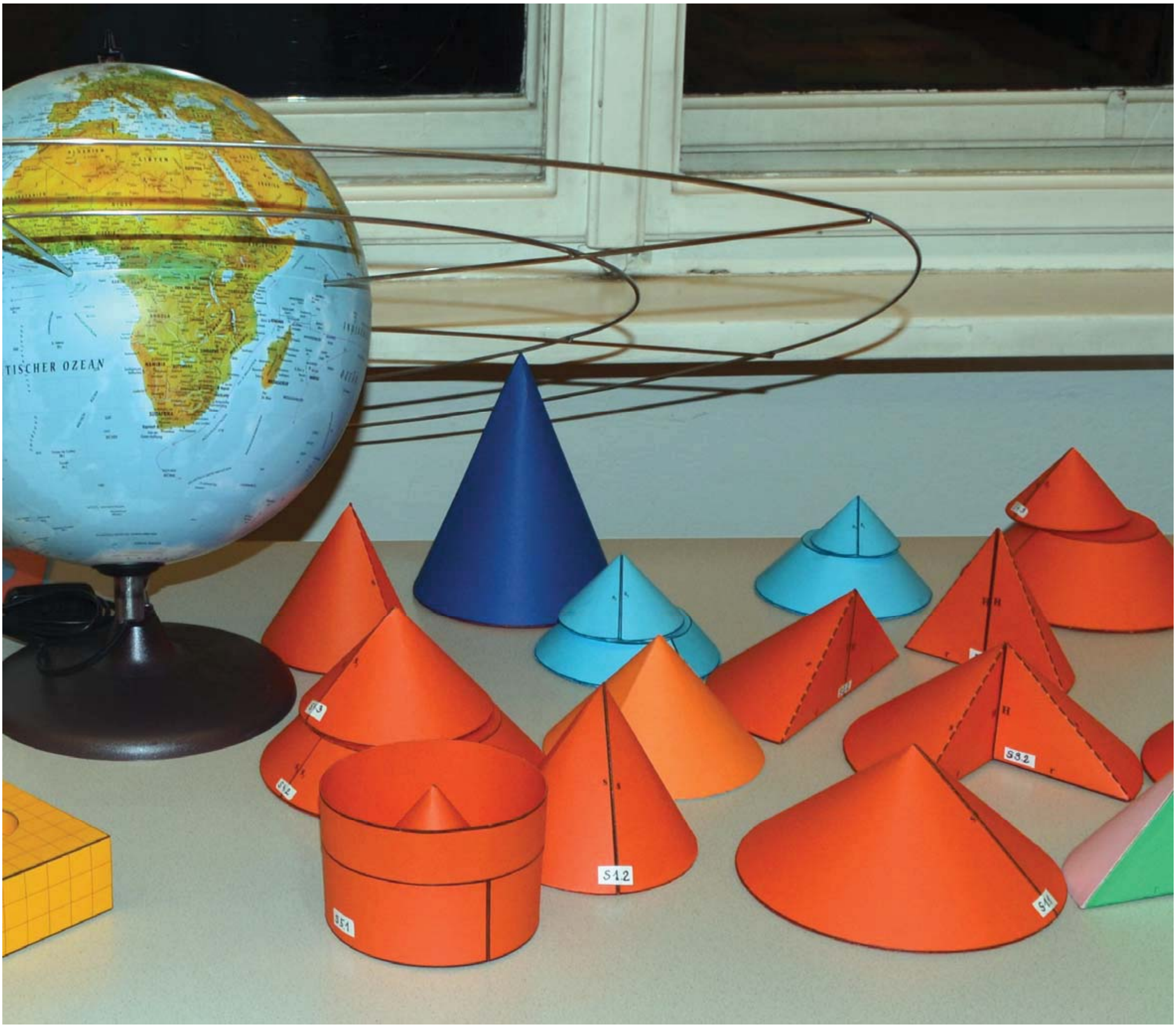


Auch beim Kegelmantel wird der Streifen für die Klebefalze etwa alle 3 bis 4 mm eingeschnitten und dann umgeknickt.



Wenn du dir diese Bauteile anschaust, kannst du dir überlegen, warum hier der Mantel ein Halbkreis ist. Was spielt hier mit eine Rolle?
Unter welcher Bedingung wäre der Mantel ein Drittelkreis?

...

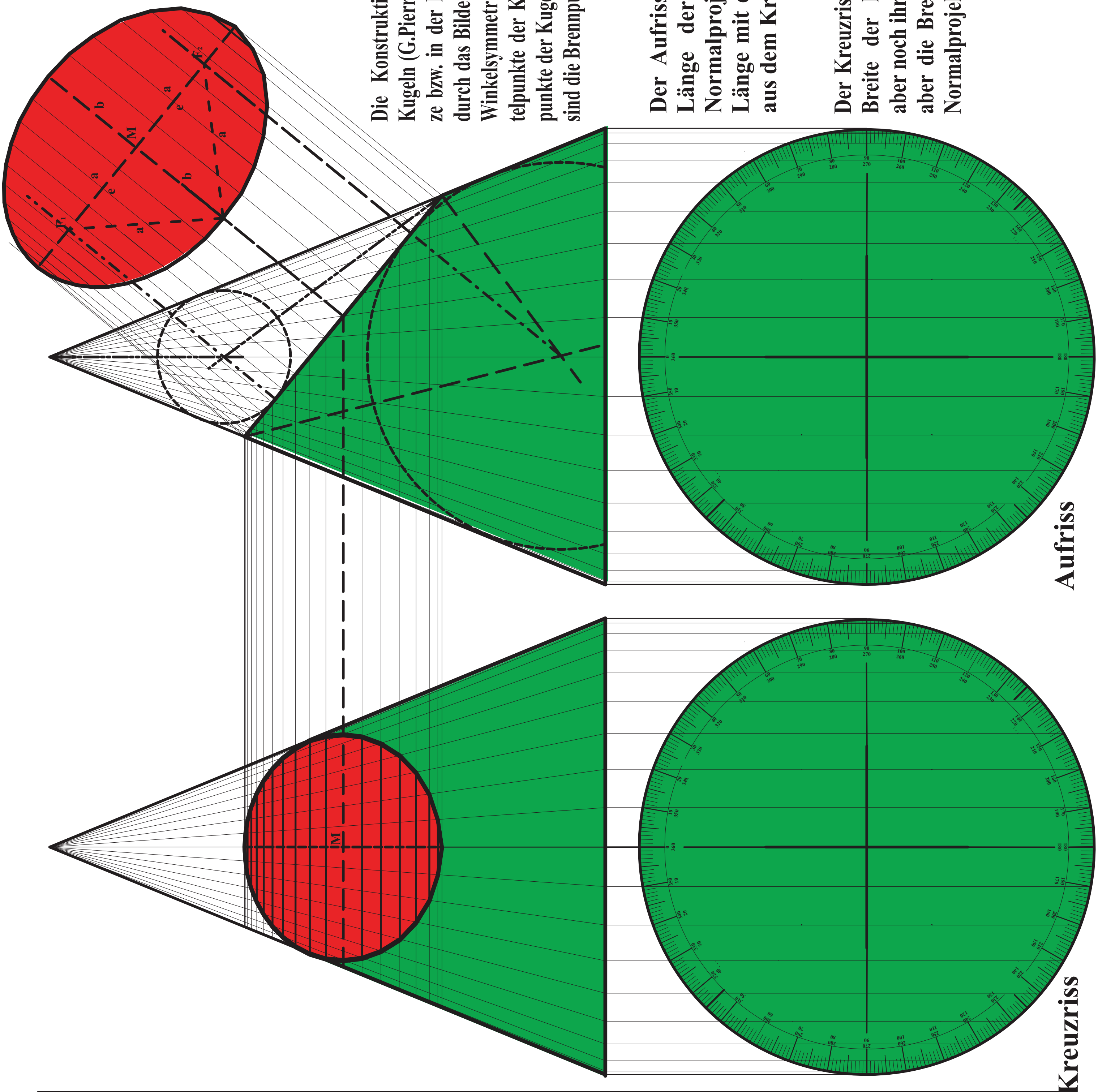

TISCHER OZEAN
S1.2
S3.2

Kegelschnitt: Die Ellipsenkonstruktion (1)

