Deltoeder, Trapezoeder und andere ungewöhnliche Polyeder

Gunter Weiss
(TU Dresden & TU Wien)

38. Fortbildungstagung Geometrie
Beiträge zum zeitgemäßen, kompetenzorientierten Geometrie-Unterricht

Strobl (Österreich) 9.-11. November 2017

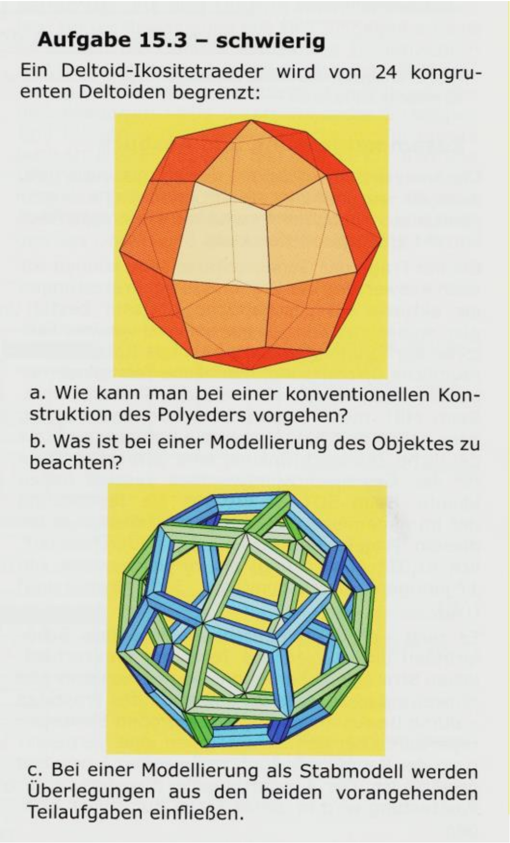
Einstieg und Motivation : ein Beleuchtungskörper

Beleuchtungskörper im Schuhgeschäft „Stiefelkönig“ (EKAZENT Hietzing, Wien), Hersteller unbekannt

Einstieg und Motivation : ein Beleuchtungskörper

IBDG Aufgabenecke 2013/2
Aufgabe 15.3 Lösung Heft 1/2014

„Sonne, Monde, Wandelsterne"
Alexander Heinz, IBDG Heft 2/2013



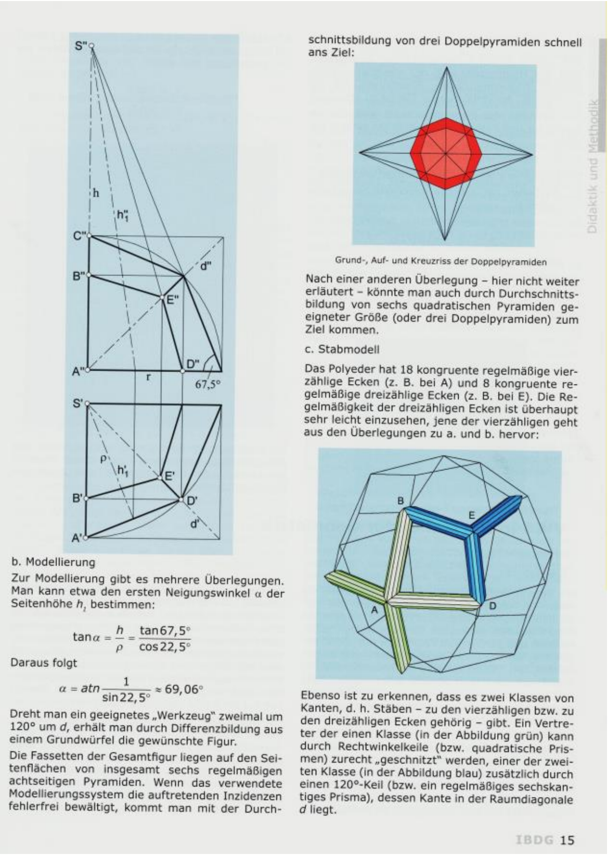
Aufgabe 15.3 – schwierig

Ein Deltoid-Ikositetraeder wird von 24 kongruenten Deltoiden begrenzt:

a. Wie kann man bei einer konventionellen Konstruktion des Polyeders vorgehen?

b. Was ist bei einer Modellierung des Objektes zu beachten?

c. Bei einer Modellierung als Stabmodell werden Überlegungen aus den beiden vorangehenden Teilaufgaben einfließen.



b. Modellierung

Zur Modellierung gibt es mehrere Überlegungen. Man kann etwa den ersten Neigungswinkel α der Seitenhöhe h_1 bestimmen:

$$\tan\alpha = \frac{h}{\rho} = \frac{\tan 67{,}5^\circ}{\cos 22{,}5^\circ}$$

Daraus folgt

$$\alpha = atn\frac{1}{\sin 22{,}5^\circ} \approx 69{,}06^\circ$$

Dreht man ein geeignetes „Werkzeug" zweimal um 120° um d, erhält man durch Differenzbildung aus einem Grundwürfel die gewünschte Figur.

Die Fassetten der Gesamtfigur liegen auf den Seitenflächen von insgesamt sechs regelmäßigen achtseitigen Pyramiden. Wenn das verwendete Modellierungssystem die auftretenden Inzidenzen fehlerfrei bewältigt, kommt man mit der Durchschnittsbildung von drei Doppelpyramiden schnell ans Ziel:

Grund-, Auf- und Kreuzriss der Doppelpyramiden

Nach einer anderen Überlegung – hier nicht weiter erläutert – könnte man auch durch Durchschnittsbildung von sechs quadratischen Pyramiden geeigneter Größe (oder drei Doppelpyramiden) zum Ziel kommen.

c. Stabmodell

Das Polyeder hat 18 kongruente regelmäßige vierzählige Ecken (z. B. bei A) und 8 kongruente regelmäßige dreizählige Ecken (z. B. bei E). Die Regelmäßigkeit der dreizähligen Ecken ist überhaupt sehr leicht einzusehen, jene der vierzähligen geht aus den Überlegungen zu a. und b. hervor:

Ebenso ist zu erkennen, dass es zwei Klassen von Kanten, d. h. Stäben – zu den vierzähligen bzw. zu den dreizähligen Ecken gehörig – gibt. Ein Vertreter der einen Klasse (in der Abbildung grün) kann durch Rechtwinkelkeile (bzw. quadratische Prismen) zurecht „geschnitzt" werden, einer der zweiten Klasse (in der Abbildung blau) zusätzlich durch einen 120°-Keil (bzw. ein regelmäßiges sechskantiges Prisma), dessen Kante in der Raumdiagonale d liegt.

IBDG 15

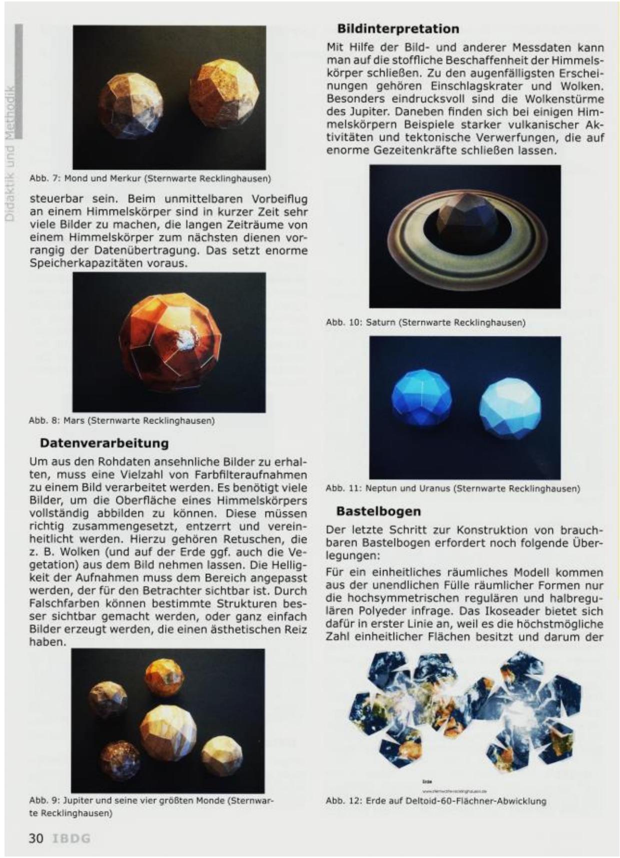


Abb. 7: Mond und Merkur (Sternwarte Recklinghausen)

steuerbar sein. Beim unmittelbaren Vorbeiflug an einem Himmelskörper sind in kurzer Zeit sehr viele Bilder zu machen, die langen Zeiträume von einem Himmelskörper zum nächsten dienen vorrangig der Datenübertragung. Das setzt enorme Speicherkapazitäten voraus.

Abb. 8: Mars (Sternwarte Recklinghausen)

Datenverarbeitung

Um aus den Rohdaten ansehnliche Bilder zu erhalten, muss eine Vielzahl von Farbfilteraufnahmen zu einem Bild verarbeitet werden. Es benötigt viele Bilder, um die Oberfläche eines Himmelskörpers vollständig abbilden zu können. Diese müssen richtig zusammengesetzt, entzerrt und vereinheitlicht werden. Hierzu gehören Retuschen, die z. B. Wolken (und auf der Erde ggf. auch die Vegetation) aus dem Bild nehmen lassen. Die Helligkeit der Aufnahmen muss dem Bereich angepasst werden, der für den Betrachter sichtbar ist. Durch Falschfarben können bestimmte Strukturen besser sichtbar gemacht werden, oder ganz einfach Bilder erzeugt werden, die einen ästhetischen Reiz haben.

Abb. 9: Jupiter und seine vier größten Monde (Sternwarte Recklinghausen)

Bildinterpretation

Mit Hilfe der Bild- und anderer Messdaten kann man auf die stoffliche Beschaffenheit der Himmelskörper schließen. Zu den augenfälligsten Erscheinungen gehören Einschlagskrater und Wolken. Besonders eindrucksvoll sind die Wolkenstürme des Jupiter. Daneben finden sich bei einigen Himmelskörpern Beispiele starker vulkanischer Aktivitäten und tektonische Verwerfungen, die auf enorme Gezeitenkräfte schließen lassen.

Abb. 10: Saturn (Sternwarte Recklinghausen)

Abb. 11: Neptun und Uranus (Sternwarte Recklinghausen)

Bastelbogen

Der letzte Schritt zur Konstruktion von brauchbaren Bastelbogen erfordert noch folgende Überlegungen:

Für ein einheitliches räumliches Modell kommen aus der unendlichen Fülle räumlicher Formen nur die hochsymmetrischen regulären und halbregulären Polyeder infrage. Das Ikoseader bietet sich dafür in erster Linie an, weil es die höchstmögliche Zahl einheitlicher Flächen besitzt und darum der

Abb. 12: Erde auf Deltoid-60-Flächner-Abwicklung

30 IBDG

… **und was sagt Wikipedia über „Deltoeder" ?** Im Folgenden: Zunächst eine „klassische" Hinführung zum Thema.

