Benjamin Prober

Technische Universität Wien

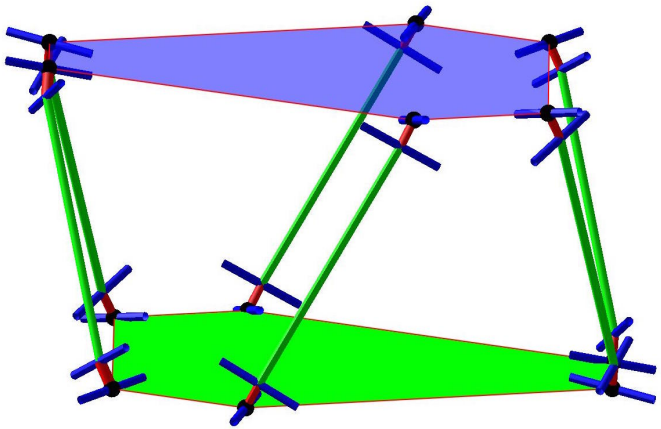
9. November 2015

Auswirkung spezieller Hexapod Geometrien auf die *Generalized Control Number (GCTN)*

Betreuer: Priv.Doz. Dr. Georg Nawratil

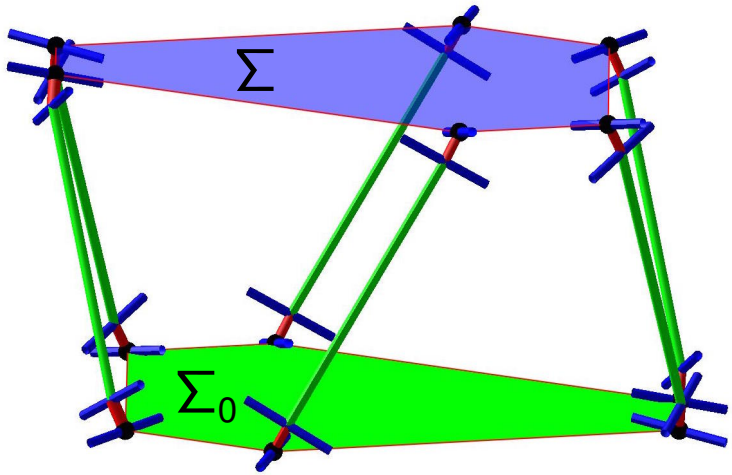
Gliederung

1. Einführung
2. Die Generalized Control Number
3. Die Geometrie der betrachteten Hexapoden
4. Exemplarische Beispiele der erhaltenen Daten



Allgemeines: Hexapoden

- Parallelkinematischer 6-dof Manipulator
- Σ_0 und Σ über 6 Beine verbunden
- Beine bestehen aus Kardan- und Zylindergelenken
- Die Montagepunkte der Kardangelenke an Σ bzw. Σ_0 sind die sog. Plattform- bzw. Basisankerpunkte



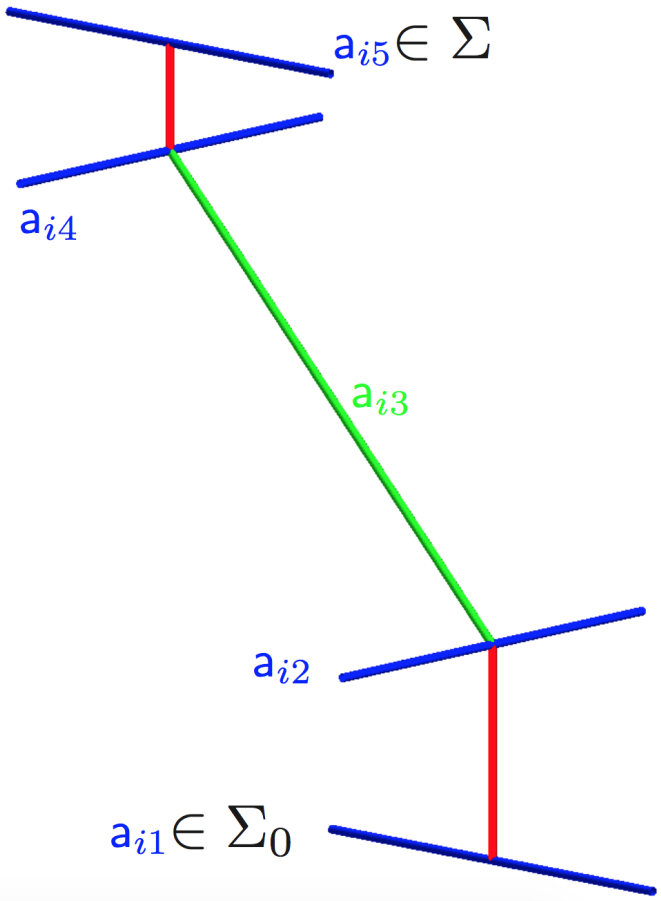
Allgemeines: Beinstruktur

Für die Betrachtungen in der Arbeit wurden sowohl normale, als auch exzentrische Kardangelenke verwendet, wobei diese immer passiv arbeiten.

Bei den Zylindrischen Gelenken ist nur die Längenänderung entlang der Trägergeraden des Gelenks aktiv steuerbar. Die Trägergerade entspricht der Rotationsachse des passiv arbeitenden Drehgelenks.

Die Beine können als serielle kinematische RRPRRR-Ketten angesehen werden.

Die j-te Drehachse des i-ten Beins ist notiert als a_{ij}.



Die Jacobi Matrix des i-ten Beins

Wir notieren die Jacobi Matrix des i-ten Beins als

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{i1} & \mathbf{a}_{i2} & \mathbf{a}_{i3} & \mathbf{a}_{i4} & \mathbf{a}_{i5} & \mathbf{o} \\ \widehat{\mathbf{a}}_{i1} & \widehat{\mathbf{a}}_{i2} & \widehat{\mathbf{a}}_{i3} & \widehat{\mathbf{a}}_{i4} & \widehat{\mathbf{a}}_{i5} & \widehat{\mathbf{t}}_i \end{pmatrix}.$$

Die Momentanschraube $\underline{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \varepsilon\widehat{\mathbf{q}}$ des Gangsystems Σ bzgl. des Rastsystems Σ_0 kann nun berechnet werden als

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \widehat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \mathbf{J}_i \begin{pmatrix} \omega_{i1} \\ \vdots \\ \omega_{i5} \\ \tau_i \end{pmatrix},$$

mit ω_{ij} als Winkelgeschwindigkeit des j-ten Drehgelenks und τ_i als Translationsgeschwindigkeit des prismatischen Gelenks.