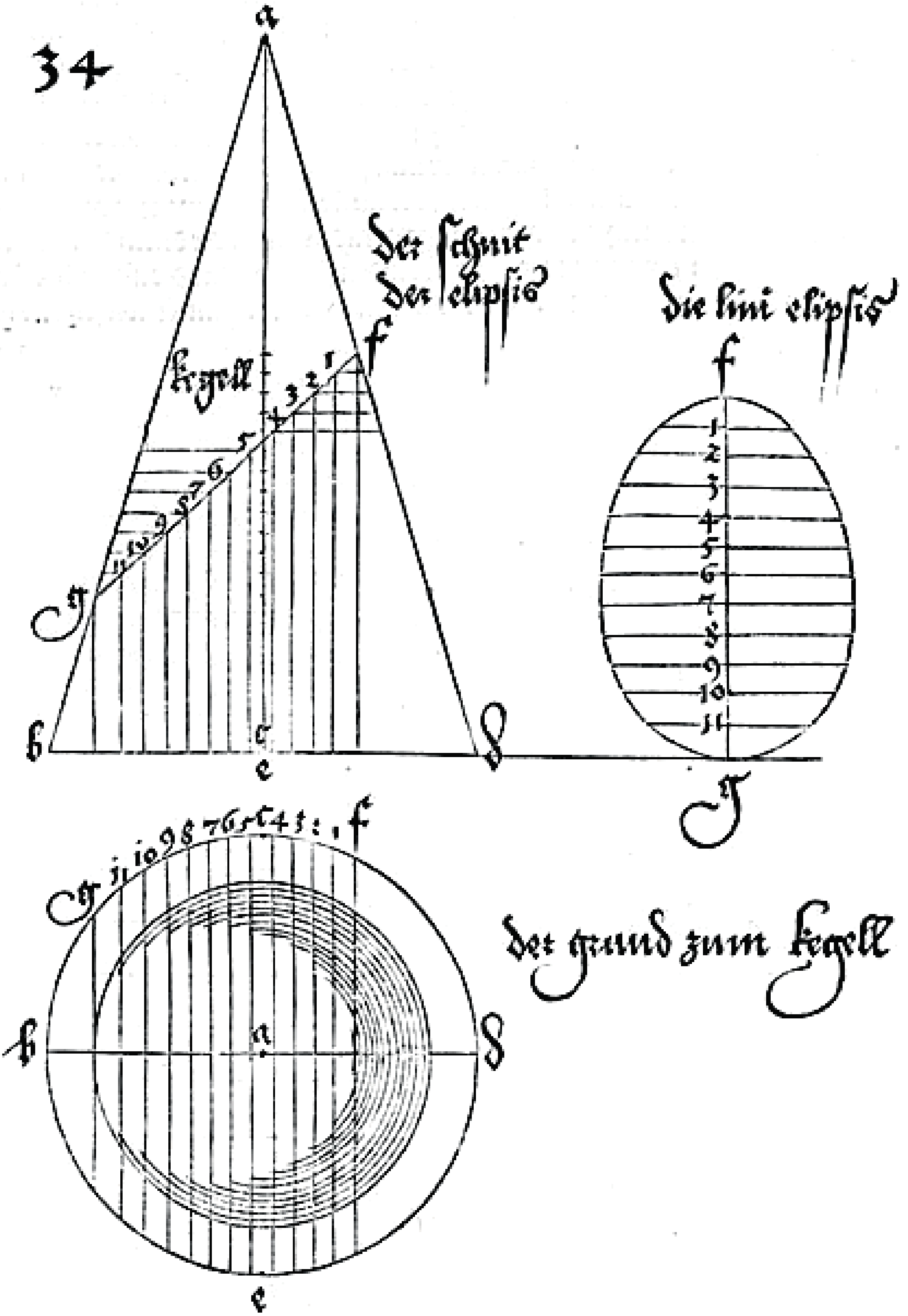
Die Konstruktion der Dandelinschen Kugeln (G.Pierre Dandelin) in der Spitze bzw. in der Basis des Kegels erfolgt durch das Bilden der Schnittpunkte der Winkelsymmetralen. Diese sind die Mittelpunkte der Kugeln. Die Berührungspunkte der Kugeln mit der Schnittfläche sind die Brennpunkte der Ellipse.

Der Aufriss zeigt die wahre Länge der Ellipse. In der Normalprojektion wird diese Länge mit der wahren Breite aus dem Kreuzriss verknüpft.

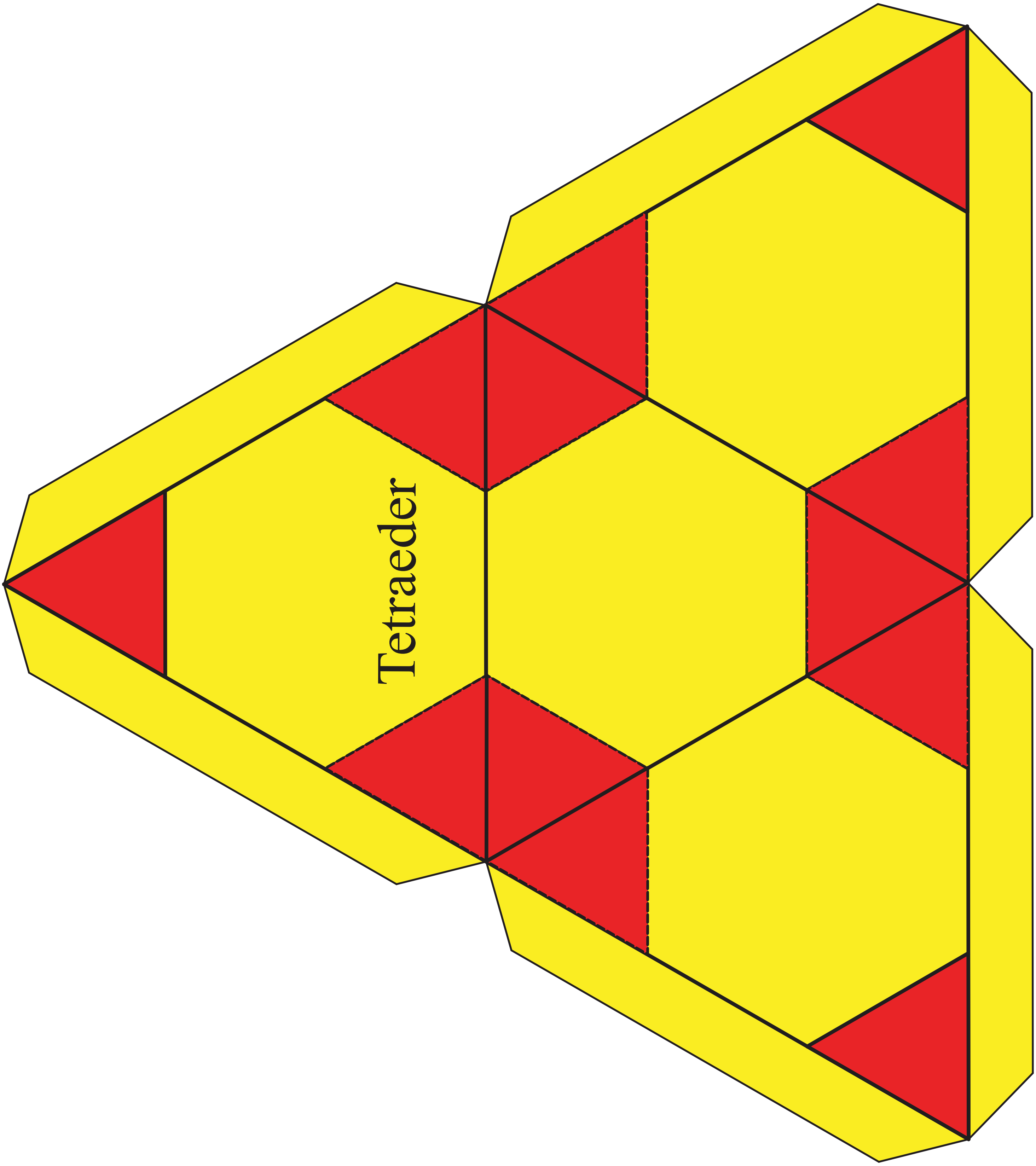
Der Kreuzriss zeigt die wahre Breite der Ellipse, verkürzt aber noch ihre Höhe. Er liefert aber die Breitenmaße für die Normalprojektion der Ellipse.