Der Anfang : „Platons Polyeder“

Eigenschaften

geschlossen

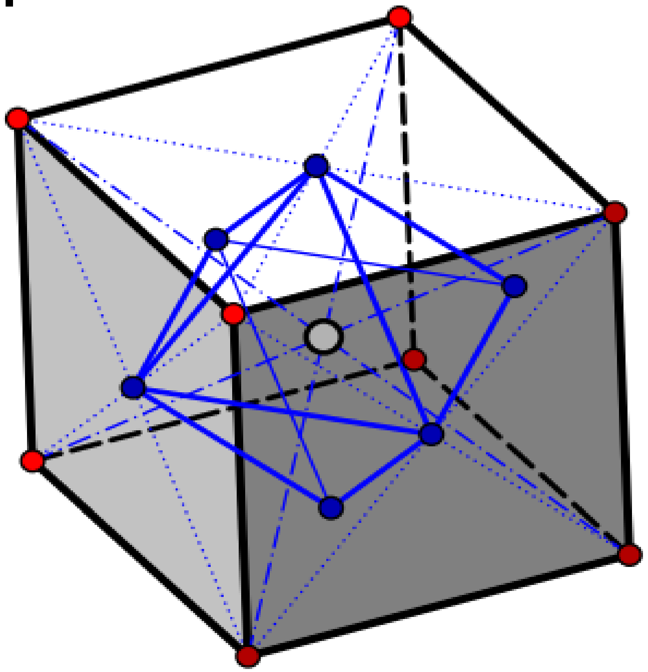
konvex

∃ duales Polyeder

∃ Umkugel

∃ Kantenkugel

∃ Inkugel



Reguläre
Eckenfiguren
(1 Typus)

gleichlange
Kanten

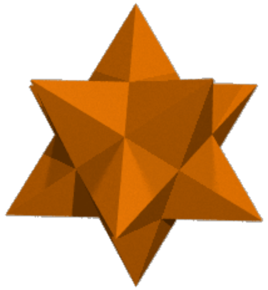
reguläre
Facetten
(1 Typus)

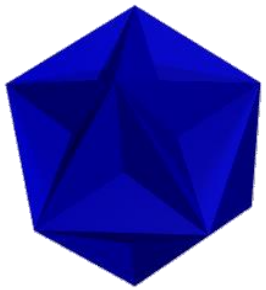
**„Symmetriegruppe“
= Gruppe automorpher
Kongruenzen**

Am Anfang: „Platons Polyeder“

Verallgemeinerung (Weglassen) einer der Eigenschaften zieht Änderung mindestens einer weiteren Eigenschaft nach sich

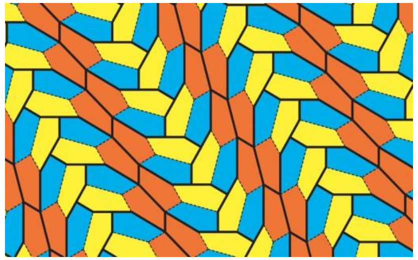
Z.B.: „nicht konvex“ (Keplersche Sternpolyeder): Facettendreiecke sind „goldene“ Dreiecke, also nicht gleichseitig, ∃ 2 Kantenlängen, ∃ 2Typen von Eckenfiguren (oder ∃ „Durchdringungen“).

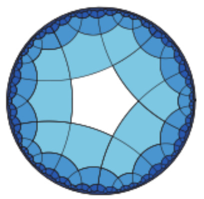




Zu Quadrat und gls. Dreieck ∃ auch ebene Pflasterung in der euklid. Ebene; ∃ also nicht-geschlossene Versionen von (ausgearteten) Polyedern.

Mit regulären 5-Ecken ∃ 2D-Pflasterungen nur in der hyperbolischen Ebene. (*Aha, der Schauplatz ist auch wichtig*!) Andererseits ∃ 2D-Mosaike auch mit nicht-regulären Polygonen. (z.B. mit 4-Ecken und 5-Ecken) ,



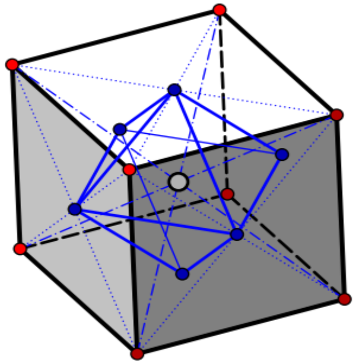


[5,4]-Pflasterung

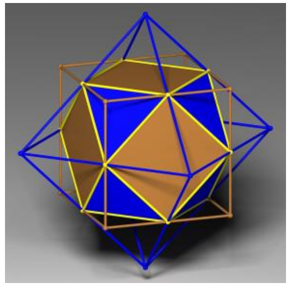
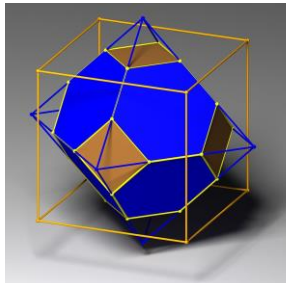
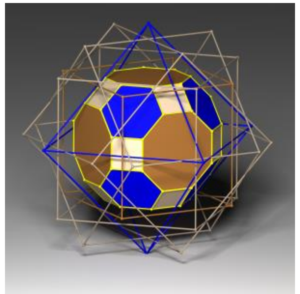
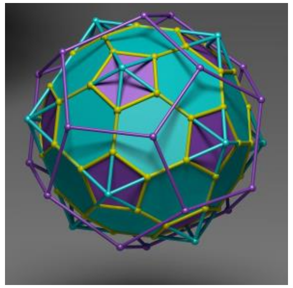
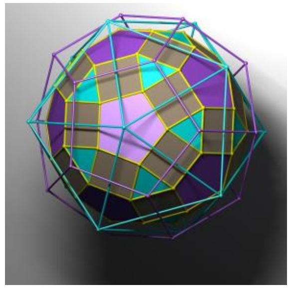
Frage: ∃ auch (nicht notwendig geschlossene) Polyeder mit nicht-regulären kongruenten Facetten ?

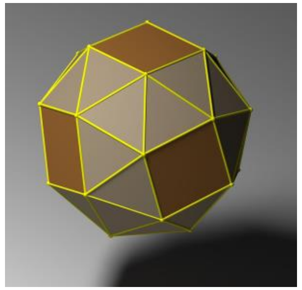
Von den Platonischen zu den Archimedischen Polyedern

Durchschnitt von konzentrischen
Platonischen Polyedern,
zum Beispiel …



Bzw. Ecken abstumpfen,
Kanten abfasen,
Netz zusammenkleben



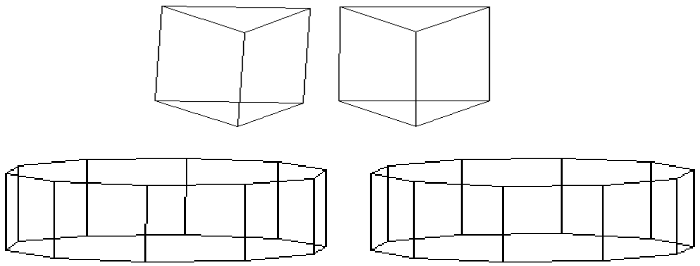
Siehe https://de.wikipedia.org/wiki/Archimedischer_K%C3%B6rper#/media/

Ergebnis: mehrere Typen regulärer Facetten-Polygone, ∃ Umkugel, ∃ Kantenkugel, 1 Kantenlänge, Symmetrie-Gruppe ist die der Platonischen Körper, ∃ „Ecken-Transitivität“.

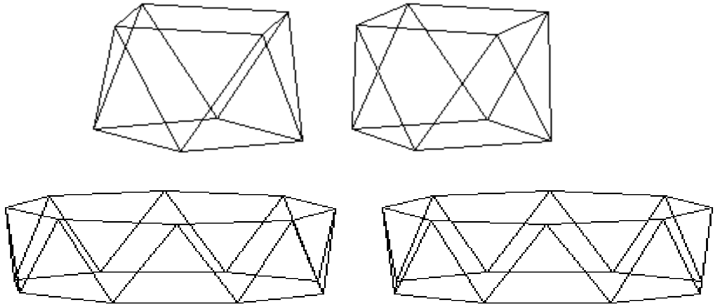
Aber: Sind das alle (konvex geschlossenen) Polyeder mit regulären Facettenpolygonen?

Weitere Polyeder mit regulären Facetten-Polygonen

Gerade Prismen über regulären Leit-Polygonen und mit Mantelquadraten

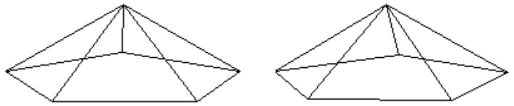


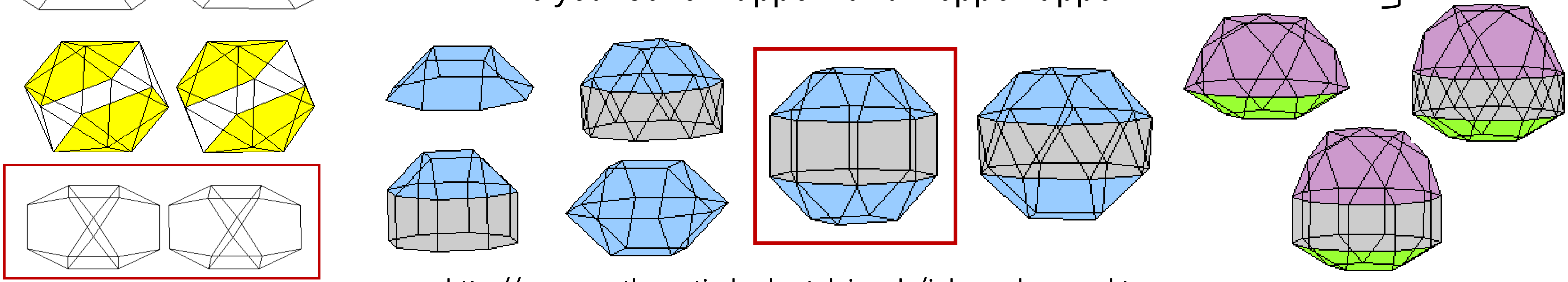
Antiprismen über regulären Leit-Polygonen und mit gleichseitigen Manteldreiecken



Vorauss. konvex!

„Johnson-Polyeder“ (∃ 92 Typen): Doppelpyramiden mit gls. Facetten-Dreiecken, Prismen und Antiprismen mit aufgesetzten Pyramiden, Polyedrische Kuppeln und Doppelkuppeln



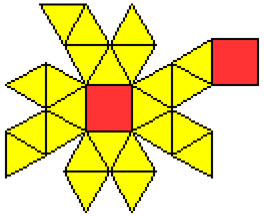


http://www.mathematische-basteleien.de/johnsonkoerper.htm

„Didaktische“ Zwischenbemerkungen

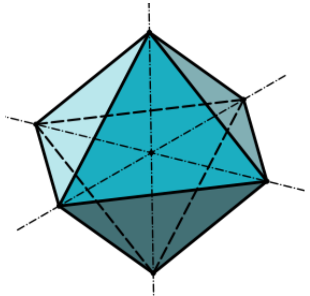
Wenn man nicht weiß, wie die Objekte bzw. die Objekt-Klassen heißen, sind sie im Internet schwer zu finden!
Also: Nicht nur die Platonischen Körper an die Schüler herantragen, sondern auch andere basteln lassen, der jeweiligen Objektklasse zuordnen und benennen!
Denn: *„Was man nicht findet, gibt es offenbar nicht.“*

Die **zweckmäßige Visualisierung** ist wichtig!
Dabei übt man **„Denk-Strategien“:**
Man muss das zu skizzierende Objekt gedanklich erzeugen können, es sich vorstellen.