Die Jacobi Matrix der Plattform

Bei $rg(\mathbf{J}_i) = 6, i = 1 \ldots 6$ gilt

$$\mathbf{J}_i^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \widehat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{i1} \\ \vdots \\ \omega_{i5} \\ \tau_i \end{pmatrix}.$$

Wir notieren die 6. Zeilen von $\mathbf{J}_i^{-1}$ als $(\widehat{\mathbf{j}}_i, \mathbf{j}_i)$ und erhalten für die Jacobi Matrix $\mathbf{J}$ der Plattform

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{j}}_1 & \mathbf{j}_1 \\ \vdots & \vdots \\ \widehat{\mathbf{j}}_6 & \mathbf{j}_6 \end{pmatrix}.$$

$(\mathbf{j}_i, \widehat{\mathbf{j}}_i)$ sind die Speerkoordinaten von a_{i3}.

Die Jacobi Matrix der Plattform

Die Jacobi Matrix **J** wandelt die Momentanschraube der Plattform in die Translationsgeschwindigkeiten der aktiv steuerbaren prismatischen Gelenke um:

$$\mathbf{J} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \widehat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_6 \end{pmatrix}$$

End-Effektor Singularitäten

Befindet sich ein Hexapod in einer End-Effektor Singularität, so liegen die Trägergeraden der prismatischen Gelenke in einem Linearen Komplex, also $rg(\mathbf{J}) < 6$. In diesem Fall existiert zumindest eine Schraube $\underline{\mathbf{q}} \neq \underline{\mathbf{o}}$ mit

$$\mathbf{J} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \widehat{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Die Plattform ist also infinitesimal beweglich, was im schlimmsten Fall in einer Selbstbewegung enden kann.

Beinsingularitäten

Dies ist gleichbedeutend mit $rg(\mathbf{J}_i) < 6$. In diesem Fall existiert eine nicht triviale Linearkombination der *Nullschraube* $\underline{\mathbf{o}}$:

$$\omega_{i1}\underline{\mathbf{a}}_{i1} + \omega_{i2}\underline{\mathbf{a}}_{i2} + \omega_{i3}\underline{\mathbf{a}}_{i3} + \omega_{i4}\underline{\mathbf{a}}_{i4} + \omega_{i5}\underline{\mathbf{a}}_{i5} + \tau_i\underline{\mathbf{t}}_i = \underline{\mathbf{o}}.$$

- $\tau_i \neq 0$: Hierbei kann die Translationsgeschwindigkeit des i-ten prismatischen Gelenks nicht auf den End-Effektor übertragen werden.
- $\tau_i = 0$: Hierbei erfährt das Bein eine infinitesimale Selbstbewegung. Im schlimmsten Fall kann dies eine Selbstbewegung des Beins bewirken.

Die Grundlage für die Generalized CTN (GCTN)

Satz: Eine Beinsingularität vom Typ $\tau_i \neq 0$ kann nicht existieren.

Beweis: O.B.d.A. kann angenommen werden, dass die Trägergerade des prismatischen Gelenks mit der z-Achse des Bezugskoordinatensystems koinzidiert. Alle Rotationsachsen inzidieren oder schneiden diese Achse, daher hat die Jacobi Matrix $\mathbf{J}_i$ des i-ten Beins folgende Darstellung

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} * & o \\ o & 1 \end{pmatrix},$$

wobei * eine beliebige 5×5 Matrix ist. Man sieht nun, dass die Gleichung $\tau_i \underline{\mathbf{t}_i} + \sum_{j=1}^{5} \omega_{ij} \underline{\mathbf{a}_{ij}} = \underline{\mathbf{o}}$ nur für $\tau_i = 0$ erfüllt sein kann. □

→ Die GCTN berücksichtigt Beinsingularitäten vom Typ $\tau_i = 0$ und End-Effektor Singularitäten.

Definition und Berechnung der GCTN

$$GCTN := \sqrt{\frac{\lambda_-}{\lambda_+}}$$

mit λ_- bzw. λ_+ als Minimum bzw. Maximum der allgemeinen Eigenwerte des Minimierungsproblem der

$$\text{Zielfunktion} \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{5} \omega_{ij}^2$$