der schnit der elipsis **die lini elipsis**

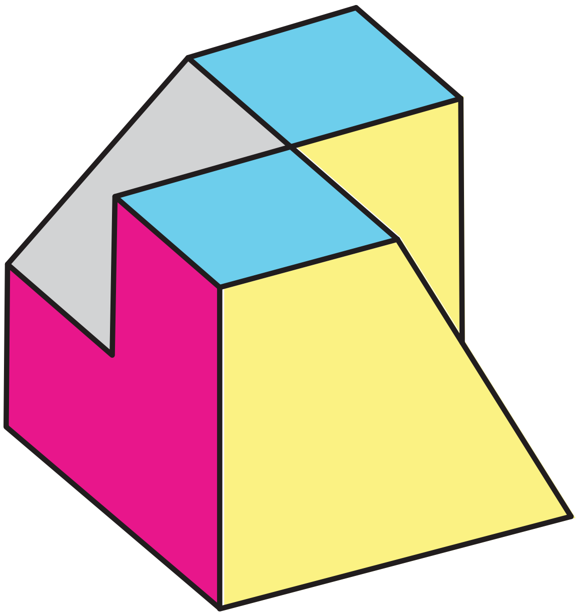


Tetraeder

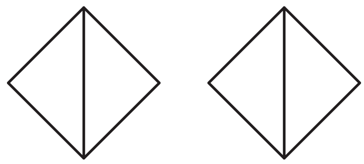


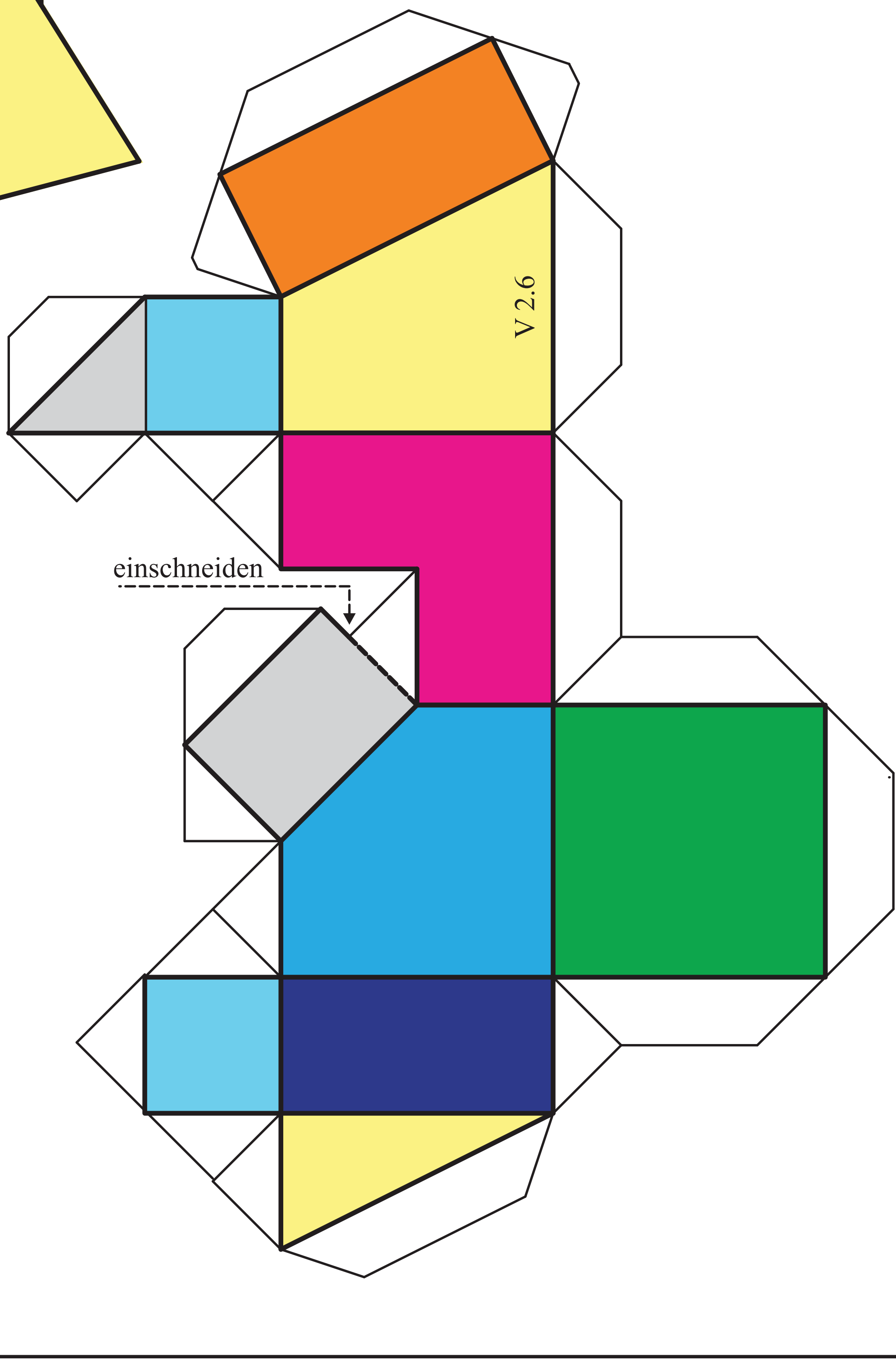
In diesem Modell ist mit Strichlinien eingezeichnet, wie aus dem platonischen Körper ein archimedischer wird.
Welche Überlegungen hat also Archimedes hier angestellt?