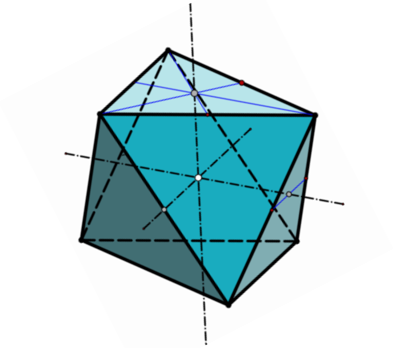


Das **reale Basteln** ist wichtig!
Dabei übt man auch **„Denk-Strategien“:**
Man muss vom skizzierten Objekt gedanklich einen „Bauplan“ machen, also sowohl ein Netz, als auch einen „optimalen Schnittplan“ überlegen. Wo braucht man Klebelaschen? (Objekt-Symmetrien helfen!)

Andererseits: Kreatives „Drauflosprobieren“ führt manchmal zu überraschenden und neuen Ergebnissen!

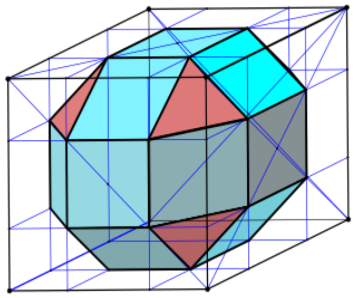


Standard-Visualisierung
versus
Standard-Modellierung:



Johnson-Doppelpyramide versus Antiprisma

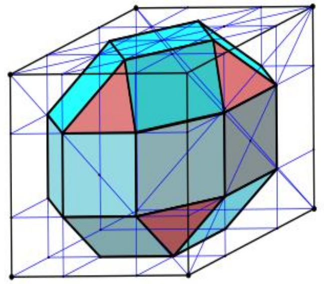
Johnson-Doppelkuppeln über 8-Eck-Prisma



Leonardo da Vinci kannte es schon

(kleines) Rhomben-Kuboktaeder
versus
Pseudo-Rhombenkuboktaeder

Ein kreativer Bastelfehler?



Von J.C.P. MILLER 1930(!) „entdeckt“, Johnson-Körper J37

Von den Archimedischen zu den Catalanischen Polyedern

(Eugène Charles Catalan:
(* 30.5.1814; † 14.2.1894)
belgischer Mathematiker)

„Dualisiere“ Archimedische Polyeder, erhalte Polyeder mit einem Typ von kongruenten Facetten.

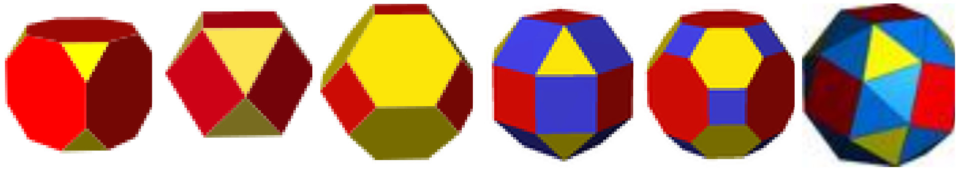
Tetrahedral symmetry

Archimedean

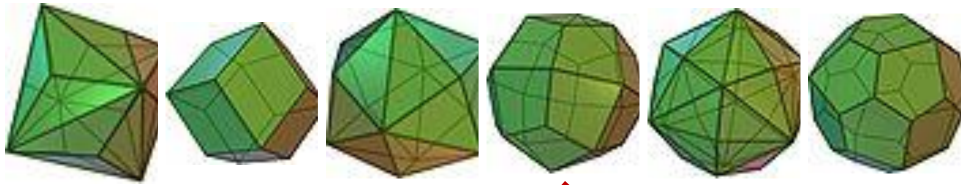
Catalans

Octahedral symmetry

Archimedean



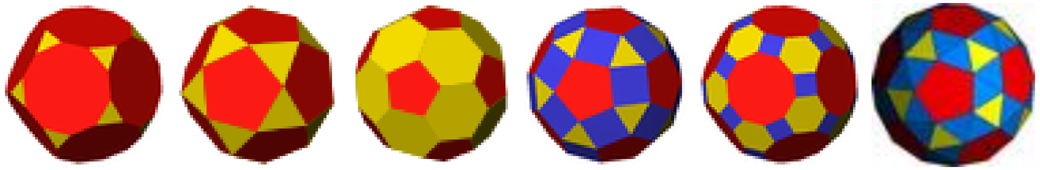
Catalans



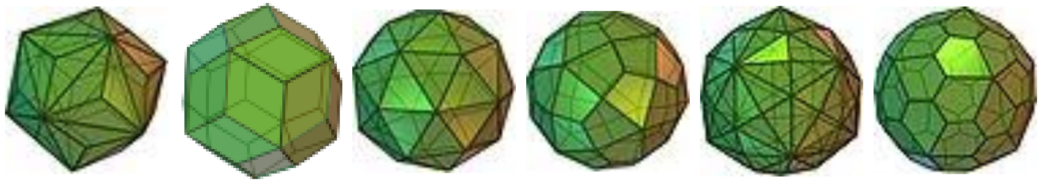
Das ist die Lampe !!

Icosahedral symmetry

Archimedean



Catalans

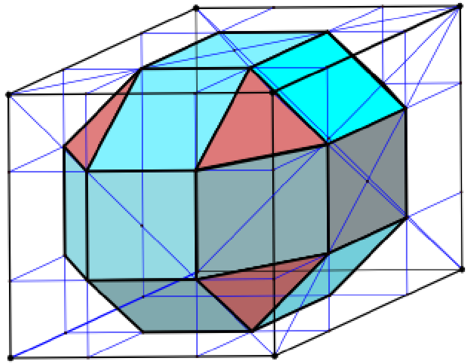


„Dualisieren“: Nehme als *Ecken* des dualen Polyeders die *Mitten* der regulären Facetten eines Archimedischen Polyeders.

Als *Catalan-Facetten* treten auf:
gleichschenklige und allgemeine Dreiecke, Rhomben, Deltoide, unregelmäßige (symmetrische) Fünfecke.

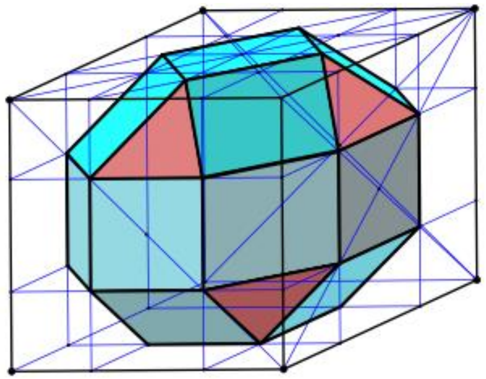
… und wie dualisiert man die Catalan-Polyeder ?

„Das“ oder „die“ Ikosi-kai-tetraeder ?

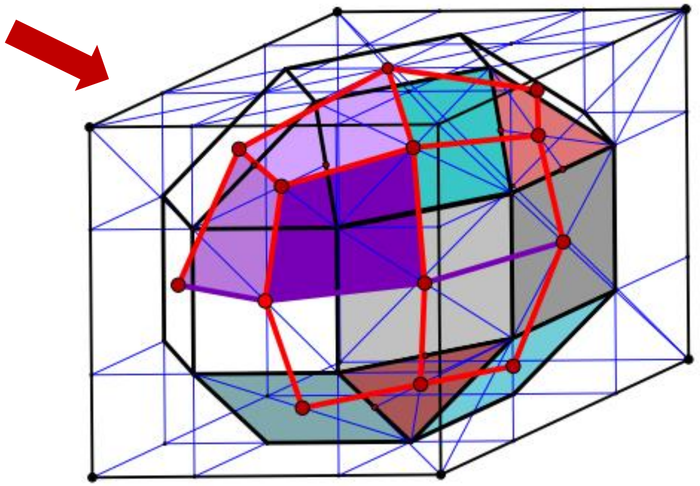


Rhombenkuboktaeder

Miller‘s Pseudo-Rhombenkuboktaeder



Dualisieren:



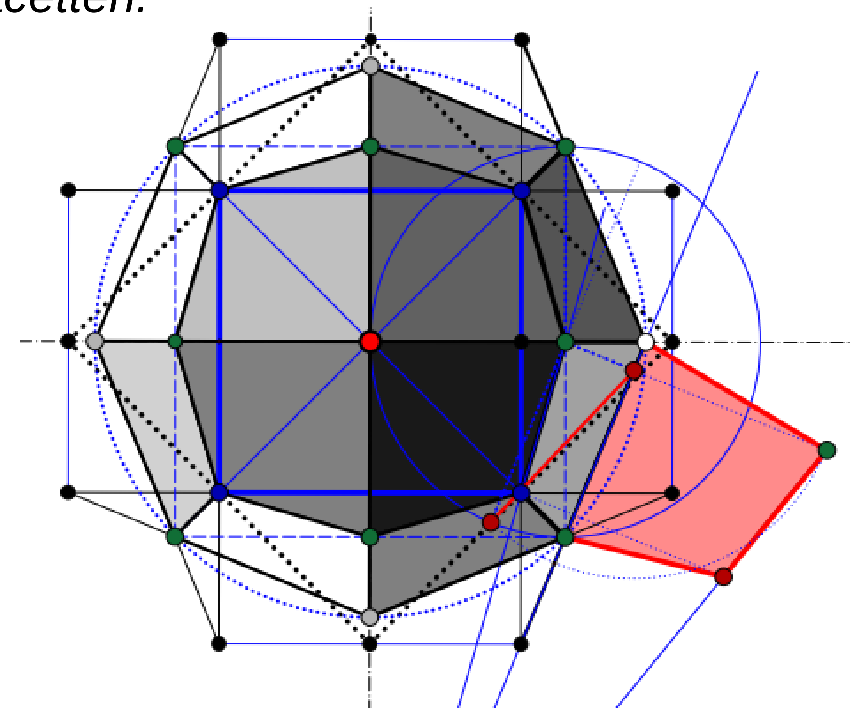
Ergebnis:
zwei verschiedene *Ikosi-kai-tetraeder* (24-Flache)

Vgl. die eher komplizierte Lösung in IBDG Aufgabenecke 2014/1

Welche Gestalt haben die Deltoide ?

Anderer Zugang:

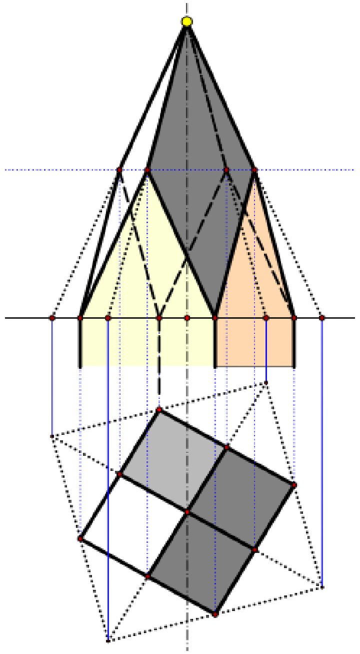
Gehe von Würfel aus, setze auf die Würfelquadrate um 45° verdrehte quadratische Pyramiden auf. Verschneidung dieser Pyramiden liefert *24-Flach mit Deltoid-Facetten.*



Zweckmäßige Aufstellung: Würfel-Normalriss als Auf- und Grundriss interpretieren.