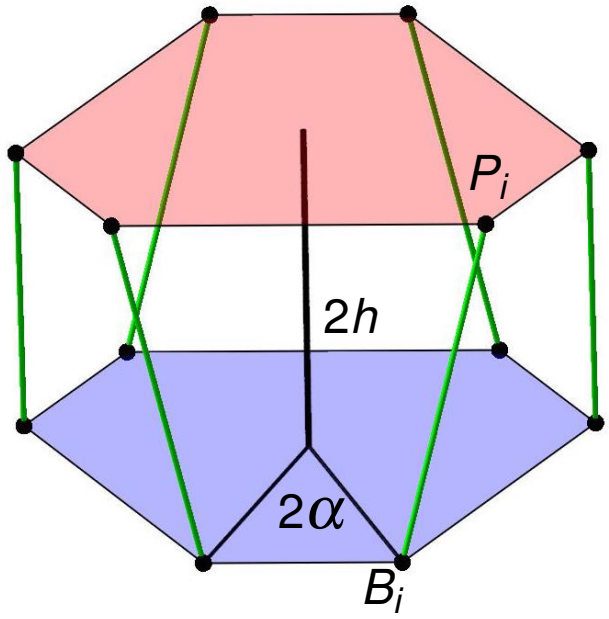
unter der

$$\text{Nebenbedingung} \sum_{i=1}^{6} \tau_i^2 = 1.$$

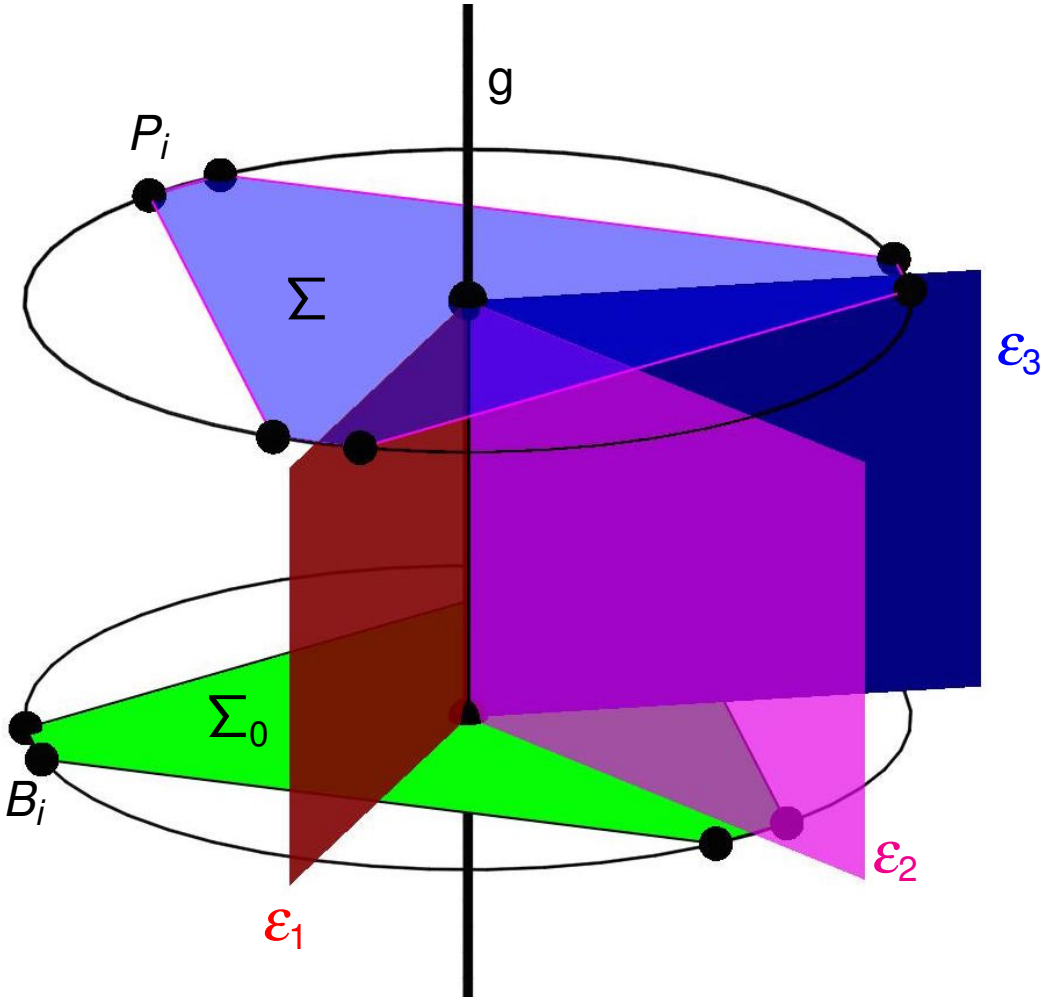
Der Designparameter α

Das Design von Plattform und Basis ist bestimmt durch:

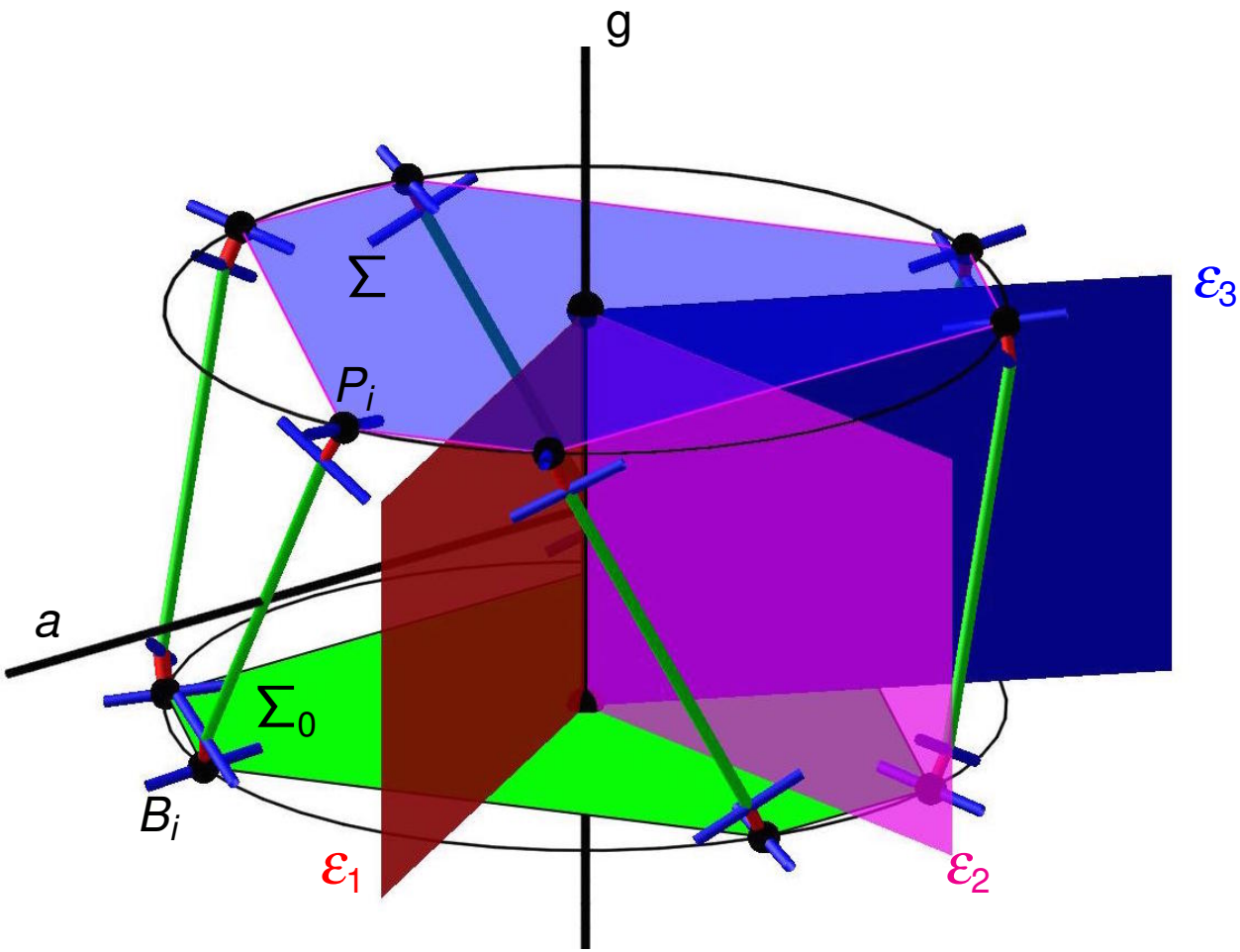
- Semihexagonale Struktur der Ankerpunkte B_i und P_i
- Frei wählbarer Designparameter α



Die Ausgangslage



Symmetrien

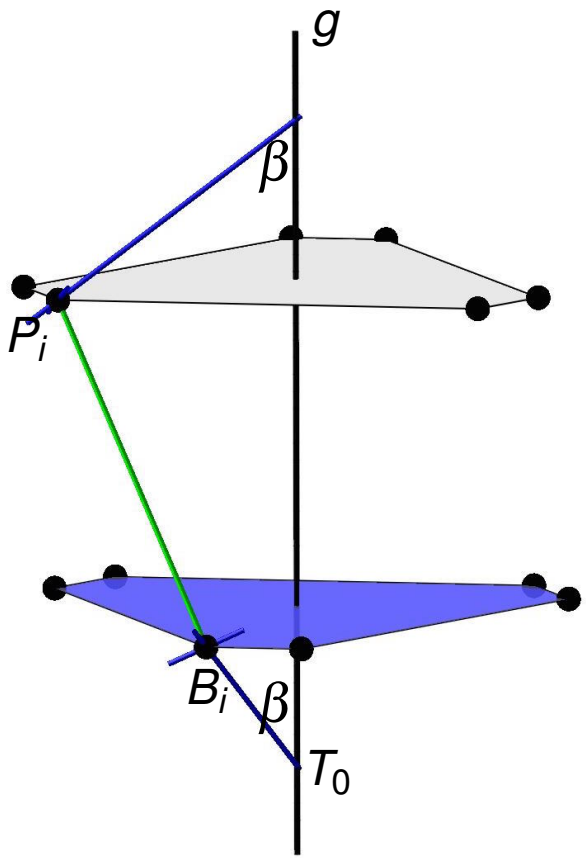


Familie A: Die ersten Achsen schneiden g

Die bisherigen Annahmen
über die Designparameter α, e und den
Lageparameter h liefern noch keine eindeutige
Bestimmung der Hexapodkonfiguration.
Die Orientierung der ersten Achse wird
durch eine 2-parametrige Menge repräsentiert.