Körper 6 zu “Risslesen 1” der ADI GZ/DG-CDRom

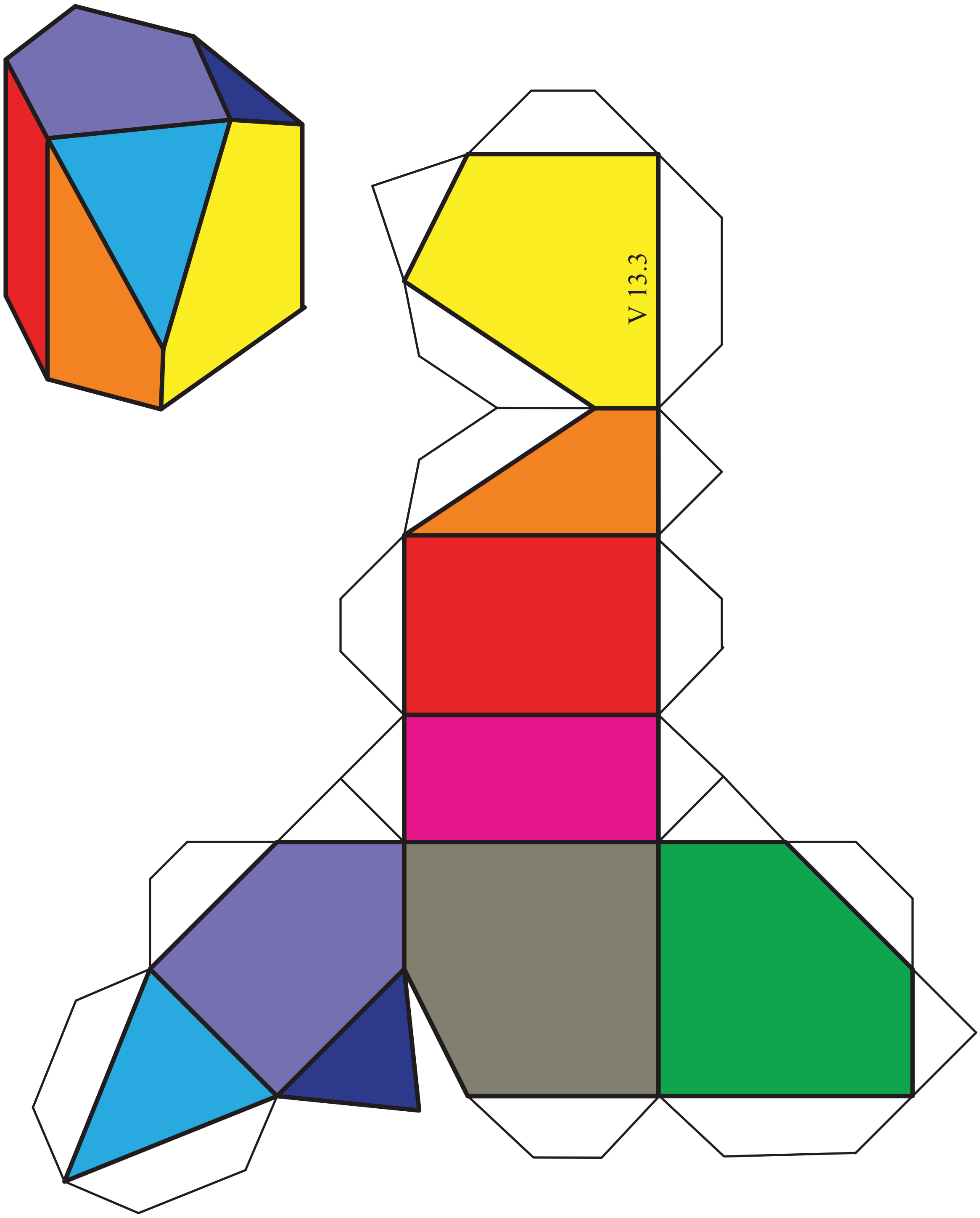


Doppelklebefalze für
Flächen, die keinen Falz haben



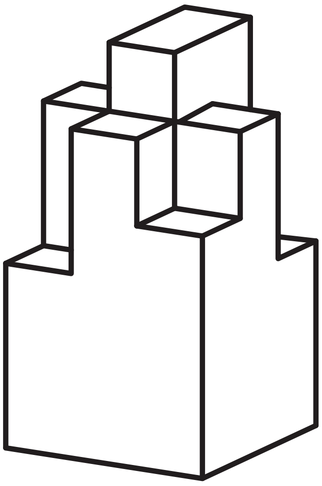


Körper 3 zu "Euler" der ADI GZ/DG-CDRom

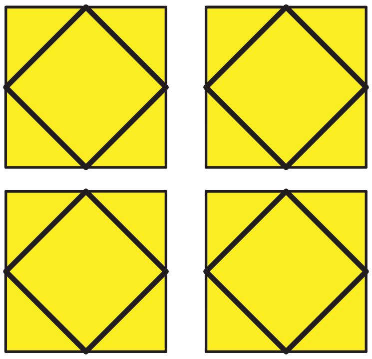


V 14.1

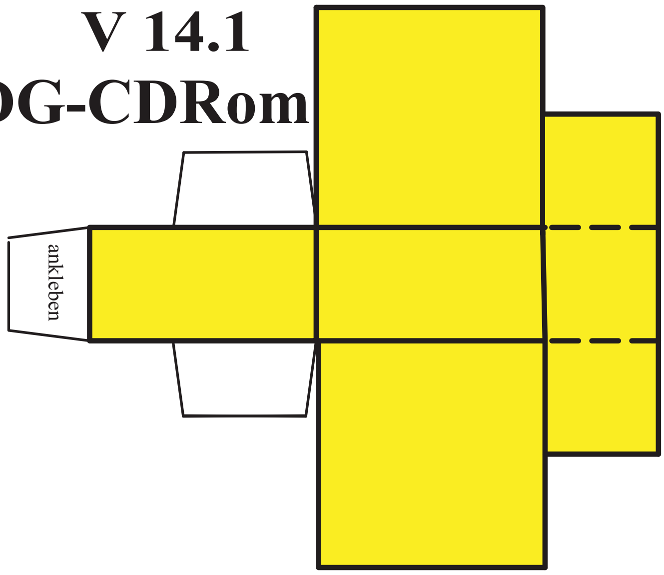
”Sears building” der ADI GZ/DG-CDRom

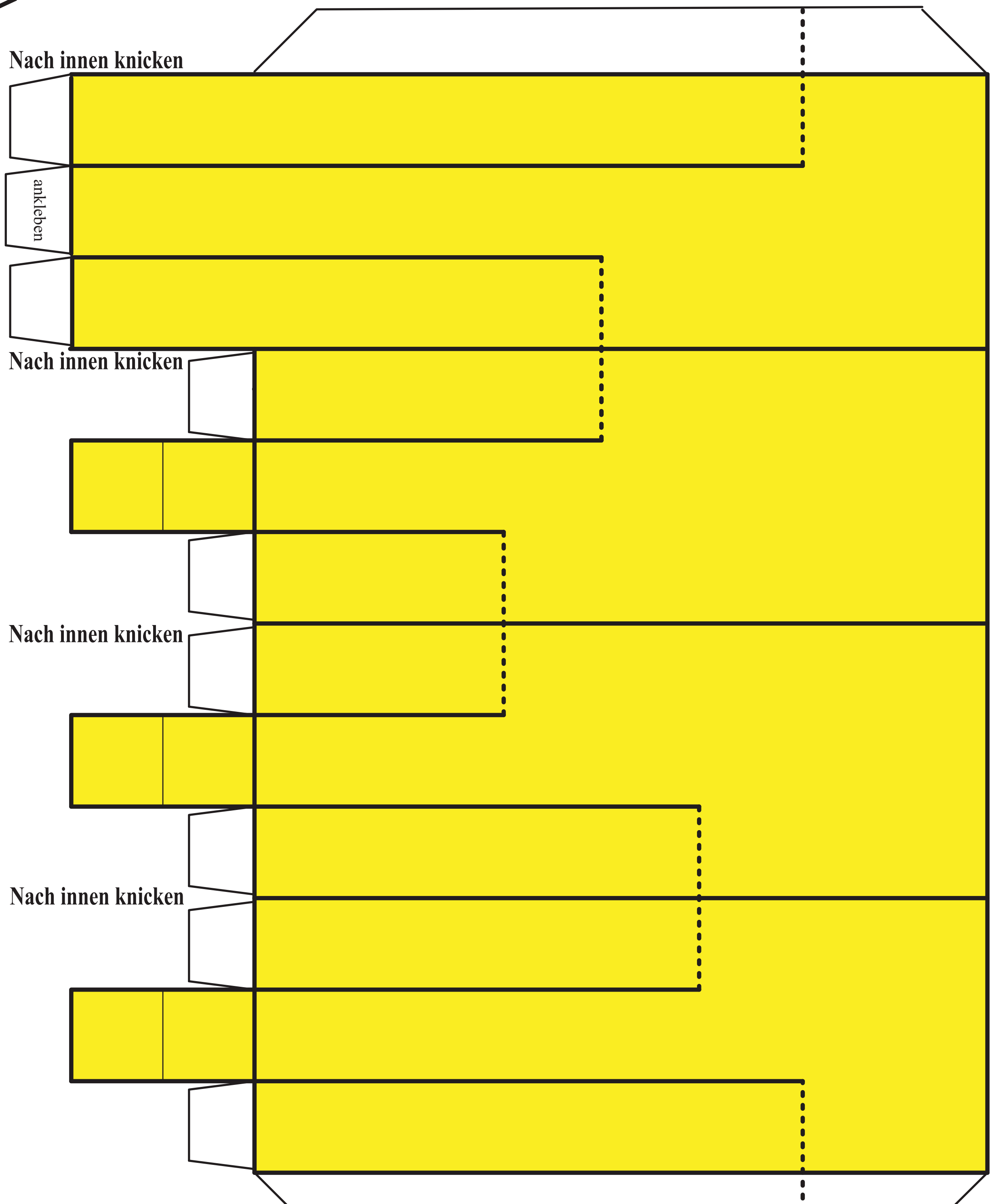


Modell



Dächer für die 4 niedrigen Gebäude

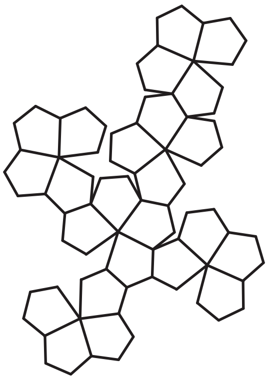




Alle dicken Linien mit Kugelschreiber falzen. Die strichlierten Linien einschneiden. Nun knicken. Jetzt gleich die Dächer für die 4 niedrigen Gebäude einkleben. Jetzt erst werden die langen Klebefalze miteinander verklebt. Nun den Teil für das höchste Gebäude ankleben. Eventuell den letzten 1 cm breiten Sockelrand zu einem Klebefalz umfunktionieren und das Modell auf einen Karton kleben.

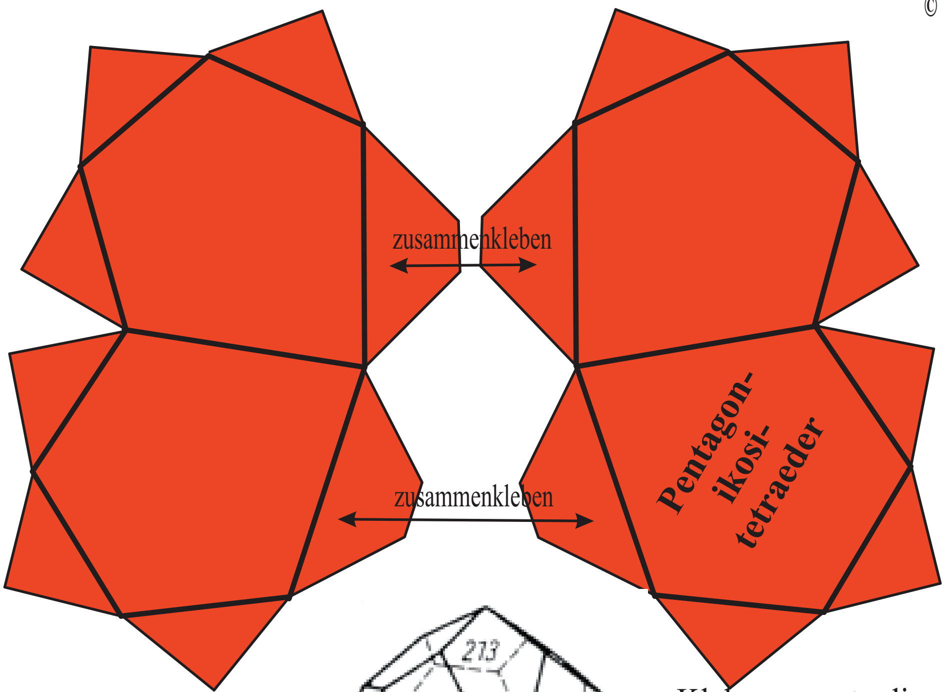
Kubisches System: Pentagonikositetraeder