Aha, so geht‘s: „Verdrehte reguläre Pyramiden aufsetzen“!

Das kennen wir doch!



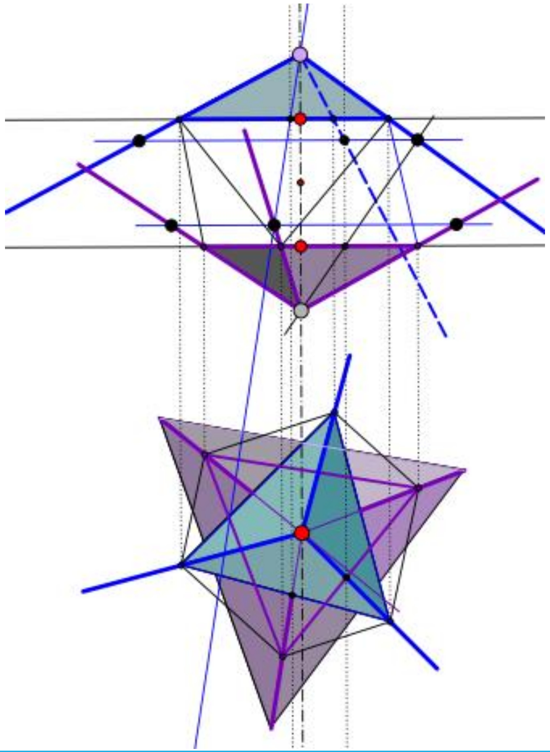
Bei „halbem“ Zentriwinkel als Drehwinkel entstehen *Deltoide* als (kongruente) Facetten.

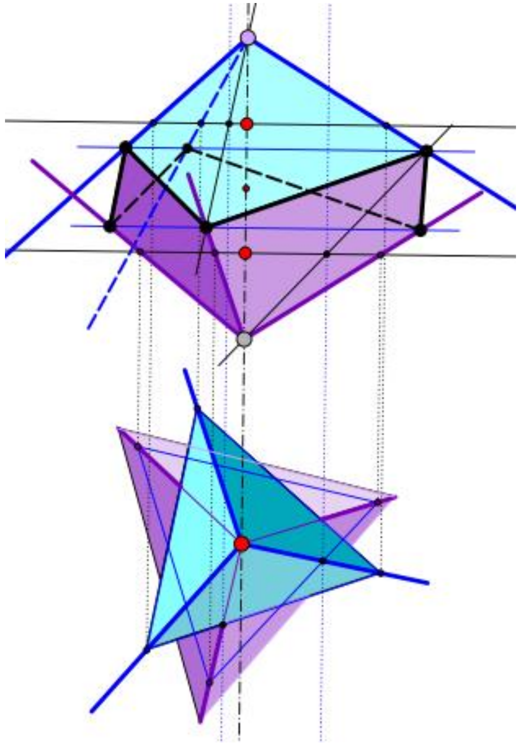
Bei passender Pyramidenhöhe werden aus den Deltoiden *Rhomben*.

Bei dreiseitigen Pyramiden können aus den Rhomben sogar *Quadrate* werden; das Polyeder ist dann ein Würfel

Bei allgemeinem Drehwinkel entstehen *Vierecke mit zwei gleichen Seiten* als (kongruente) Facetten.

Absurder Weise heißen solche Polyeder **„Trapezoide“**!
(Wikipedia spricht dabei auch noch von „allgemeinen“ Facetten-Vierecken“)

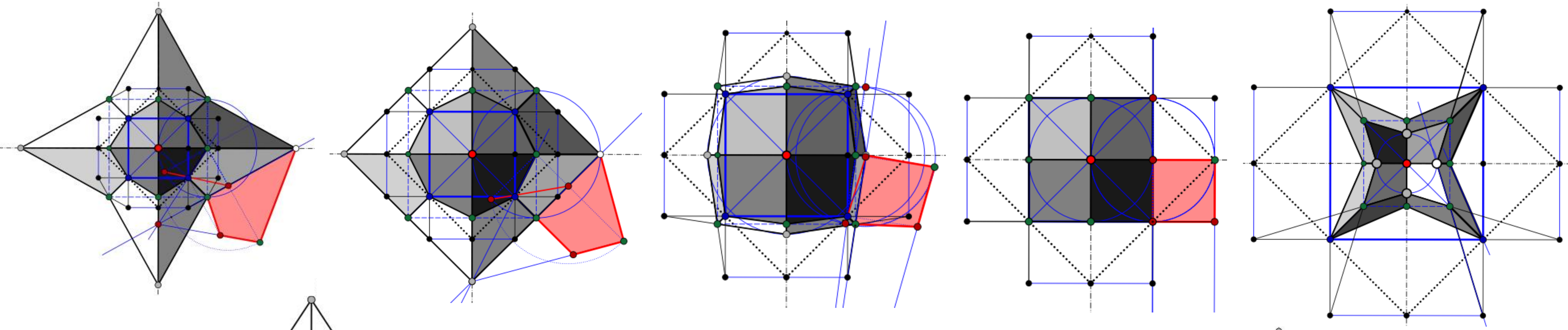


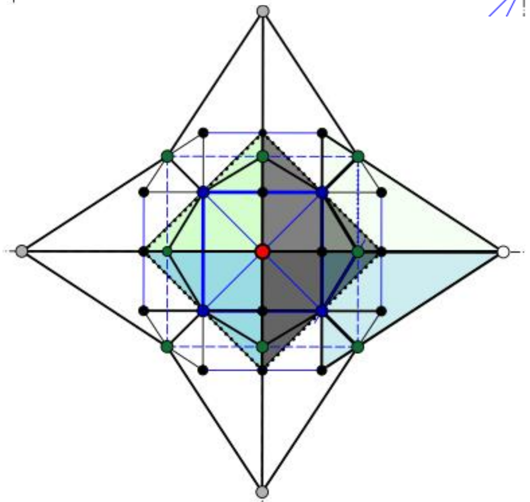


Gibt es auch Polyeder mit Facetten***trapezen*** ?
Gibt es Polyeder mit echt allgemeinen Facetten-*Vierecken* ?

„Das“ oder „die“ Ikosi-kai-tetraeder ?

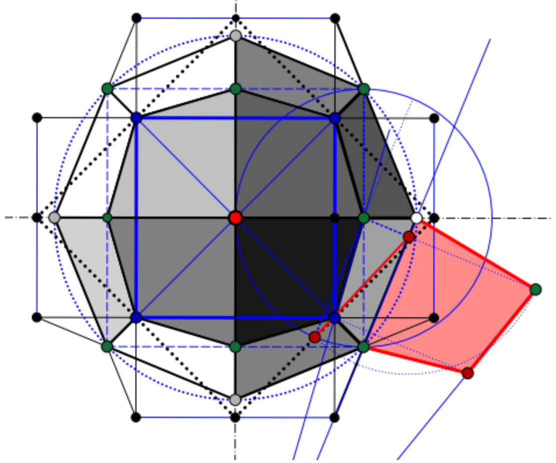
Variation der Pyramiden-Höhen: Von nicht-konvex über Oktaeder zu konvex, Würfel und wieder nicht-konvex.

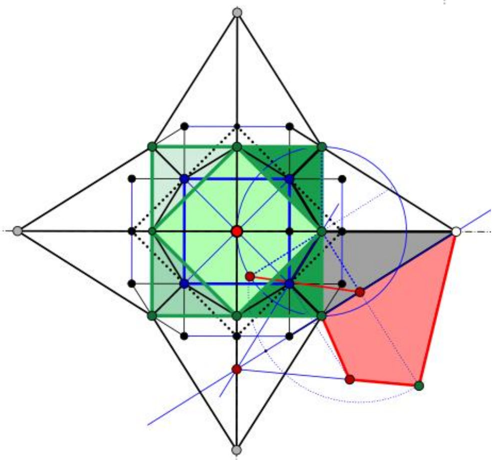




Zusammenhang mit Oktaeder als Ausgangs-Polyeder

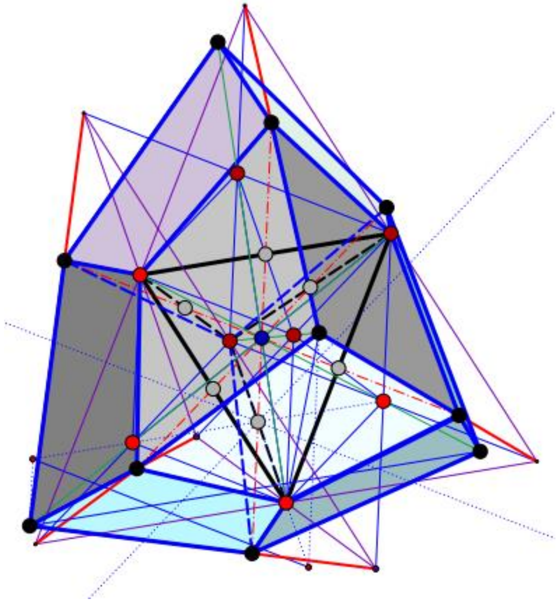
Pyramiden-Höhen so, dass möglichst viele Ecken auf „Umkugel“.



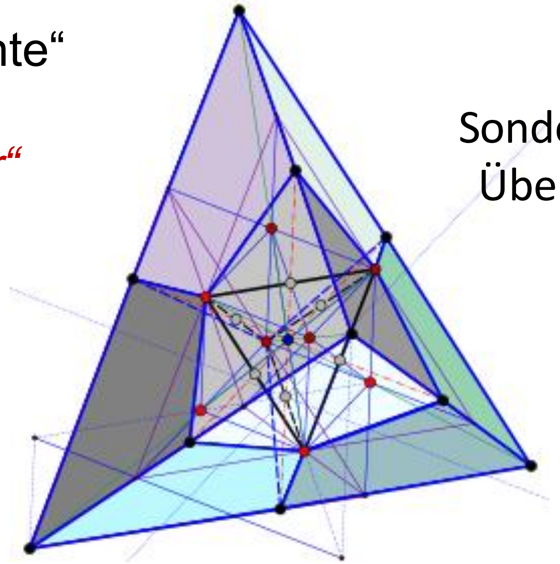


Zusammenhang mit Kuboktaeder als Ausgangs-Polyeder

Aha, so geht‘s: „Verdrehte reguläre Pyramiden aufsetzen“!