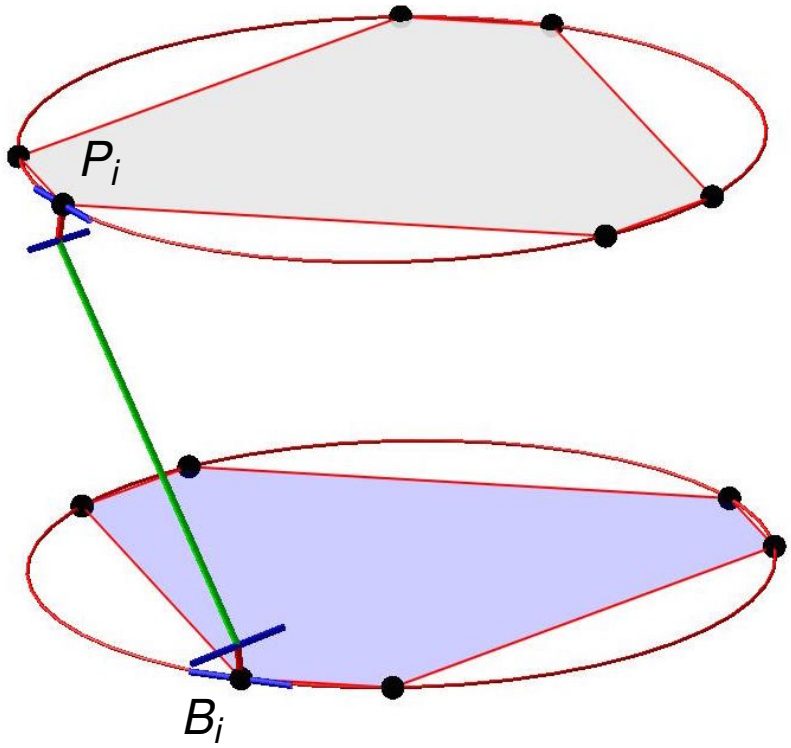
Durch folgende Einschränkungen
erhalten wir den verbleibenden Parameter β:

- Die ersten Achsen
  der Beine sind kopunktal im Punkt T_0
- T_0 liegt auf der Geraden g
- β ist der Winkel zwischen
  der ersten Achse und der Geraden g



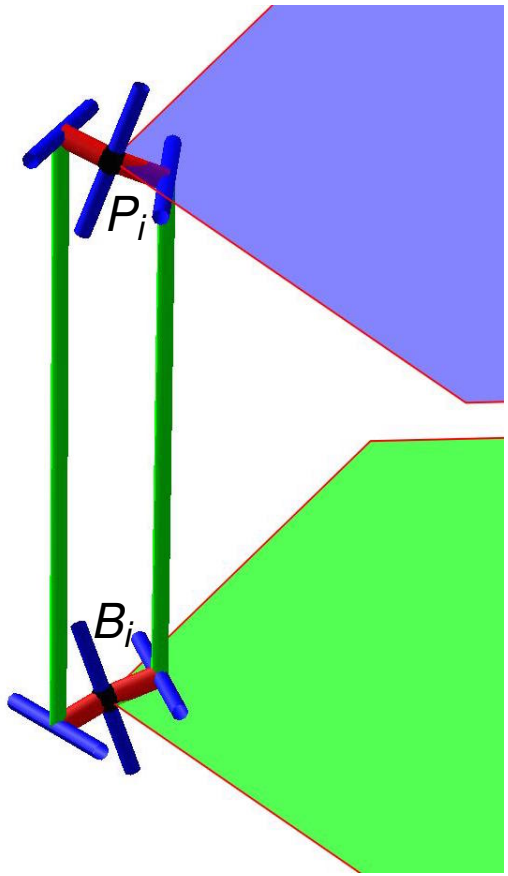
Familie B: die ersten Achsen liegen Tangential an den Umkreis der Basis

In diesem
Fall ist die Hexapodkonfiguration
durch die Designparameter α, h
und die Exzentrizität e bestimmt.



Mögliche Beinstellungen

Bei der geometrischen Konstruktion erhält man bei $e > 0$ zwei mögliche Beinkonfigurationen, die den genannten Anforderungen entsprechen. Zur Datenevaluierung werden beide Möglichkeiten in Betracht gezogen.



Datenevaluierung in Hinblick auf Designs mit hoher GCTN

λ_- und λ_+ sind die Nullstellen eines Polynoms vom Grad 6

$\Longrightarrow$ Berechnung der GCTN kann nur numerisch erfolgen

Hinzunahme der Exzentrizität erhöht die Komplexität des Polynoms zusätzlich

Vorgangsweise bei der Datenerhebung

Die Parameterintervalle werden für feste Exzentrizität wie folgt gerastert:

- α in 1 Grad Schritten im Intervall $[0, 30]$
- β in 6 Grad Schritten im Intervall $[0, 180]$
- h in 0.1 Schritten im Intervall $[0, 1]$
- zur genaueren Untersuchung werden gewisse Teilintervalle von h in 0.01 Schritte unterteilt
- die Daten wurden für Exzentrizitäten (e) der Größenordnung 0.05 bis 0.25 erhoben mit Schrittweite 0.05