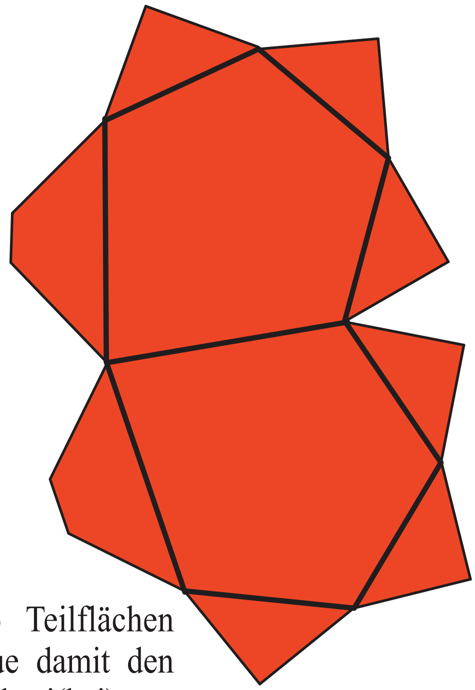
2 Kopien

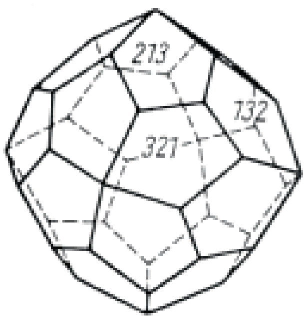


Der Pentagonikositetraeder ist der zum abgeschrägten Hexaeder duale Körper. Er hat demnach 38 Ecken, 60 Kanten und 24 Flächen, bei denen es sich um spiegelsymmetrische Fünfecke handelt. Diese besitzen zwei gleich lange benachbarte Seiten und drei ebenfalls gleich lange aber kürzere Seiten. Der spitze Winkel zwischen den beiden längeren Seiten beträgt ca. 80 Grad 46 ' (= 2 x 40,383 Grad spiegelgleich), die restlichen vier Winkel sind alle stumpf und gleich groß .

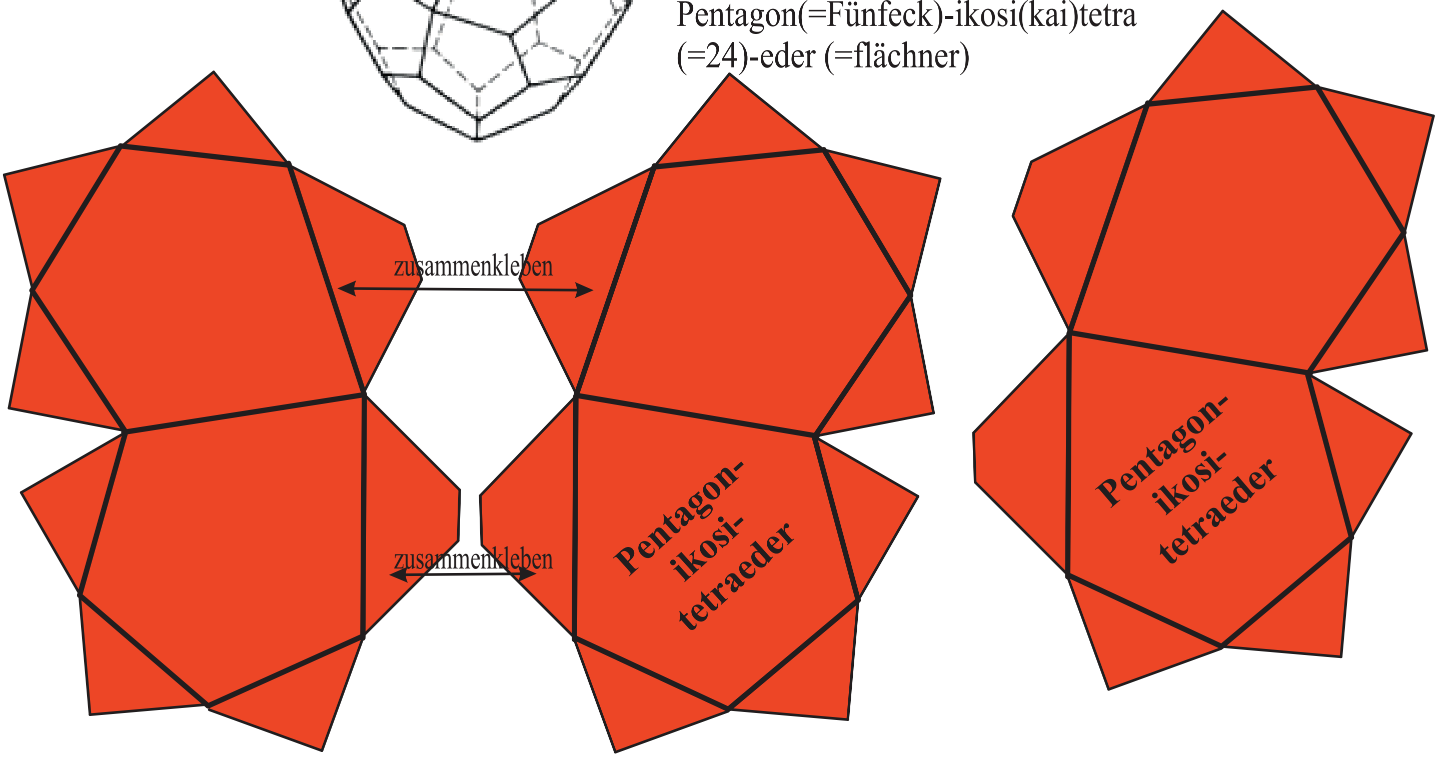
Quelle: www.mathe.tu-freiberg.de/~hebisch/cafe/archdual.html





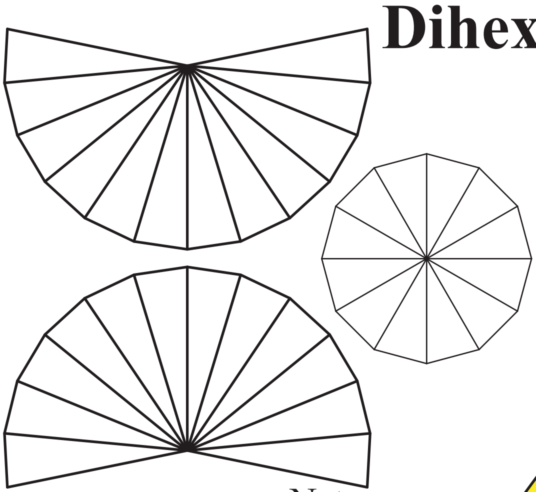


Klebe zuerst die 6 Teilflächen zusammen, dann baue damit den Pentagon(=Fünfeck)-ikosi(kai)tetra (=24)-eder (=flächner)