Einem regulären Tetraeder „verdrehte“ Dreikant-Pyramiden ansetzen:
Ergebnis: *„Deltoidal-Dodekaeder“*

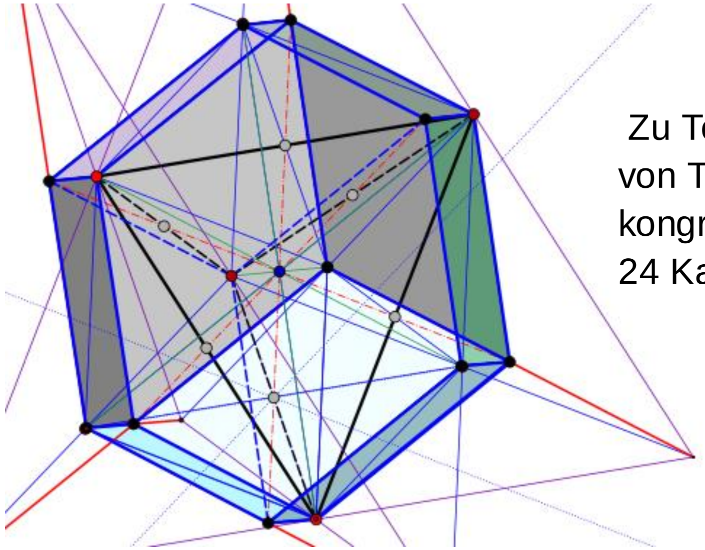


Sonderfall *„Tetraeder“* im Übergang von konvex zu nicht-konvex

konvex

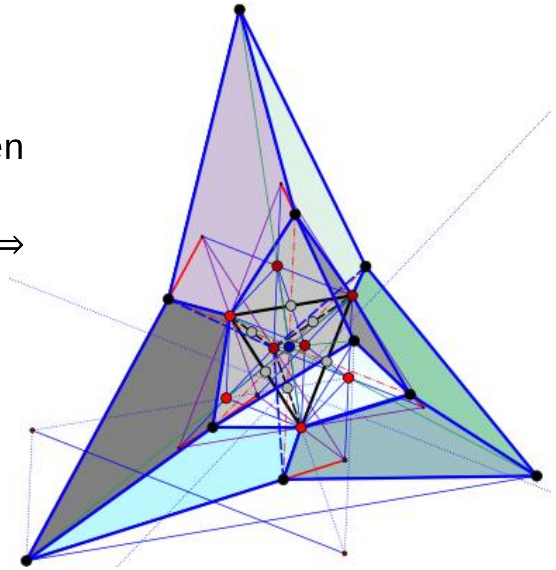
nicht-konvex

Sonderfall *„Rhomben-Dodekaeder“* bei passend gewählter Pyramidenhöhen

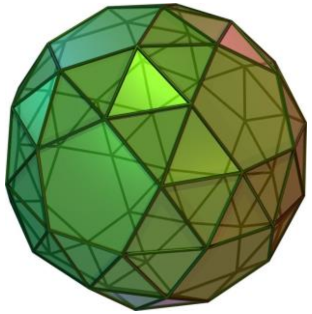


Deltoidal-Dodekaeder:

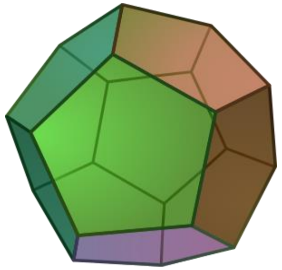
Zu Tetraeder T1, ⇒ 4 Ecken von T1, 4 Ecken von Tetraeder T2, 6 Ecken von Oktaeder, 12 kongruente Deltoide als Facetten, 14+12-K=2 ⇒ 24 Kanten



… und beim (Platonischen) Dodekaeder und Ikosaeder ?

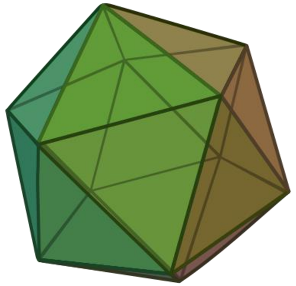


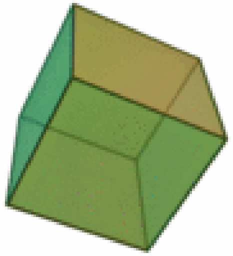
abstumpfen



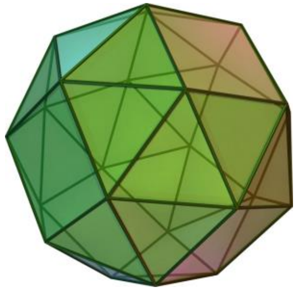
dualisieren

verdrehte Pyramiden aufsetzen



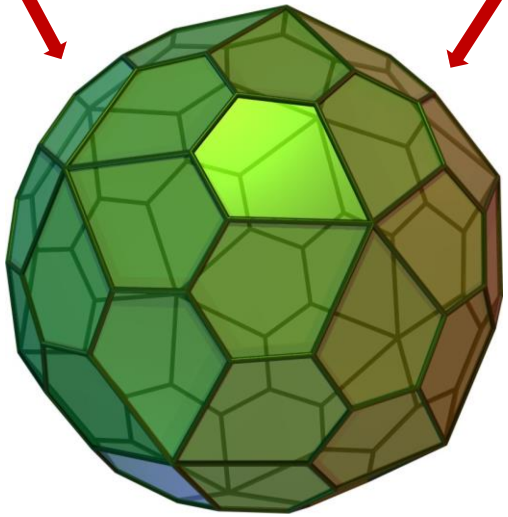


abstumpfen



Pyramiden aufsetzen ?

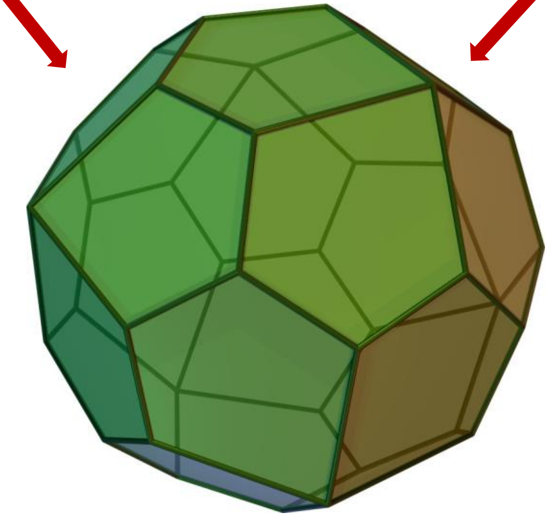
dualisieren



Pentagonhexakontaeder

Symmetrische Fünfeckes-Facetten mit vier gleichen Winkeln < 120° und drei bzw. zwei gleichen Seiten.

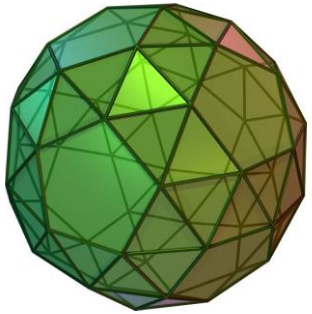
(Wikipedia-Figuren)



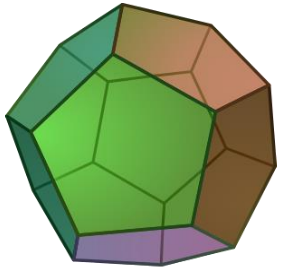
Pentagonikositetraeder

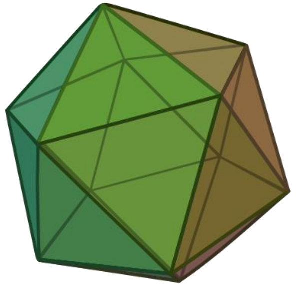
… und beim (Platonischen) Dodekaeder und Ikosaeder ?

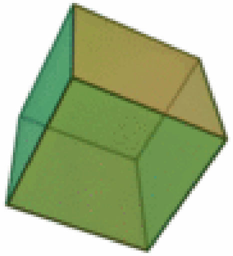
(Wikipedia-Figuren)



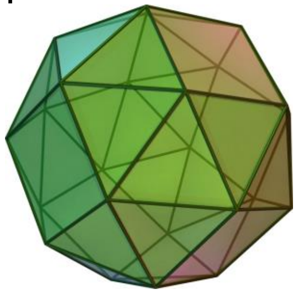
abstumpfen







abstumpfen

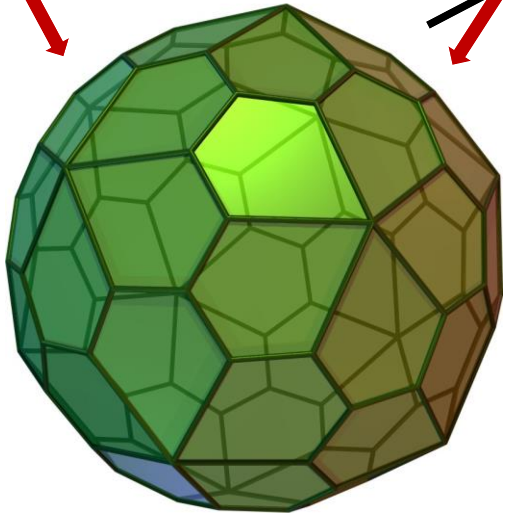


dualisieren

verdrehte Pyramiden aufsetzen

Pyramiden aufsetzen

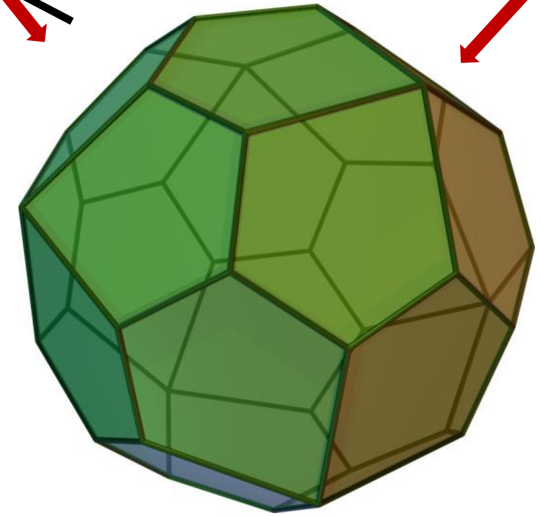
dualisieren



Pentagonhexakontaeder

Begründung: Pyramidenaufsetzen liefert Deltaeder-Facetten!

Ergebnisse zeigen unterschiedliche Symmetriegruppe, hingegen Dodekaeder und (dual) Ikosaeder die selbe!

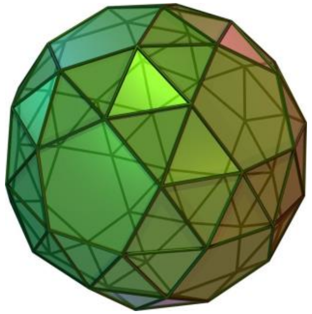


Pentagonikositetraeder

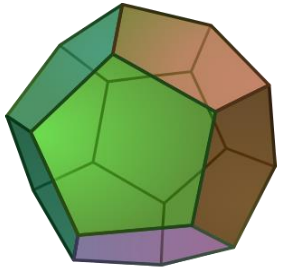
Frage: pflastern diese 5Ecksfacetten auch die Ebene ?

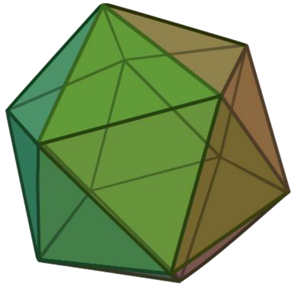
… und beim (platonischen) Dodekaeder und Ikosaeder ?