Beispieldatensatz von e=0: Familie A

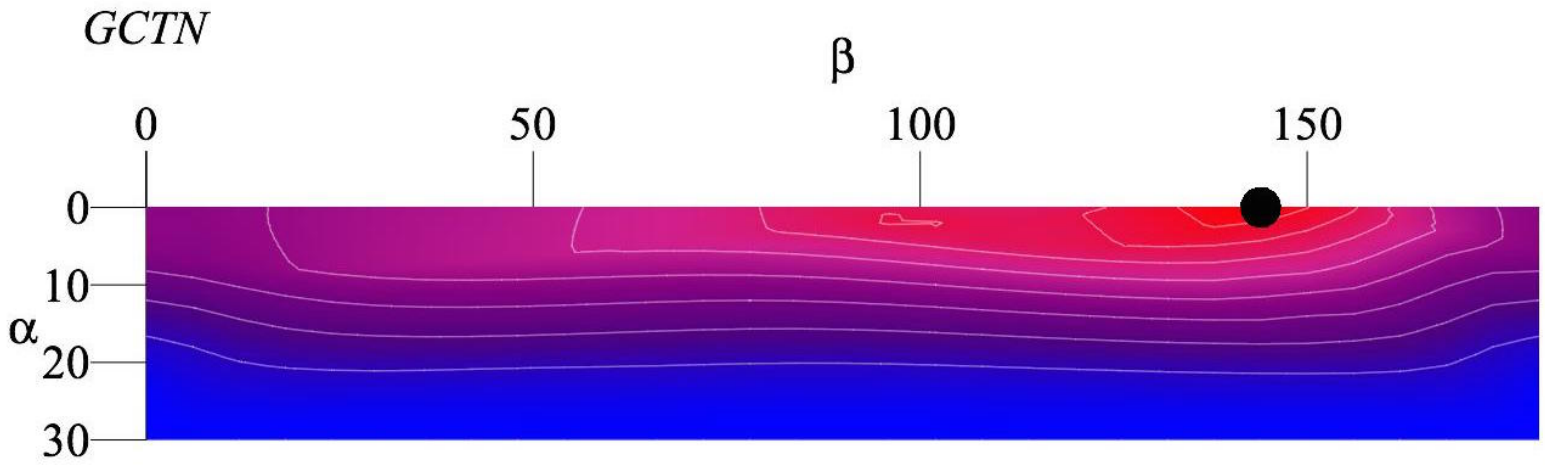


Abbildung : Die Verteilung der GCTN für h=0.45 in Abhängigkeit von α und β

Beispieldatensatz von e=0: Familie A

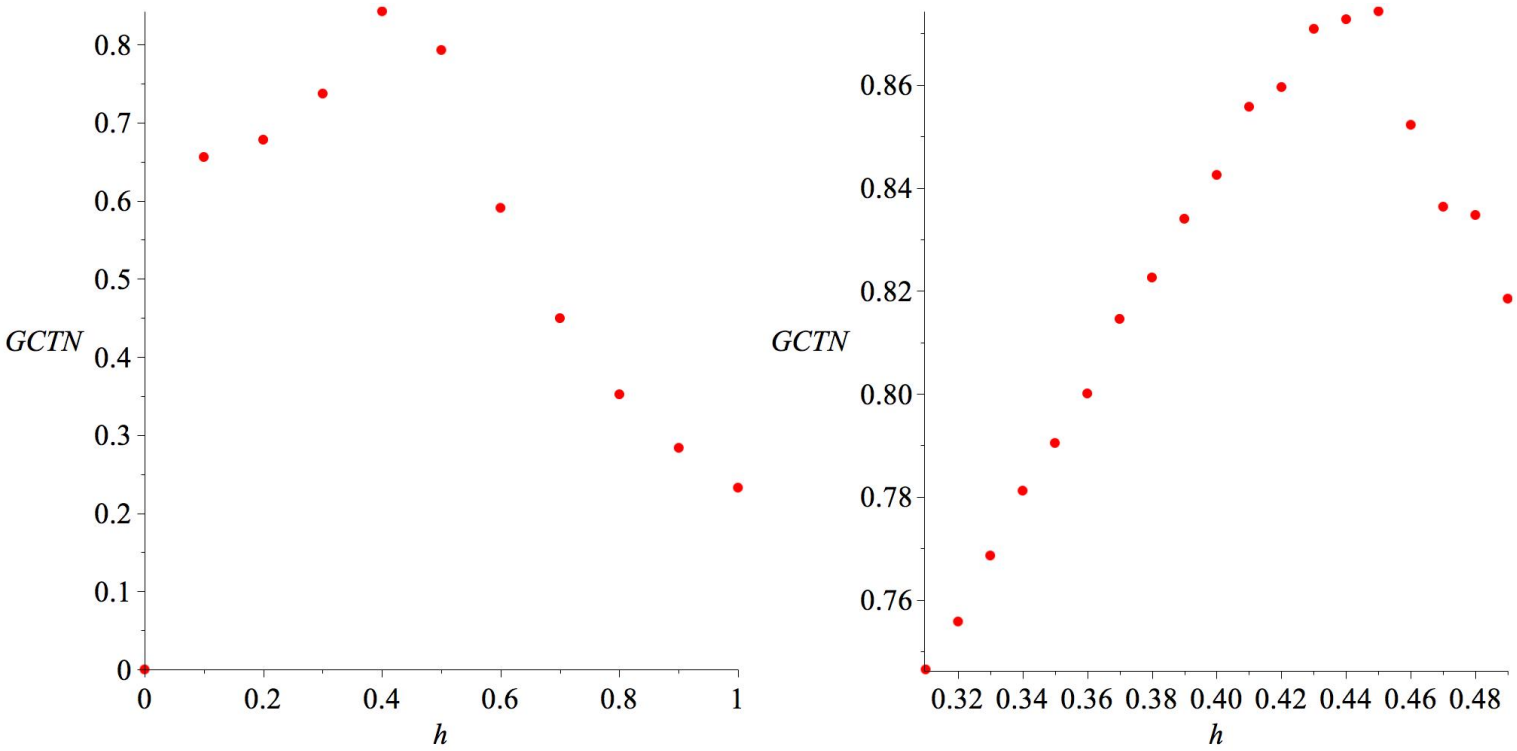


Abbildung : GCTN in Abhängigkeit von h (a) grob gerastert (b) fein gerastert im Bereich des Maximum