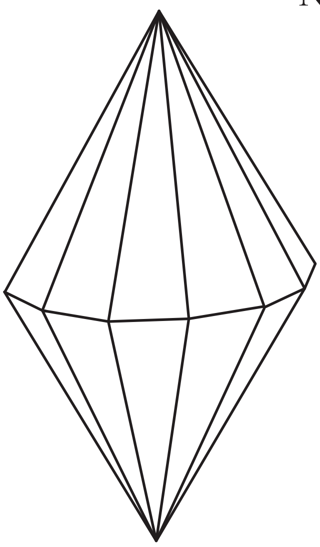


Hexagonales System:
Dihexagonale Dipyramide

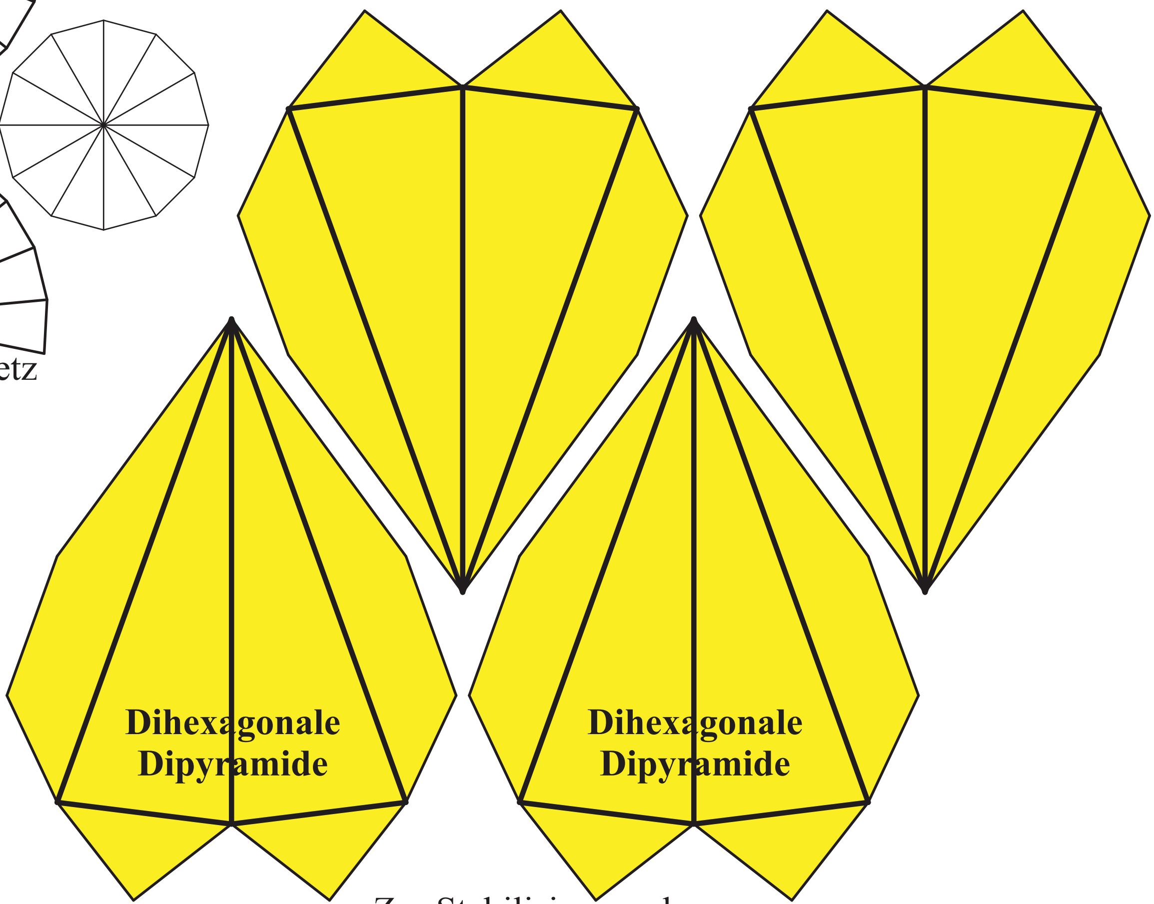
2 Kopien



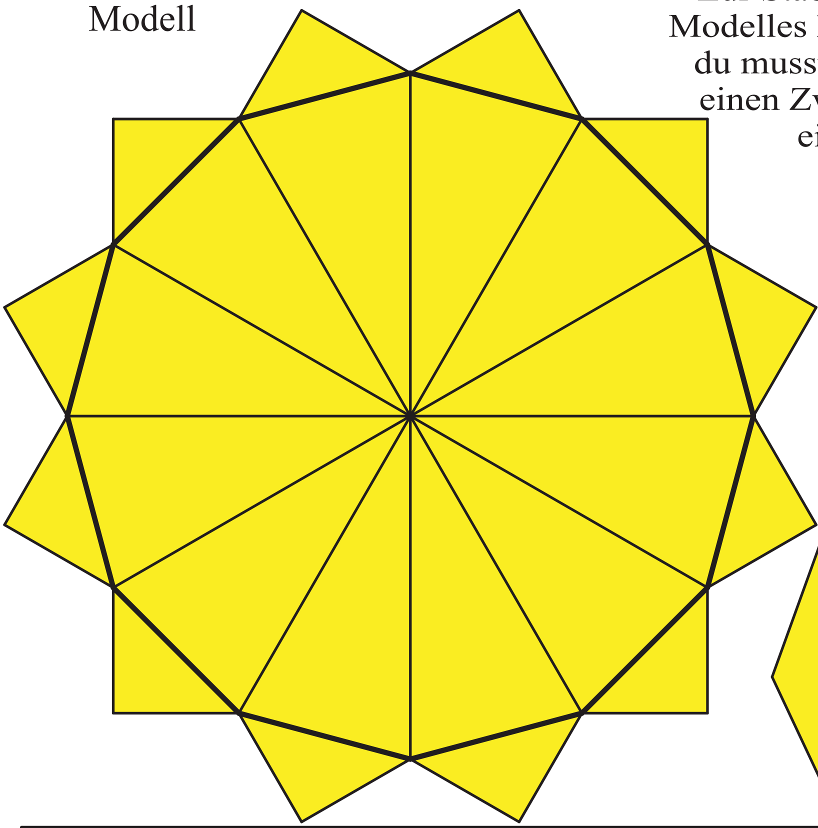
Netz

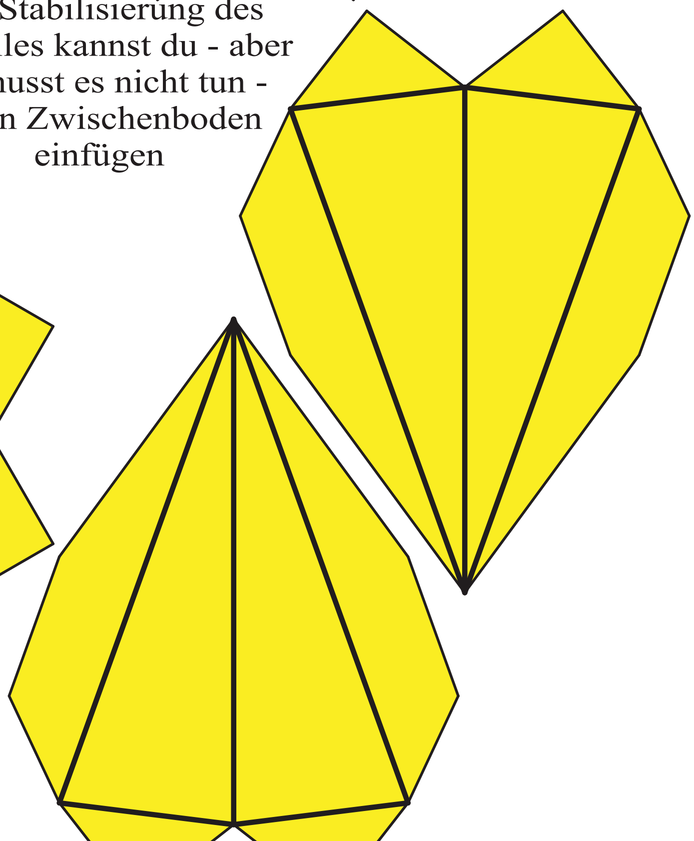


Modell

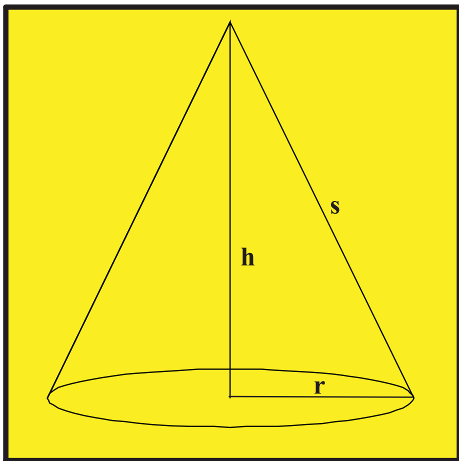


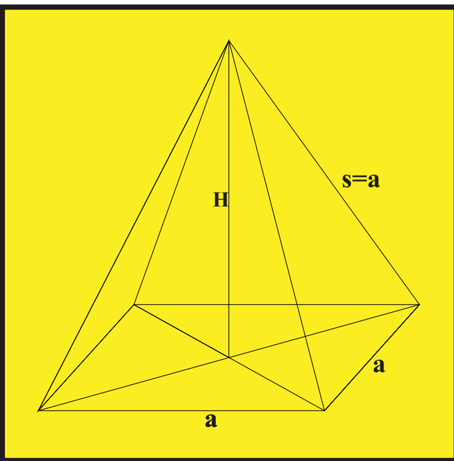
Zur Stabilisierung des Modelles kannst du - aber du musst es nicht tun - einen Zwischenboden einfügen