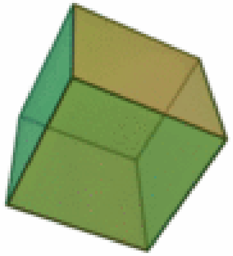
(Wikipedia-Figuren)



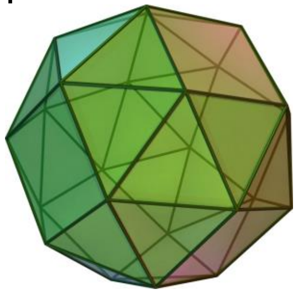
abstumpfen







abstumpfen



dualisieren

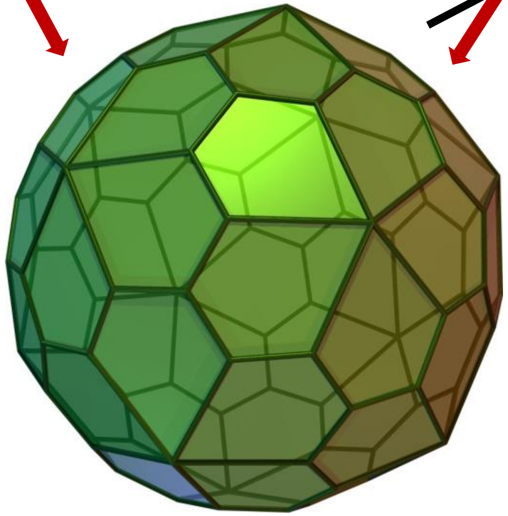
verdrehte Pyramiden aufsetzen

Pyramiden aufsetzen

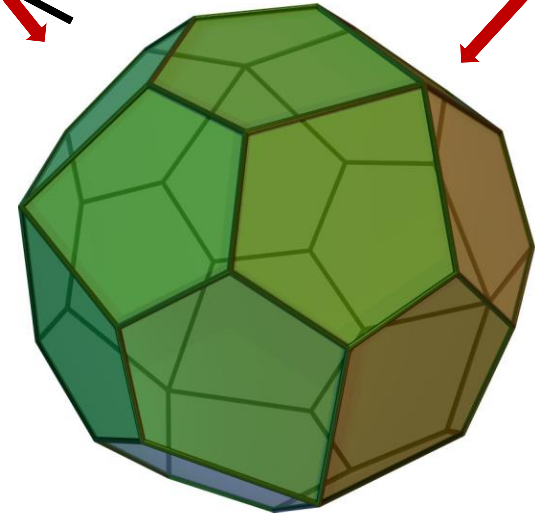
dualisieren

Begründung: Pyramidenaufsetzen liefert Deltaeder-Facetten!

Ergebnisse zeigen unterschiedliche Symmetriegruppe, hingegen Dodekaeder und (dual) Ikosaeder die selbe!



Pentagonhexakontaeder



Pentagonikositetraeder

Frage: pflastern diese 5Ecksfacetten auch die Ebene ? **Nein !**

Facetten-Trapeze ? Die gibt es beim Origami!

M. Stavric – A. Wiltsche: „Origami Theater“, IBDG 2/2016, S. 15-19

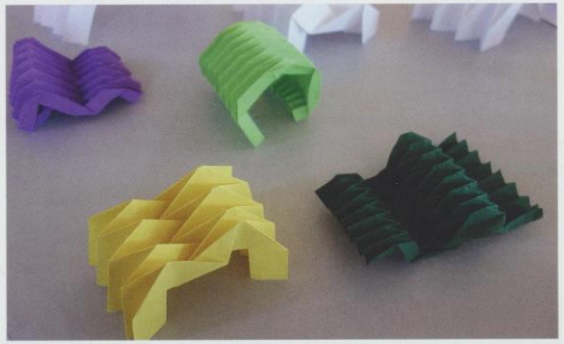


Abbildung 3: Gefaltete Papiermodelle.

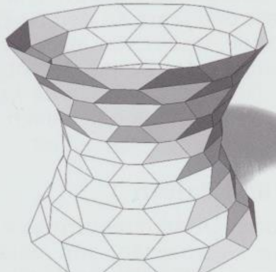


Abbildung 4: Eine Drehfläche als Faltwerk. Diese Fläche kann nicht aus einem Stück Papier gefaltet werden, sondern wird aus mehreren gefalteten Bändern zusammengebaut.

Vgl. **H. Stachel**: „Vom Falten und Verebnen polyedrischer Figuren“, IBDG 2/2009, S. 17-21
Siehe auch *„Miura-Ori“* in **Wikipedia**,
A. Heinz: „Faltpolyeder – eine west-östliche Verbindung“, IBDG 2/2012, S.22-27
O. Röschel: „ Verallgemeinerte Antiprismen“, Vortrag 32. Tagung 2011

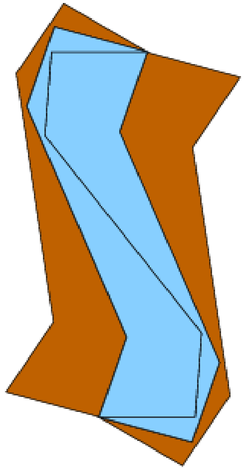
➡ **Mit *kongruenten* Trapezen lassen sich dreh-zylindrische Formen diskretisiert modellieren.**

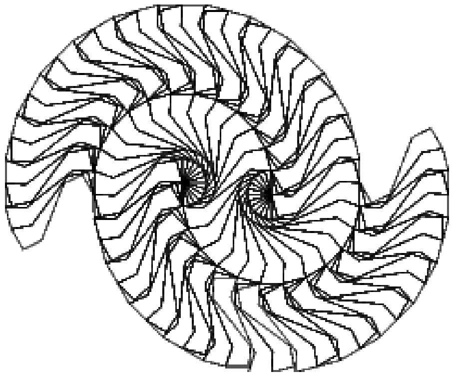
Stavric-Wiltsche: Origami führt zum Problem der Verebenbarkeit, aber auch zum Problem der zweckmäßigen („verschnitt-armen“) Anordnung der Teilpolygone.

➡ **Frage:** Gibt es verschiedene (auch „ausgeartete“) Realisierungen von Polyedern mit dem selben Typ von kongruenten, möglichst allgemeinen Facetten-Polygonen, die die Ebene pflastern ?

Polyeder mit „allgemeinen“ kongruenten *n*-Ecken als Facetten?

Die Ebene kann mit allgemeinen *Dreiecken* und *Vierecken* gepflastert werden.
Es gibt Pflasterungen mit gewissen *Fünfecken* und mit *affin-regulären Sechsecken*, mit gewissen *7-Ecken*, gewissen *8-Ecken*, den *Voderbergschen Neunecken*, mit *12-Ecken*, … , mit *fraktalen Pflastersteinen*.





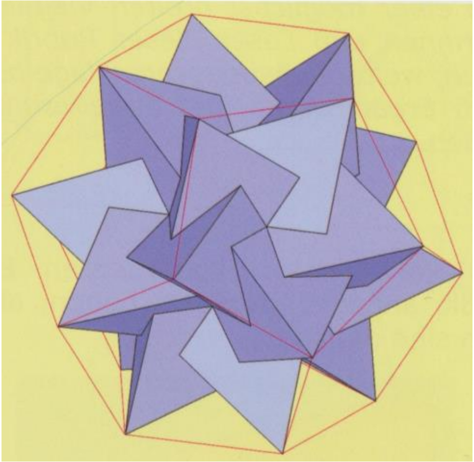
Gibt es dazu auch (u.U. nichtgeschlossene) 3D-Realisierungen ?

Z. B. **G.W. :** „Gleichflächige Tetraeder und gleichflächige Oktaeder“, IBDG IBDG 2/2012, S.22-27

IBDG 2/2012, Aufgabe 13.1 leicht
IBDG 2/2014, Aufgabe 17.3 schwierig

Aufgabe 17.3 – schwierig

Einem regelmäßigen Pentagon-Dodekaeder können fünf kongruente regelmäßige Tetraeder eingeschrieben werden:



Gibt es dazu eine Pflasterung? (Vgl. dazu auch das „Pentagon-dodekaeder“)

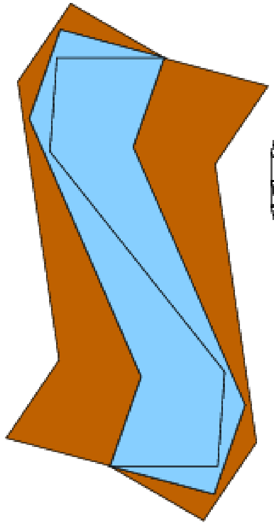
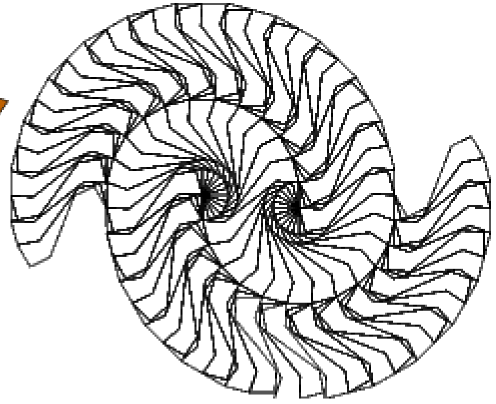
P. Mayrhofer: „Über Ausnahmen unter den aus gleichseitigen Dreiecken gebildeten konvexen Polyedern“, IBDG 1/2008, S 10-11

O. Giering: „Polyeder mit rhombischen Seitenflächen“, IBDG 2/2010, S.27-30

Polyeder mit „allgemeinen“ kongruenten *n*-Ecken als Facetten?

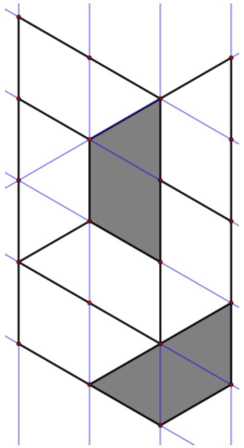
Die Ebene kann mit allgemeinen *Dreiecken* und *Vierecken* gepflastert werden.
Es gibt Pflasterungen mit gewissen *Fünfecken* und mit *affin-regulären Sechsecken*,
mit gewissen *7-Ecken*, gewissen *8-Ecken*, den *Voderbergschen Neunecken*,
mit *12-Ecken*, … , mit *fraktalen Pflastersteinen*.

Gibt es dazu auch (u.U. nichtgeschlossene) 3D-Realisierungen ?