Beispieldatensatz von e=0: Familie A

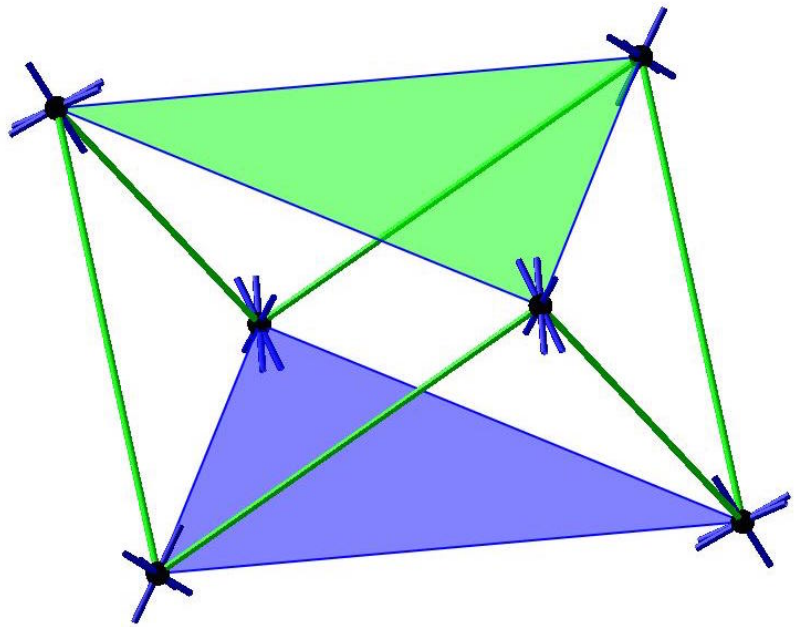


Abbildung : Hexapod in optimierter Konfiguration

Beispieldatensatz von e=0:Familie B

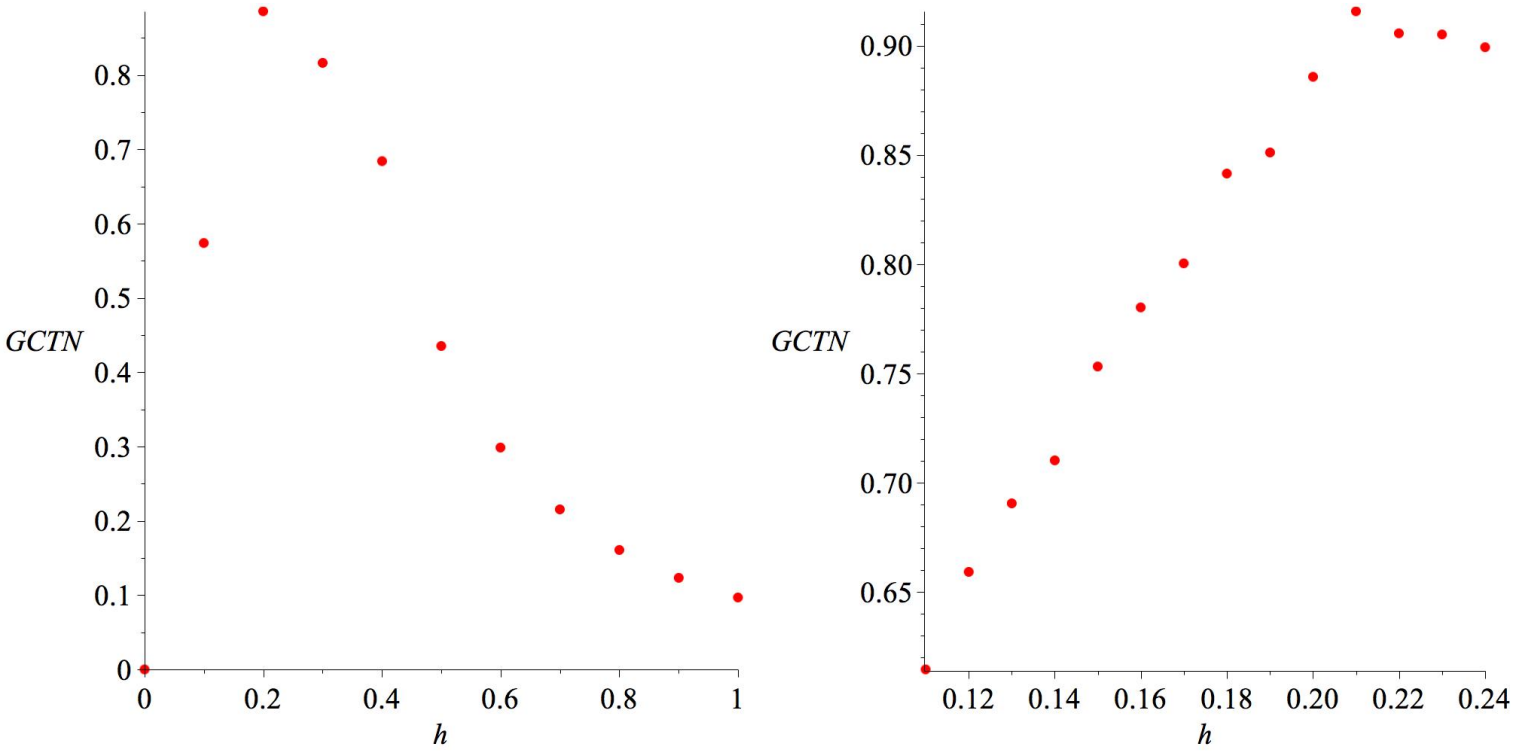


Abbildung : GCTN in Abhängigkeit von h (a) grob gerastert (b) fein gerastert im Bereich des Maximum