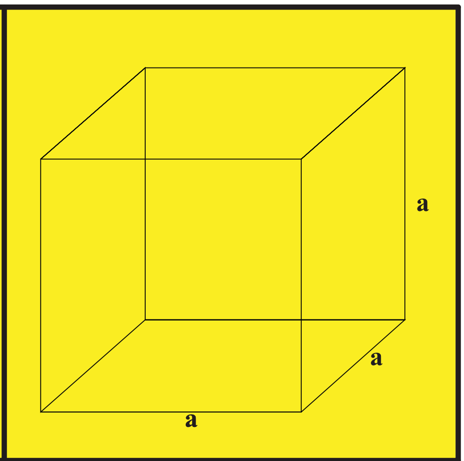


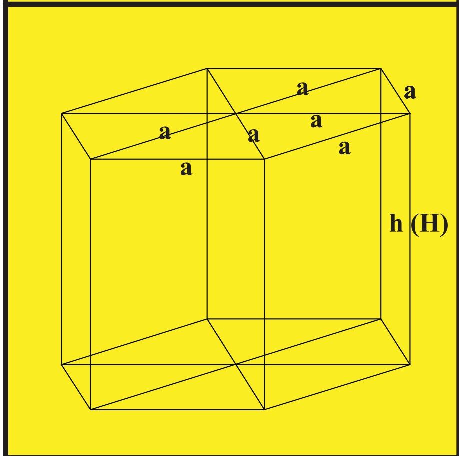


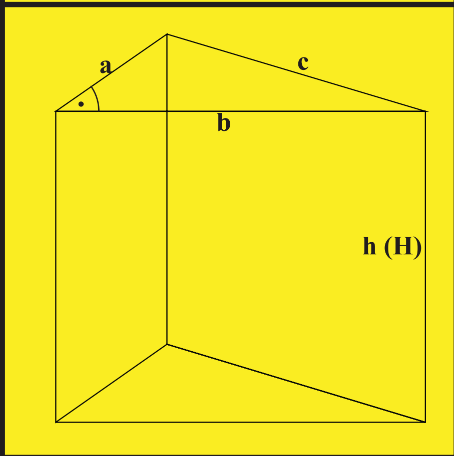
Körper - Memory

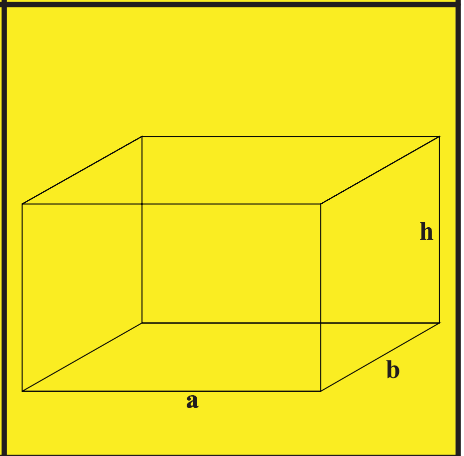


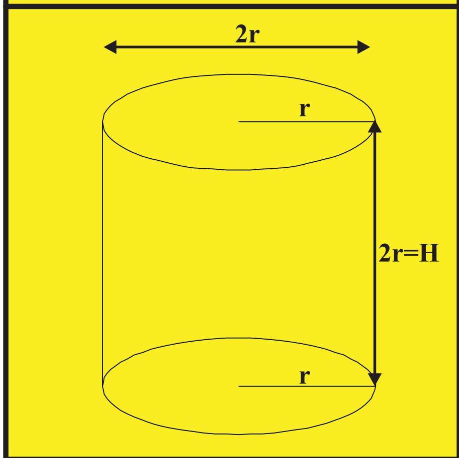


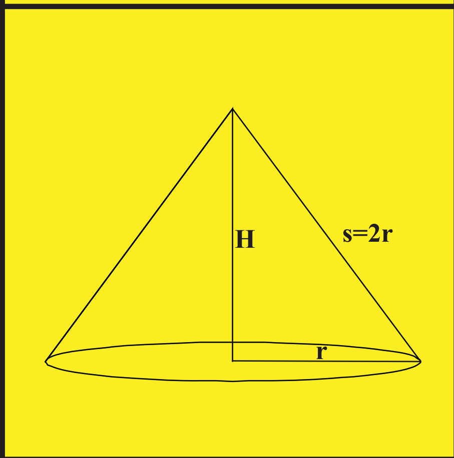


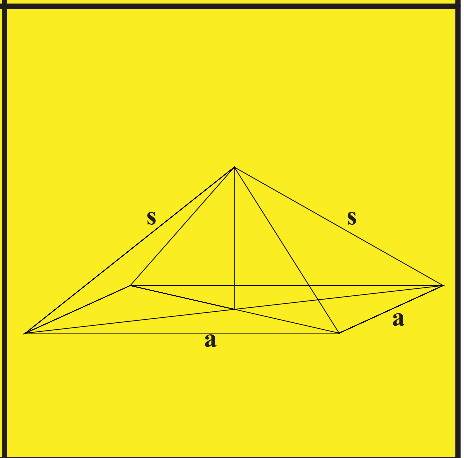


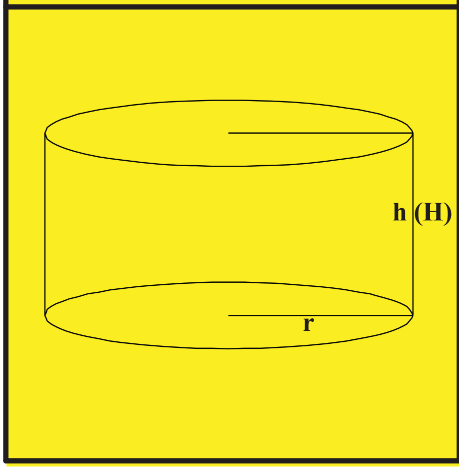


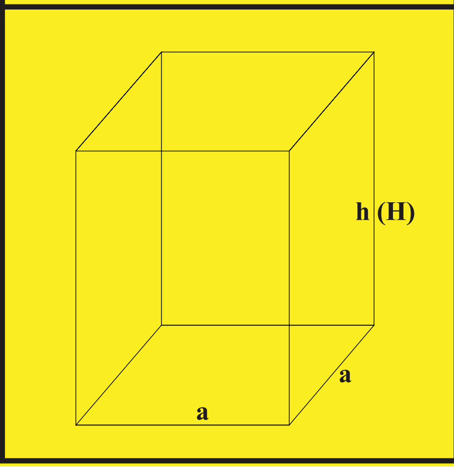


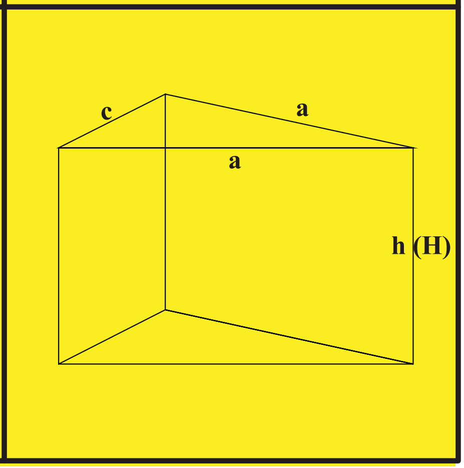










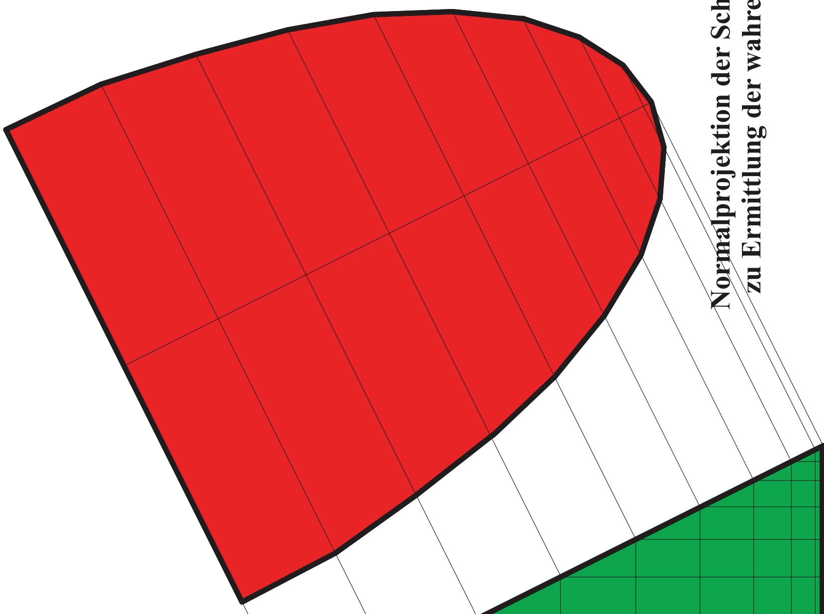


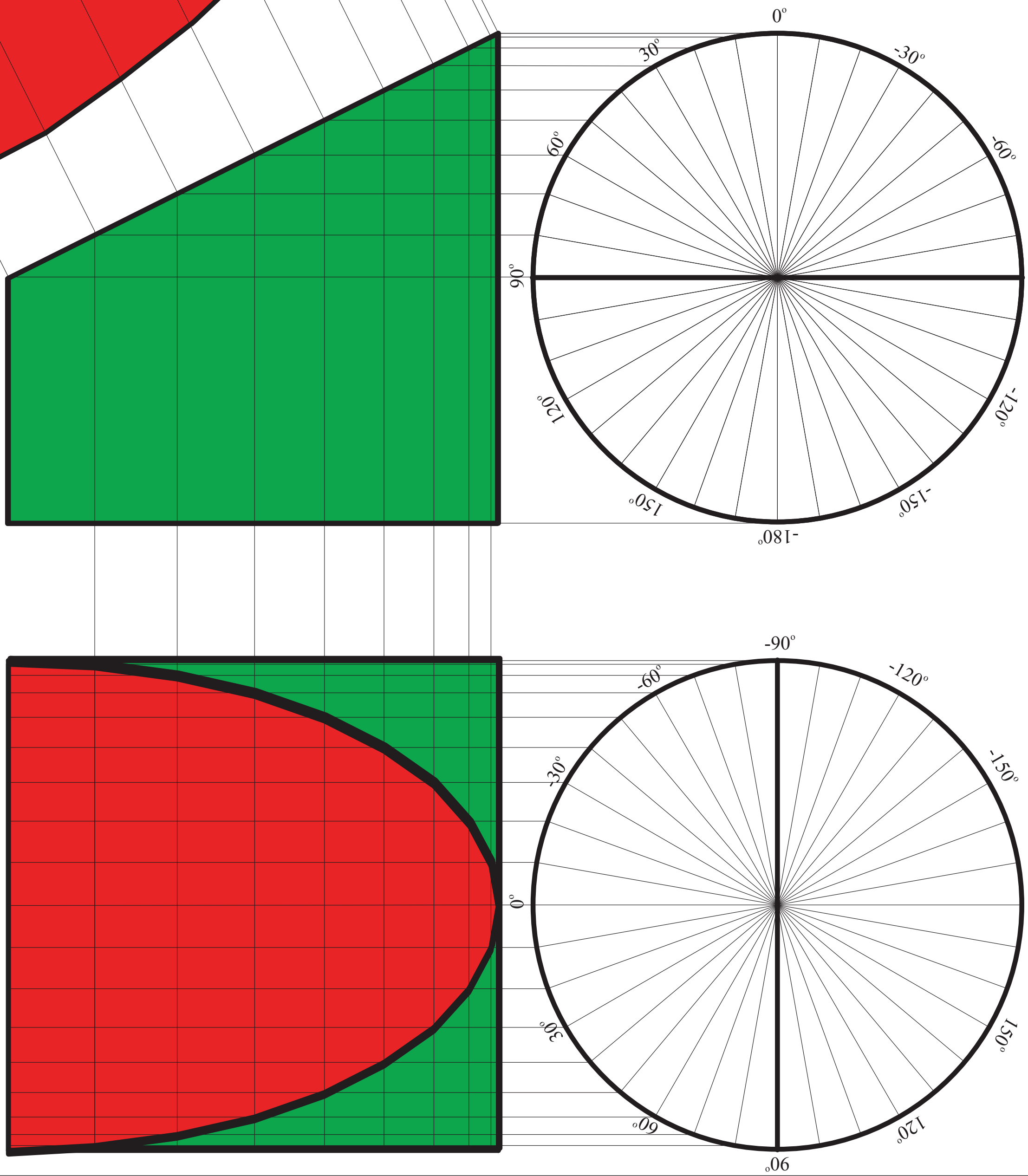
Drei Ansichten eines Körpers: Schräger Schnitt an einem Zylinder (1)

Normalprojektion der Schnittfläche zu Ermittlung der wahren Größe

Die Gestalt des Mantels ergibt sich aus der Abwicklung des Umfanges und darauf der Höhenlinien, die im Kreuzriss zu sehen sind

Versuche, dir das Aussehen dieses Zylinders, von dem ein Teil fehlt, vorzustellen. Wie groß ist der Anteil des Volumens, der hier weggeschnitten wurde? Überlege zuerst, in welche leichter zu berechnenden Teile der Körper zerlegt werden kann und versuche dann, eine Volumsformel zu erarbeiten.

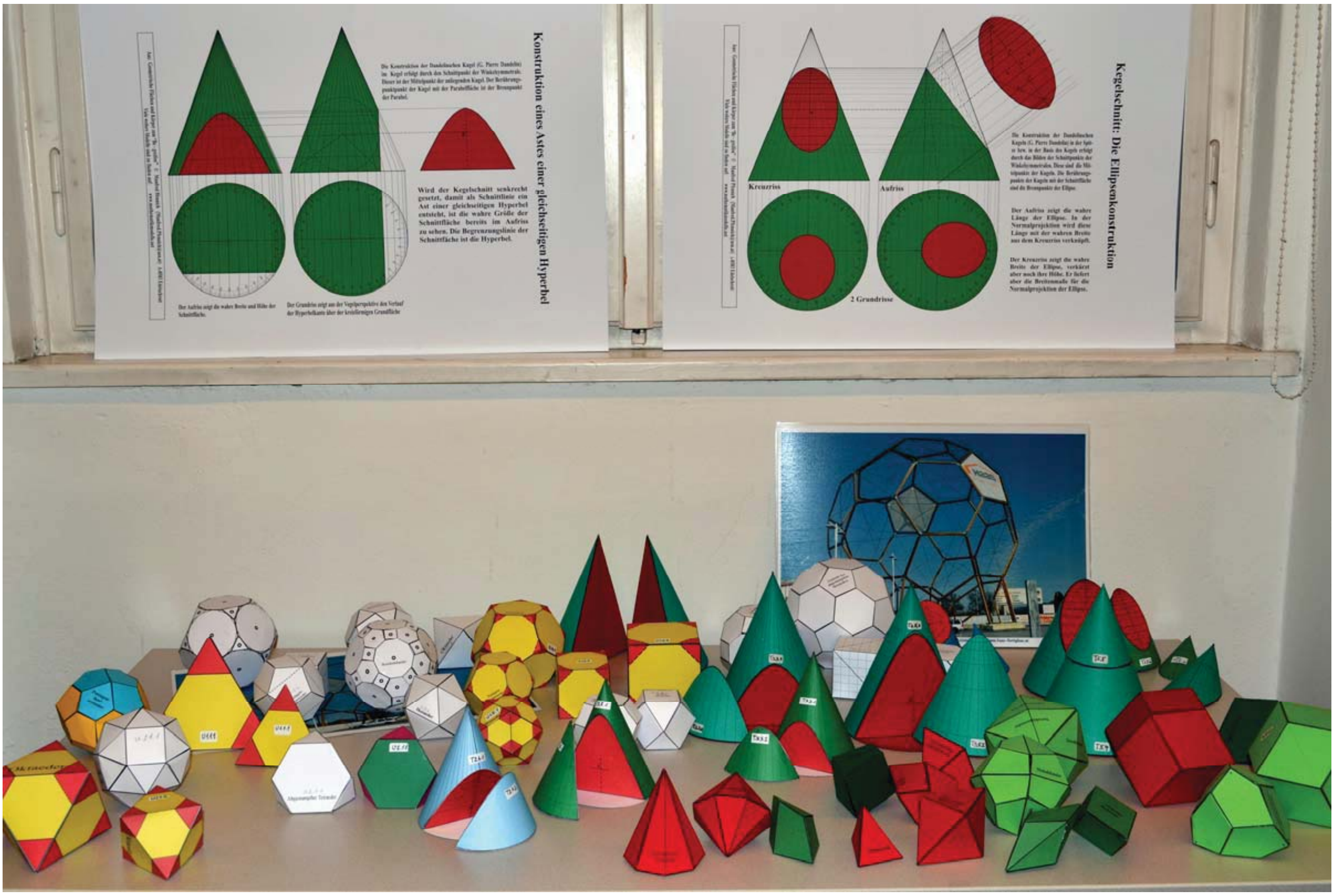




Kreuzriss und Grundriss

Aufriss und Grundriss

...


Konstruktion eines Astes einer gleichseitigen Hyperbel
Kegelschnitt: Die Ellipsenkonstruktion
Kreuzriss
Aufriss
2 Grundrisse