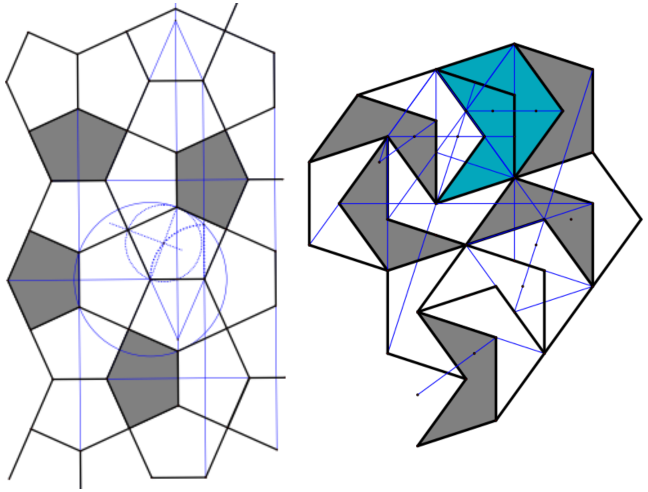



Voderberg-Pflaster

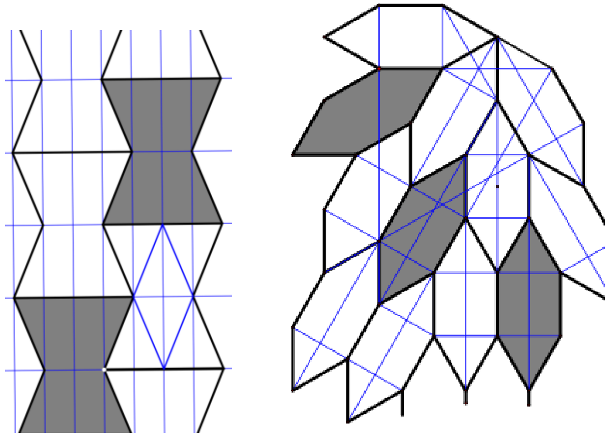
Beispiele von Pflasterungen mit Polygonen



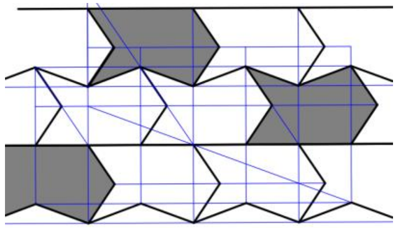
4-Eck-Pflaster



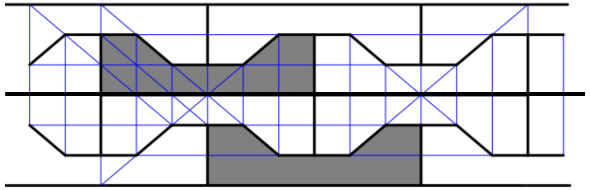
5-Eck-Pflaster



6-Eck-Pflaster



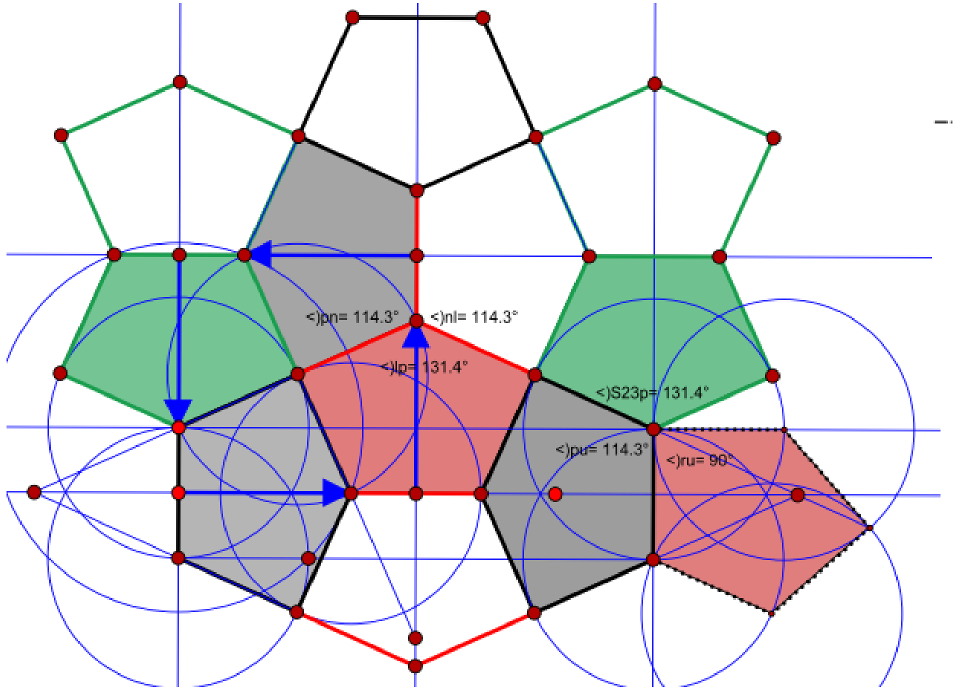
7-Eck-Pflaster

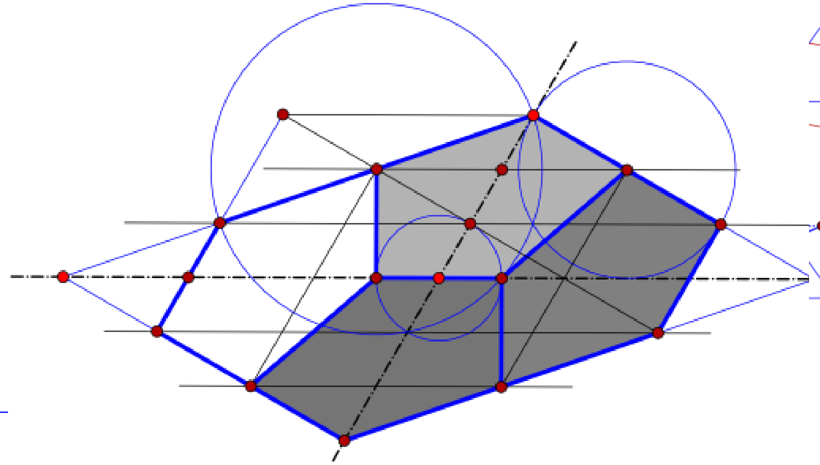


8-Eck-, 12-Eck-Pflaster

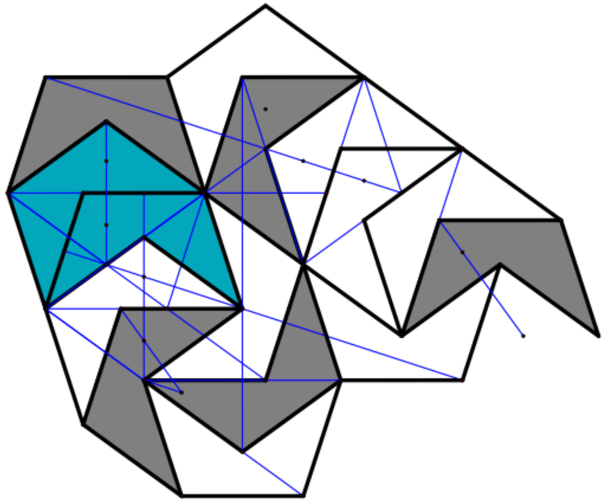
„Kairo-Fünfeck“-Pflastersteine gibt es auch in affiner Version!

Eine Art „Kairo-Pflasterung“

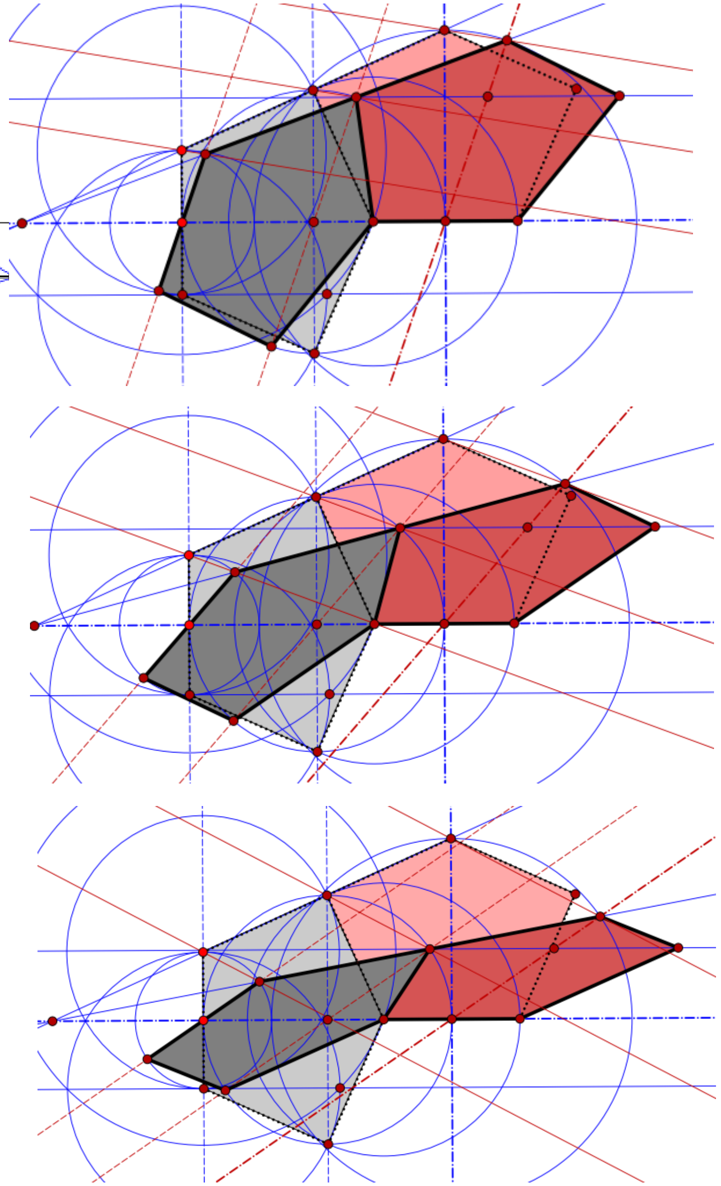




Was kann man damit für Polyeder basteln?



Eine Art „Voderberg-Pflasterung“



Kann man mit solchen Polygonen auch Polyeder basteln?

K. Wohlhart: „Cyclic polyhedra and linkages derived therefrom“.
Mechanism and Machine Theory 108 (2017), 142-159

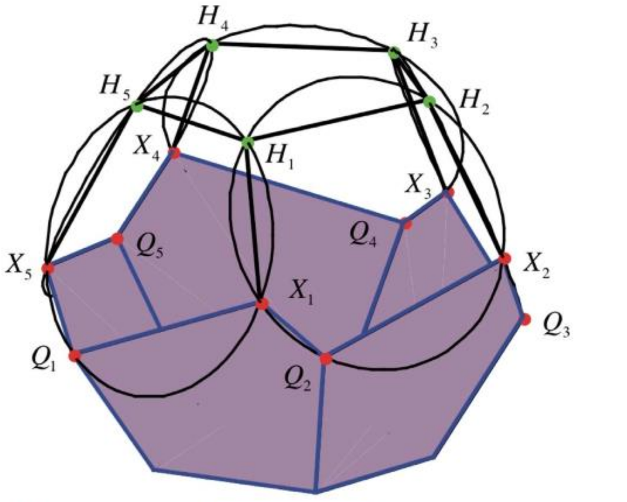
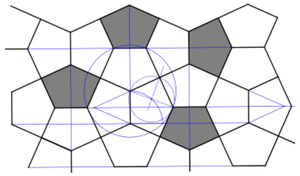


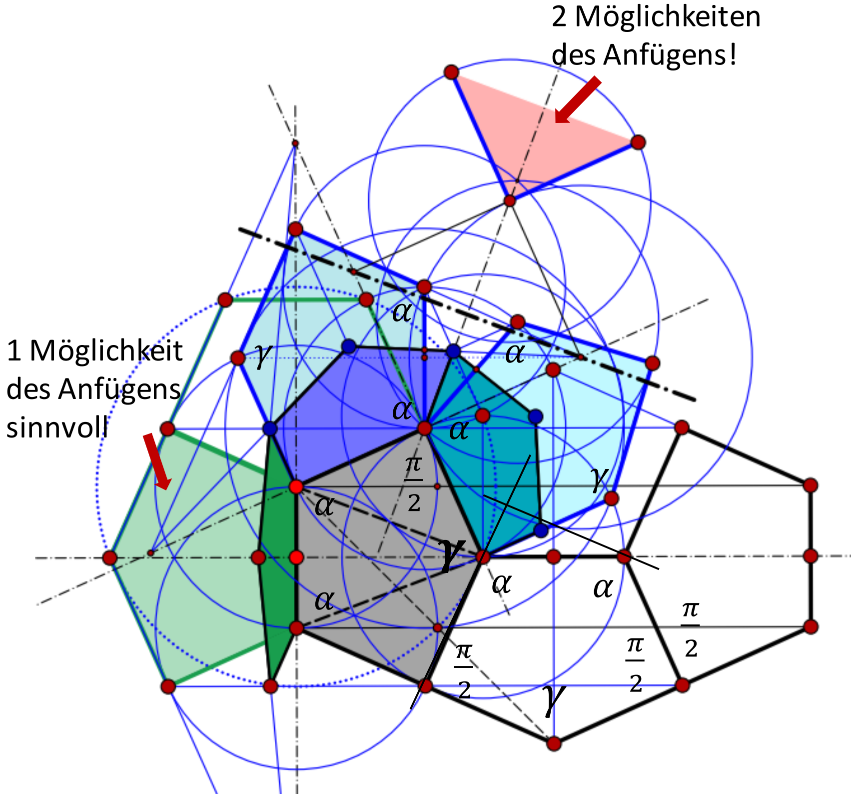
Fig. 18. The lower part of the irregular dodecahedron together with the frame of the upper part.

Hier: ein „Pentagon-Dodekaeder mit Umkugel“. Allerdings sind die Facetten-Fünfecke nicht kongruent!



$\alpha = 114{,}3°$

$\gamma = 131{,}4°$

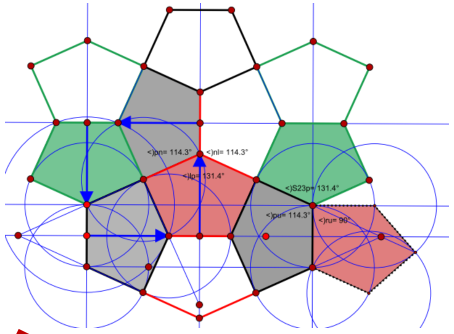


Strategien: a) Modellbau *probieren*, Möglichkeiten, bei denen offensichtlich nicht weiter gebaut werden kann, scheiden aus.

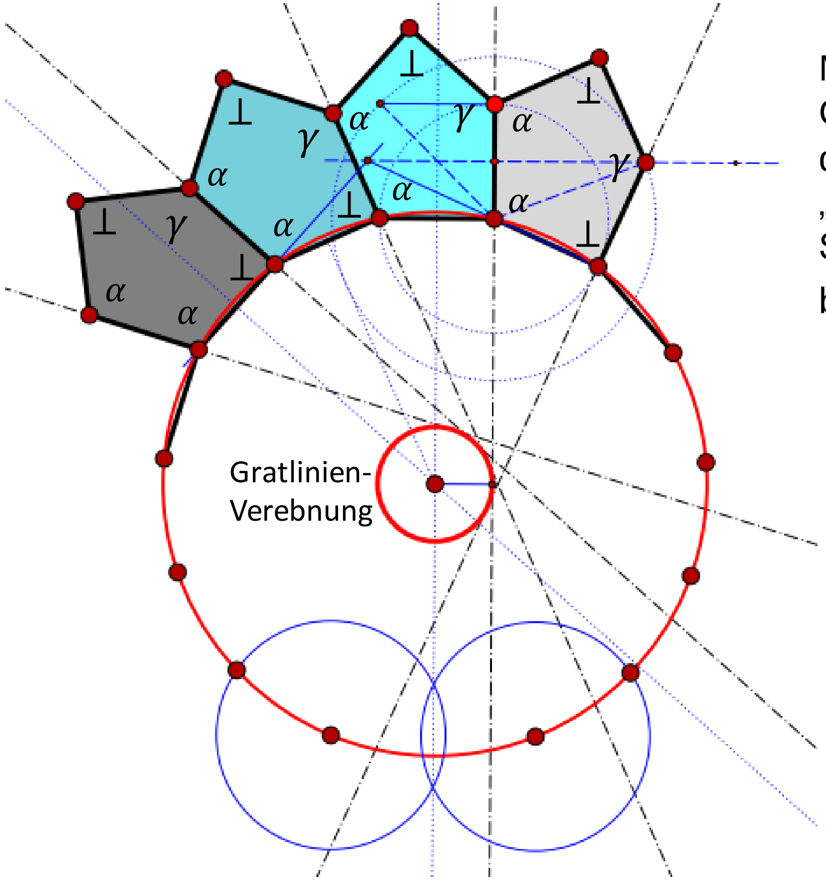
b) Es gibt 625 verschiedene Möglichkeiten, „Ecken“ zu bilden. Kann man die Zahl systematisch einschränken? (etwa mit Hilfe von a), bzw. welche Winkeltripel scheiden aus?)

c) Erfolg versprechende „Ecken“ testen, ob überall (!) weitergebaut werden kann. (Symmetrien ausnützen; z.B. ist die Ecke $\alpha\alpha\frac{\pi}{2}$ in der Figur eine brauchbare Eckenfigur.)

Approximierendes Polyeder für ein Schraubtorsenstück



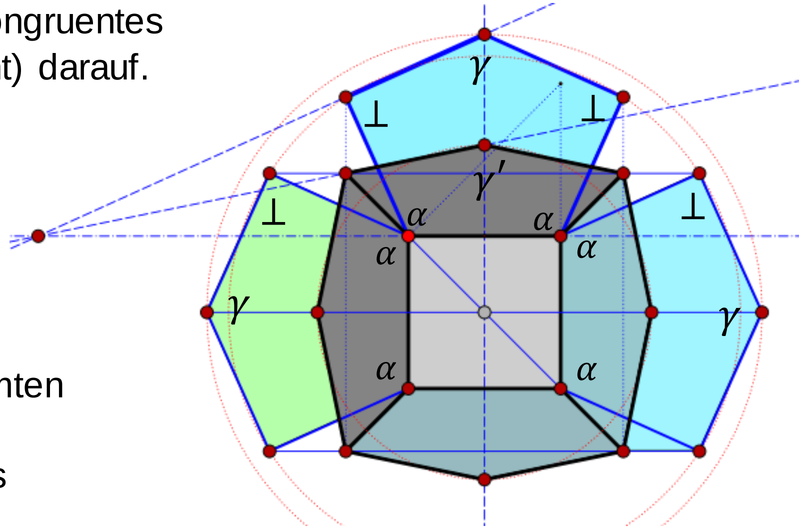
regelmäßiges Aneinanderfügen der Fünfecke mit $\perp \alpha \perp \alpha \perp \alpha$ ... liefert die (diskretisierte) Verebnung einer Schraubtorse.



Mit einem geeigneten Gegenpart kann man daraus auch ein „diskretisiertes Schraubgewinde“ basteln.

Regelmäßiges Aneinanderfügen mit $\alpha\alpha\alpha$ ... liefert einen Pyramidenstumpf.über (reg.) n-Eck

Im Fall eines quadratischen Stumpfs passt ein kongruentes Gegenstück (verdreht) darauf.



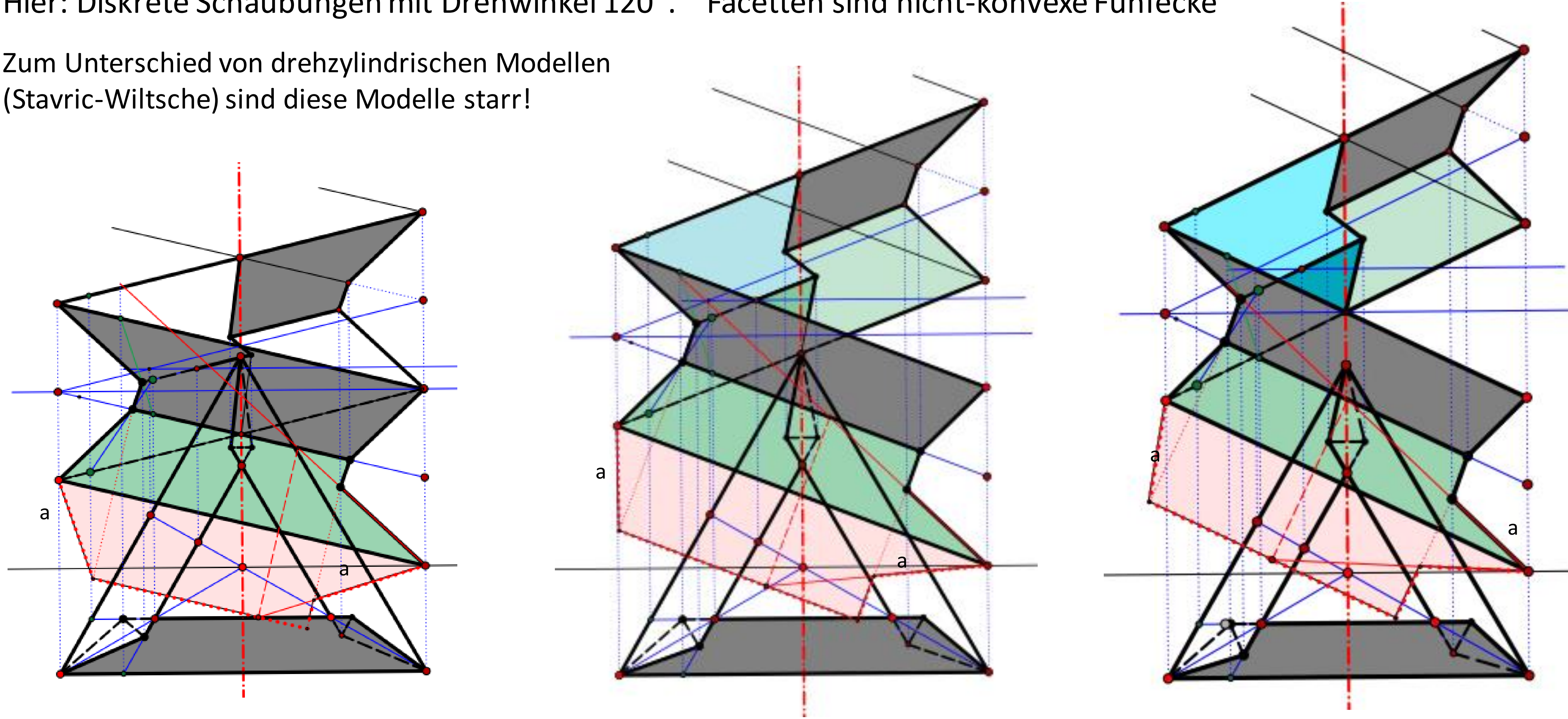
Ergebnis ist ein aus übereinander getürmten Doppelstümpfen zusammengesetztes Polyeder.

Aber: Gibt es auch geschlossene Polyeder ?

Zum Abschluss: Schraubgewinde approximierende Polyeder

Hier: Diskrete Schaubungen mit Drehwinkel 120°. Facetten sind nicht-konvexe Fünfecke

Zum Unterschied von drehzylindrischen Modellen (Stavric-Wiltsche) sind diese Modelle starr!



Das war‘s schon !

Danke !