Beispieldatensatz von e=0: Familie B

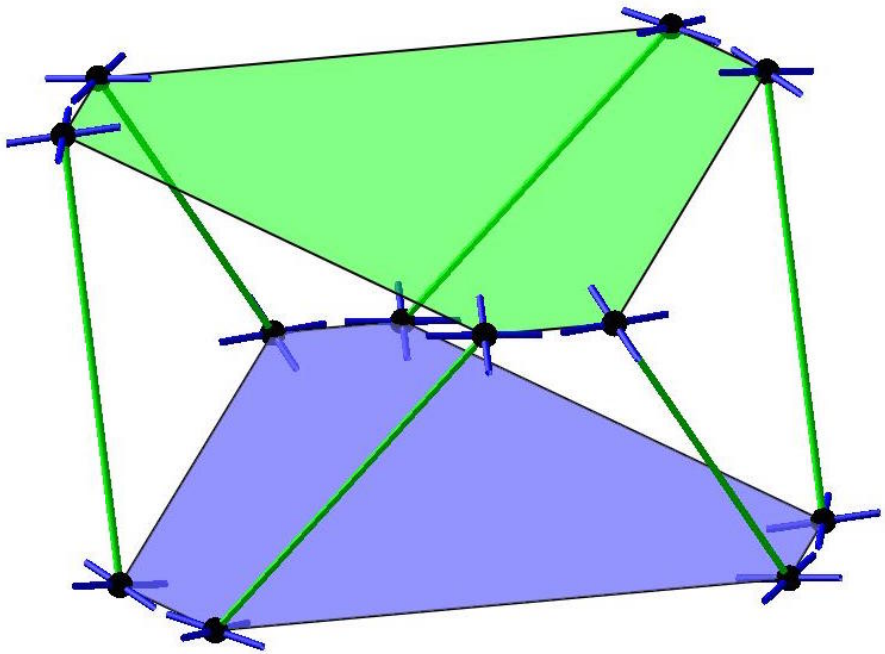


Abbildung : Hexapod in optimierter Konfiguration

Beispieldatensatz von e=0,1: Familie A

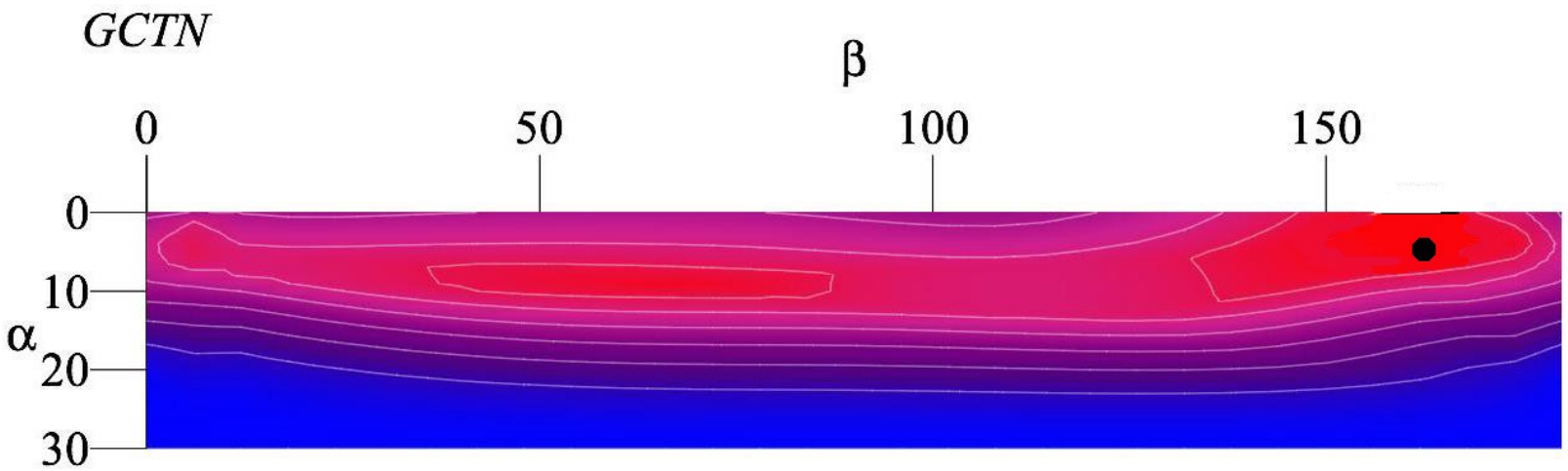


Abbildung : Die Verteilung der GCTN für h=0.45 in Abhängigkeit von α und β

Beispieldatensatz von e=0,1: Familie A

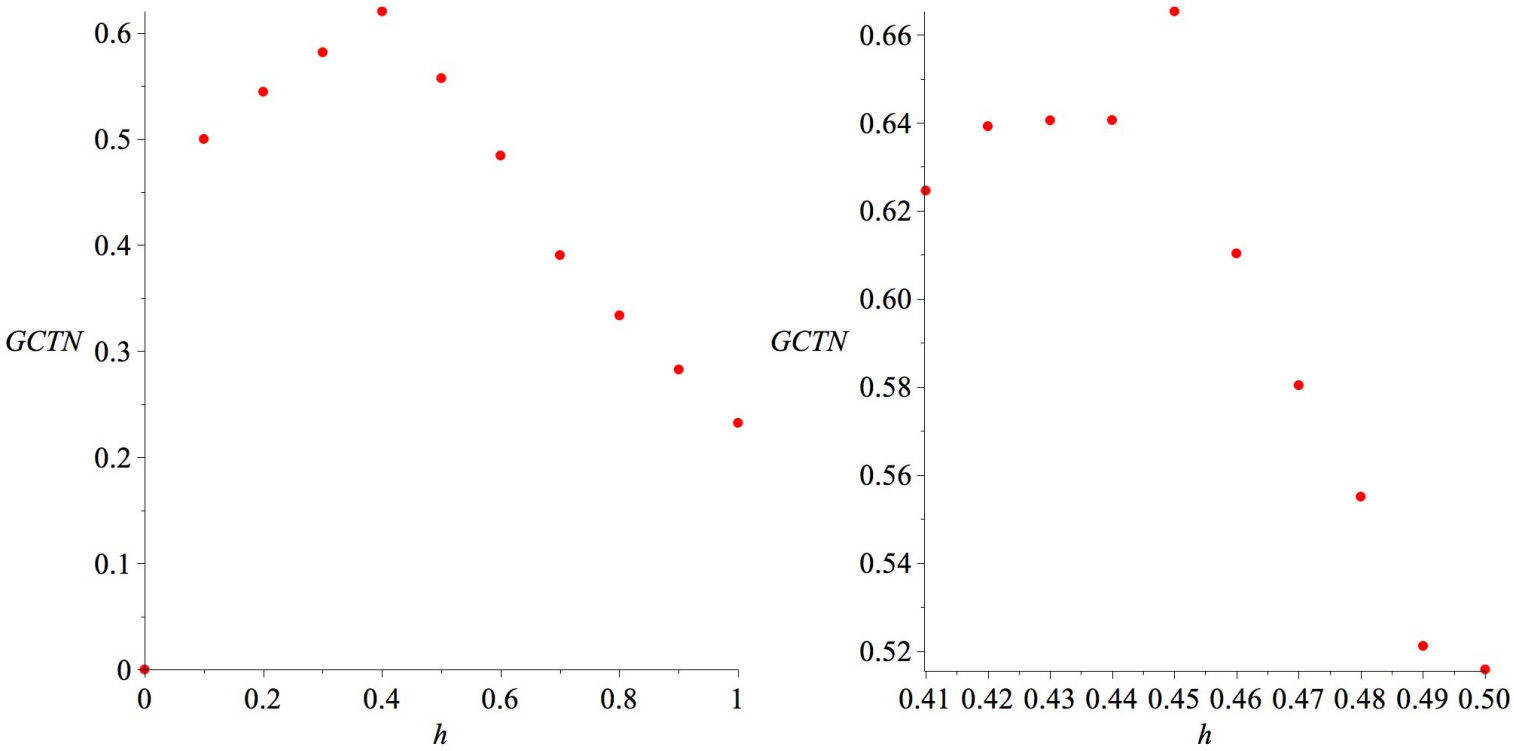


Abbildung : GCTN in Abhängigkeit von *h* (a)grob gerastert (b)fein gerastert im Bereich des Maximum

Beispieldatensatz von e=0,1: Familie A

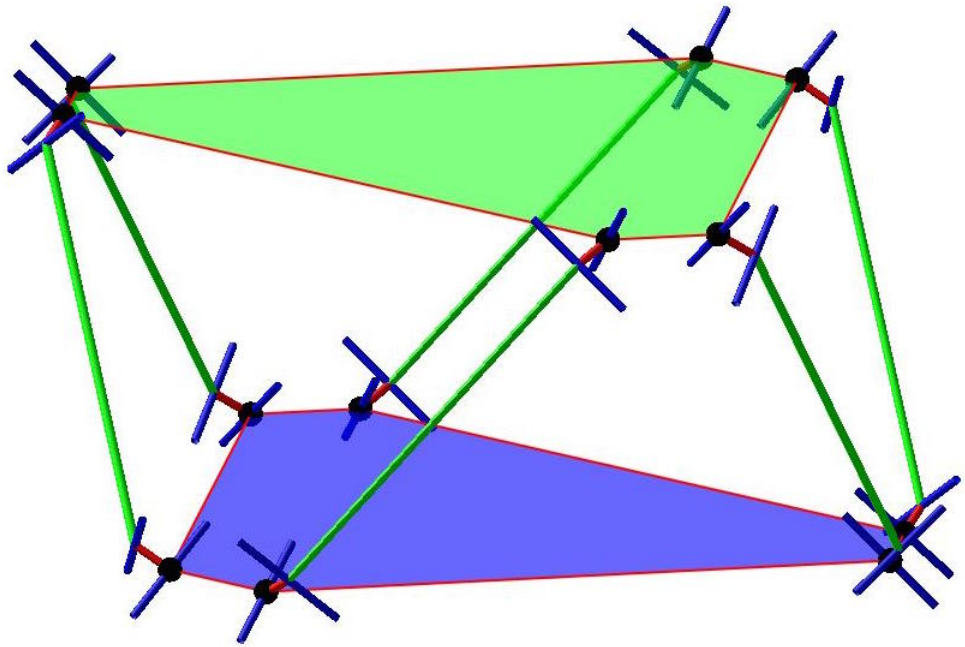


Abbildung : Hexapod in optimierter Konfiguration

Beispieldatensatz von e=0,1: Familie B

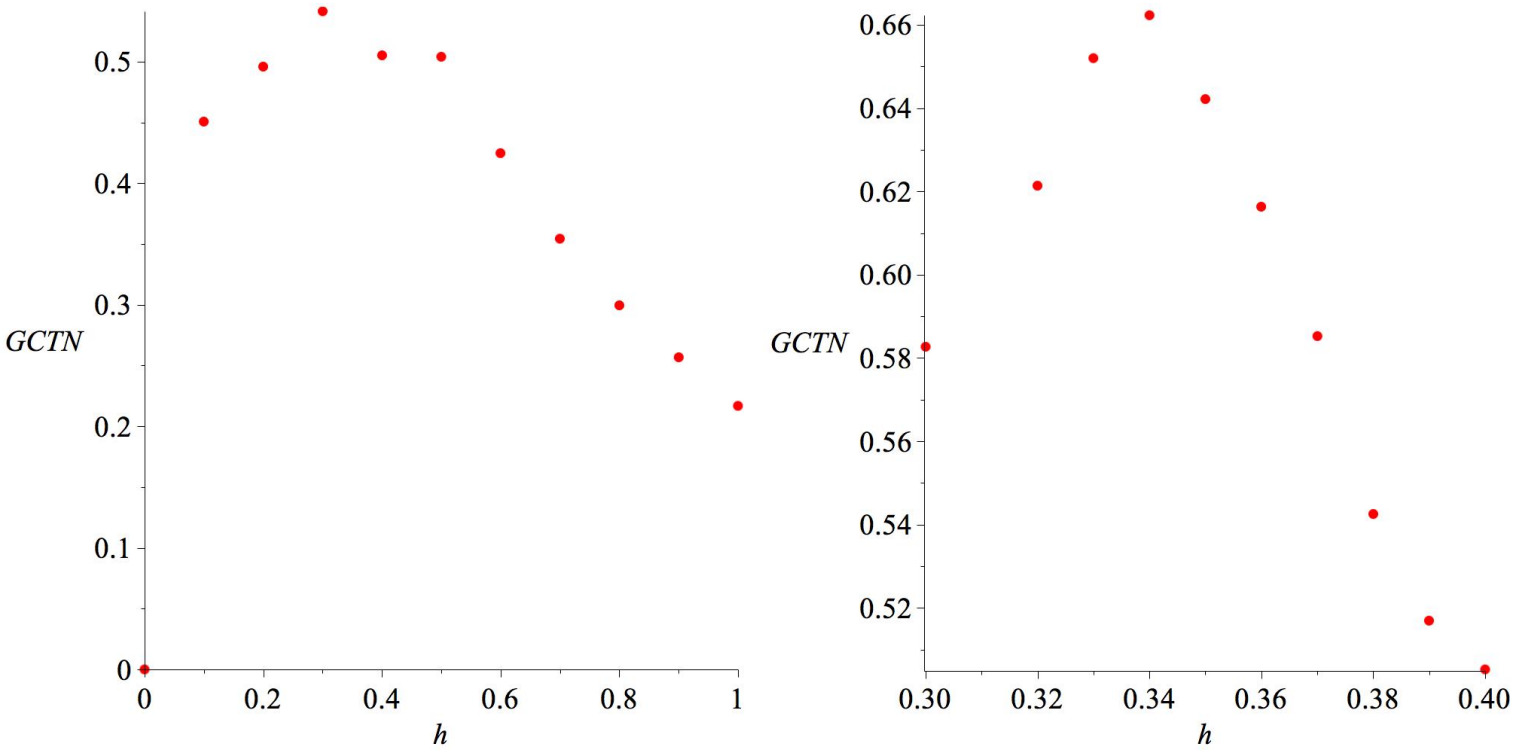


Abbildung : GCTN in Abhängigkeit von *h* (a) grob gerastert (b) fein gerastert im Bereich des Maximum

Beispieldatensatz von e=0,1: Familie B

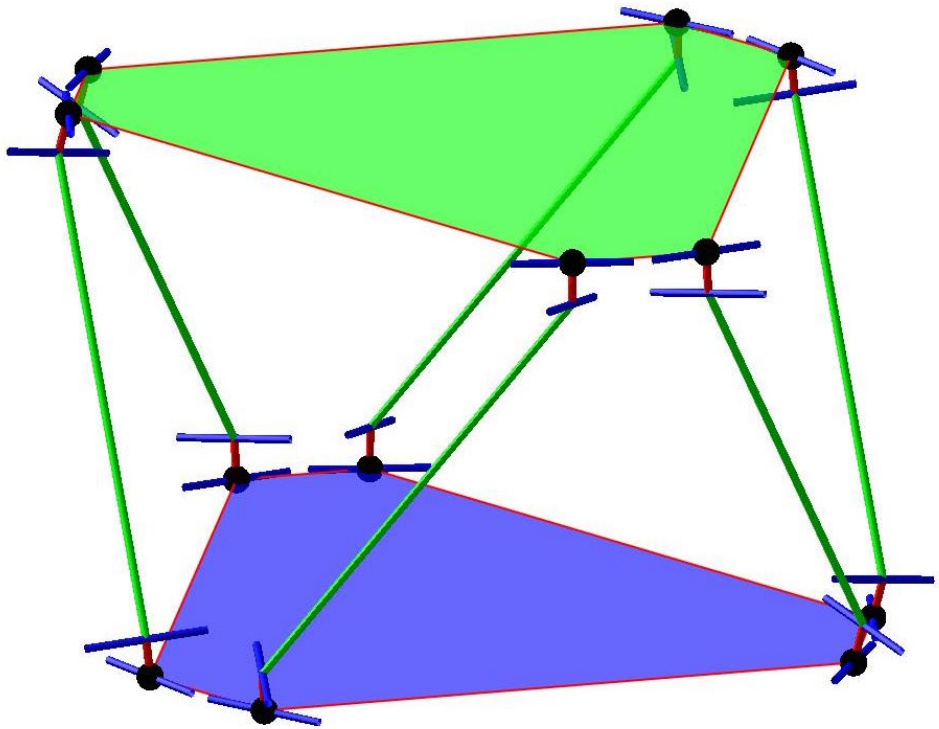


Abbildung : Hexapod in optimierter Konfiguration

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit