

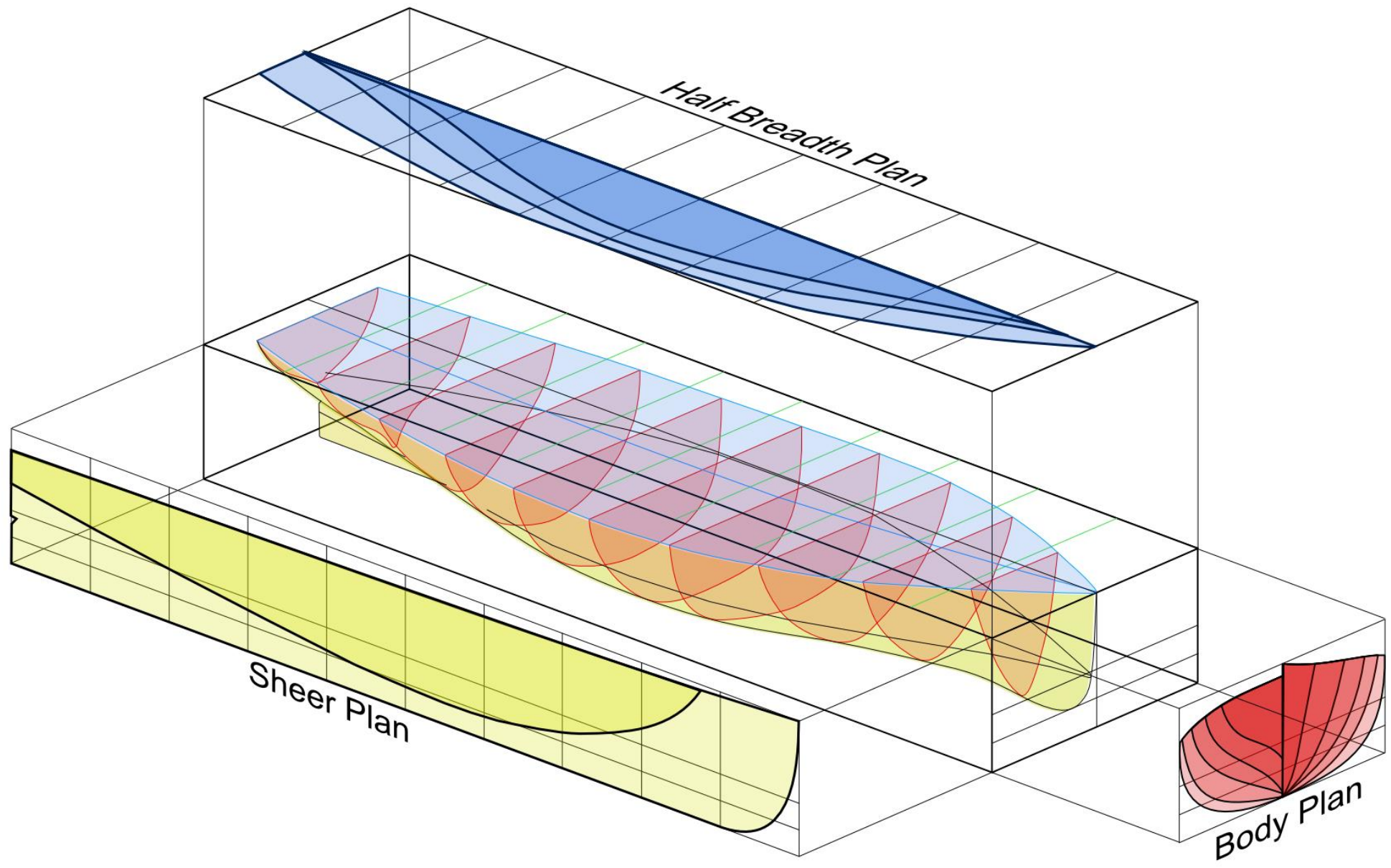
Kurvenlineale

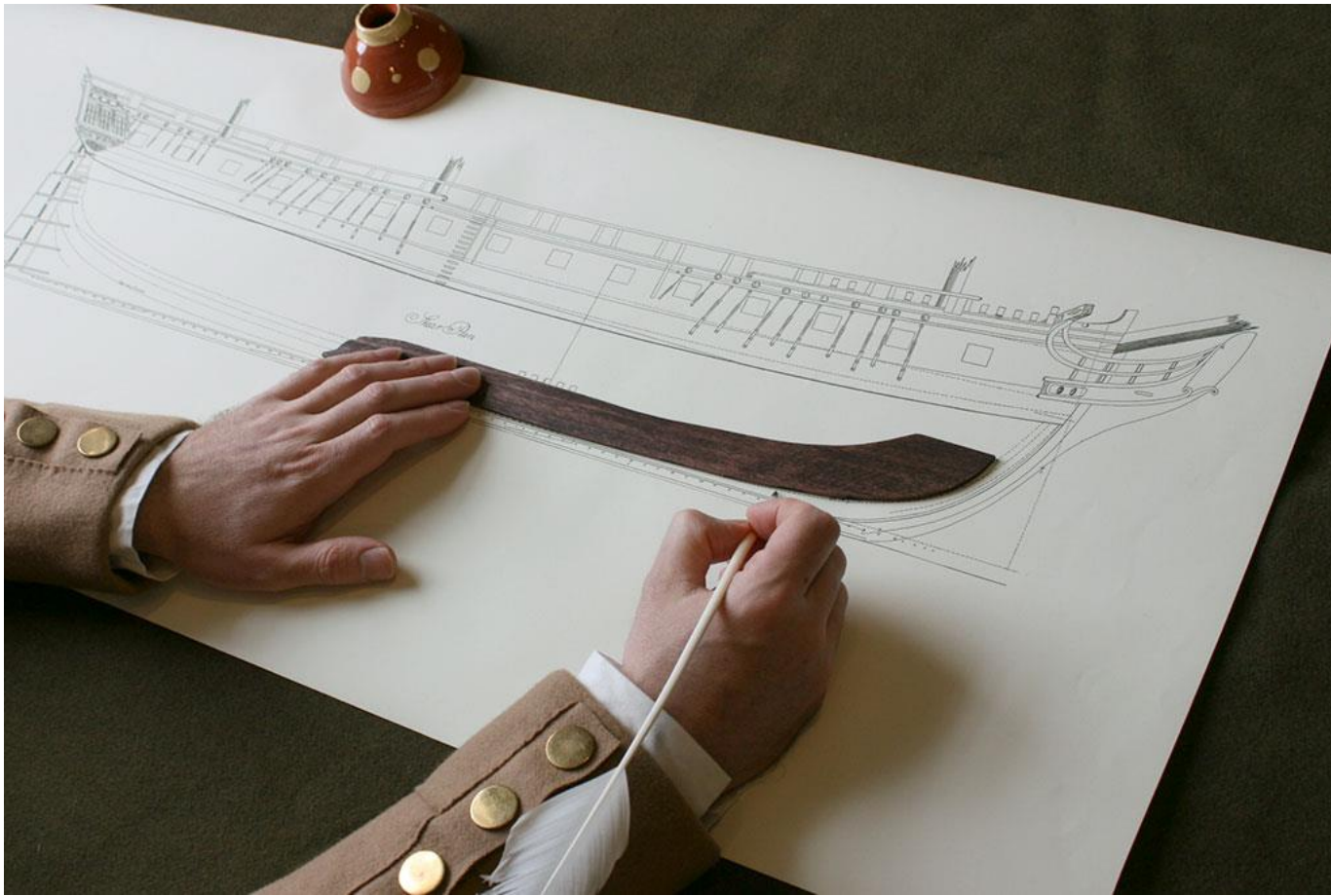
Historisches, Geometrisches, Mathematisches

Walther Stuzka
(vorm.) Neulandschule Wien 10

41. Österreichische Fortbildungstagung für Geometrie – Strobl, 11. bis 12. Mai 2022





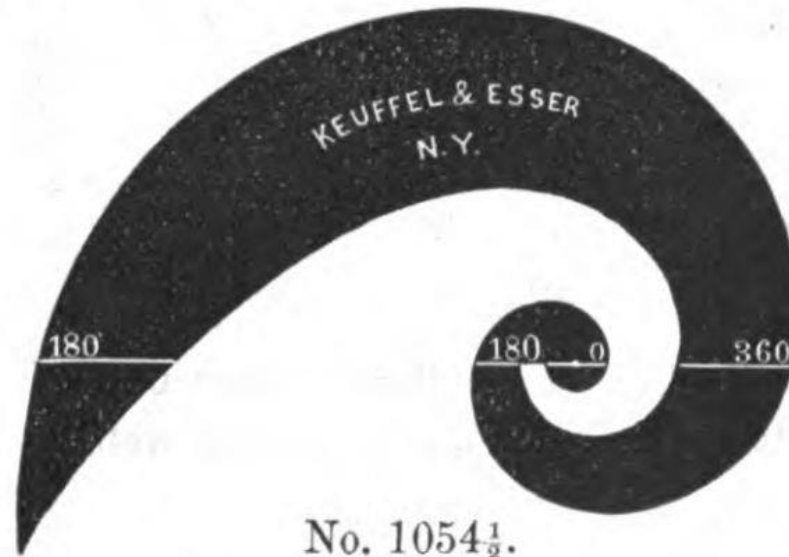


Ausfertigung des Seitenrisses

Copenhagen Ship Curves
Keuffel & Esser, NY (gegr. 1867, Katalog 1883)



HARD RUBBER CURVES.



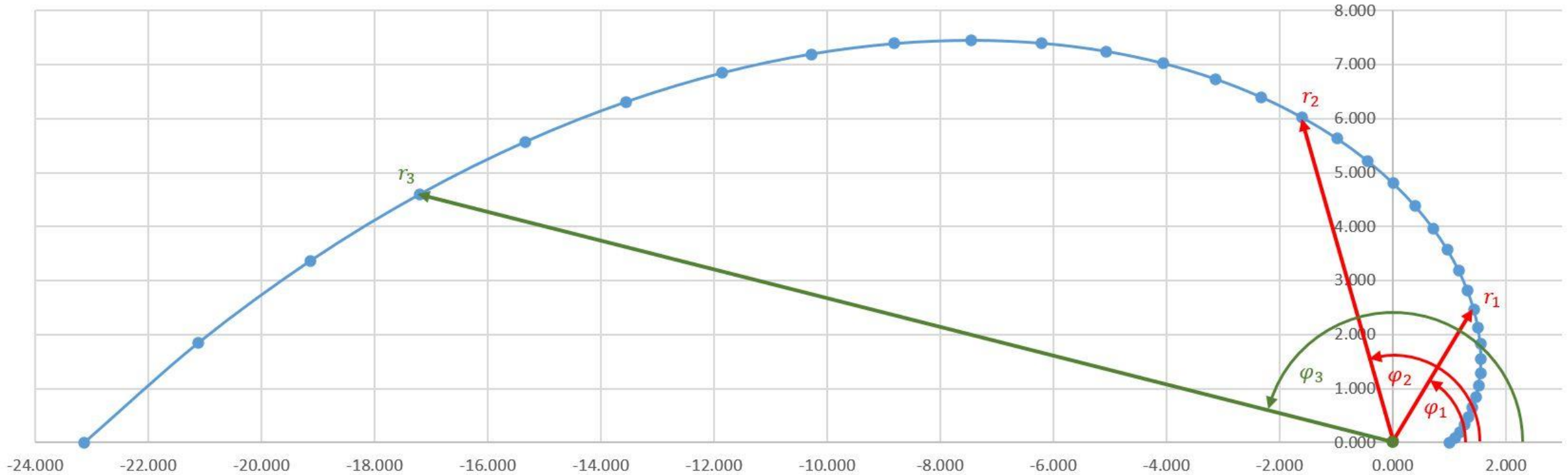
No. 1054 $\frac{1}{2}$.

1054 $\frac{1}{2}$. Logarithmic Spiral Curve each \$ 1 50

This curve is mathematically constructed, it contains every curve within the limit of its size. If properly used according to the directions accompanying each, the most difficult calculations can be made with the same.

Logarithmisches Spiral-Kurvenlineal, Keuffel & Esser (gelistet 1878 – 1972)

Logarithmische Spirale $r(\varphi) = e^\varphi$



$$r_1 = e^{\varphi_1} \rightarrow \varphi_1 = \ln(r_1)$$

$$r_2 = e^{\varphi_2} \rightarrow \varphi_2 = \ln(r_2)$$

$$r_1 = 2,85 \rightarrow \varphi_1 = 60^\circ$$

$$r_2 = 6,25 \rightarrow \varphi_2 = 105^\circ$$

$$\varphi_3 = 165^\circ \rightarrow r_3 = 17,81 \text{ (2 Dez.)}$$

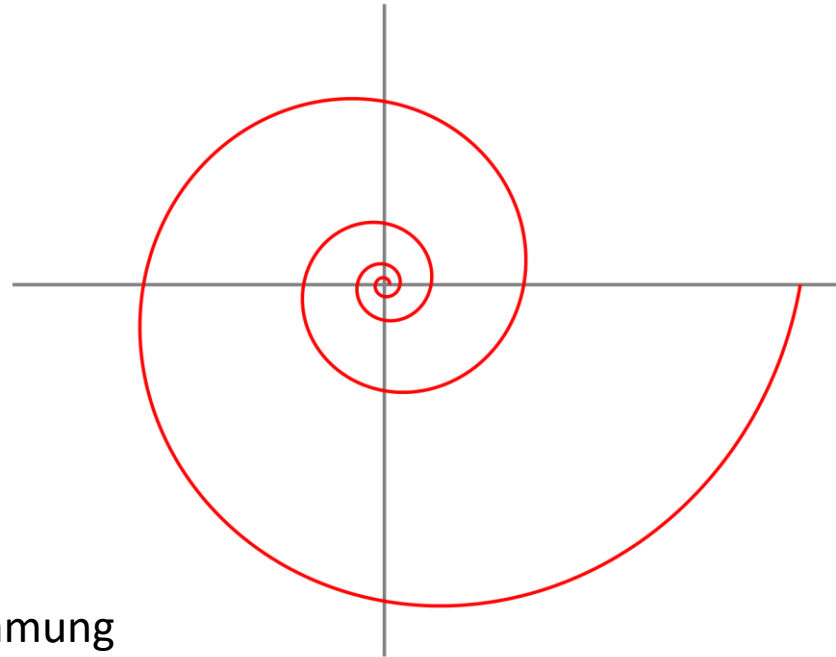
Logarithmische Spirale $r(\varphi) = e^\varphi$

$$s \sim r$$

$$\rho = s \text{ bzw. } \rho \sim r$$

$$\kappa = \frac{1}{s} \text{ bzw. } \kappa \sim \frac{1}{r}$$

ρ ... Krümmungsradius, κ ... Krümmung
 s ... Länge aller Windungen vom Pol bis zum gewählten Punkt auf der Kurve.



Jacob I Bernoulli
„spira mirabilis“



„Verwandelt kehre ich
als dieselbe zurück“

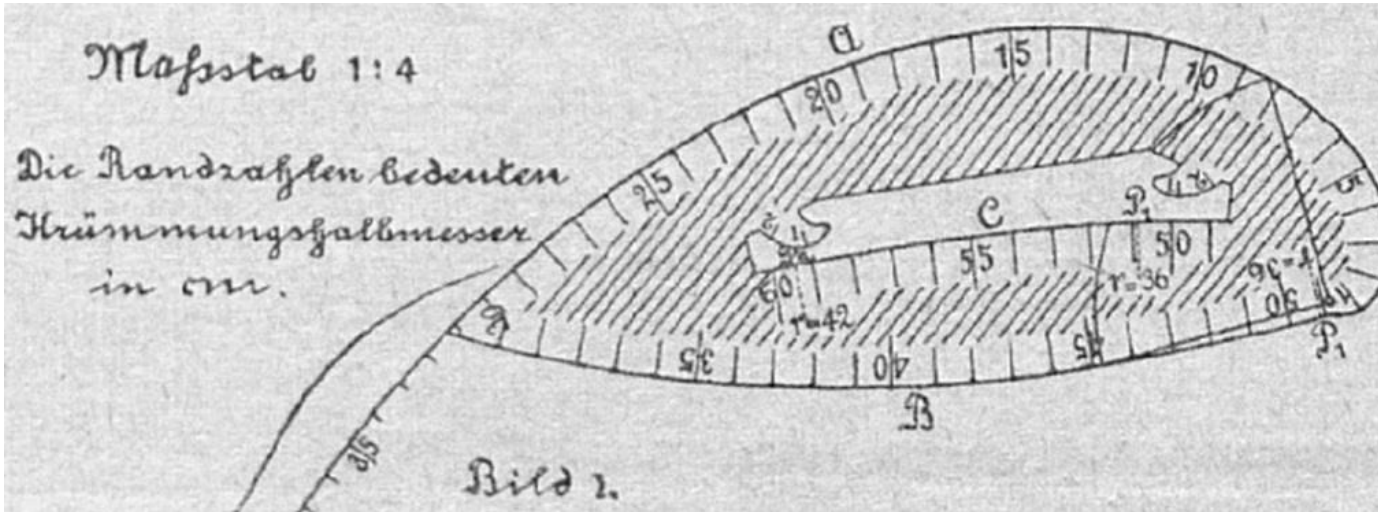
Bernoullis Grabstelle
(†1655) im Basler
Münster zeigt eine
Archimedische Spirale.

Gebr. Wichmann (gegr. 1873), Berlin

(nicht vor 1910) Universal-Kurvenlineal auf Basis der log. Spirale $r(\varphi) = e^\varphi$

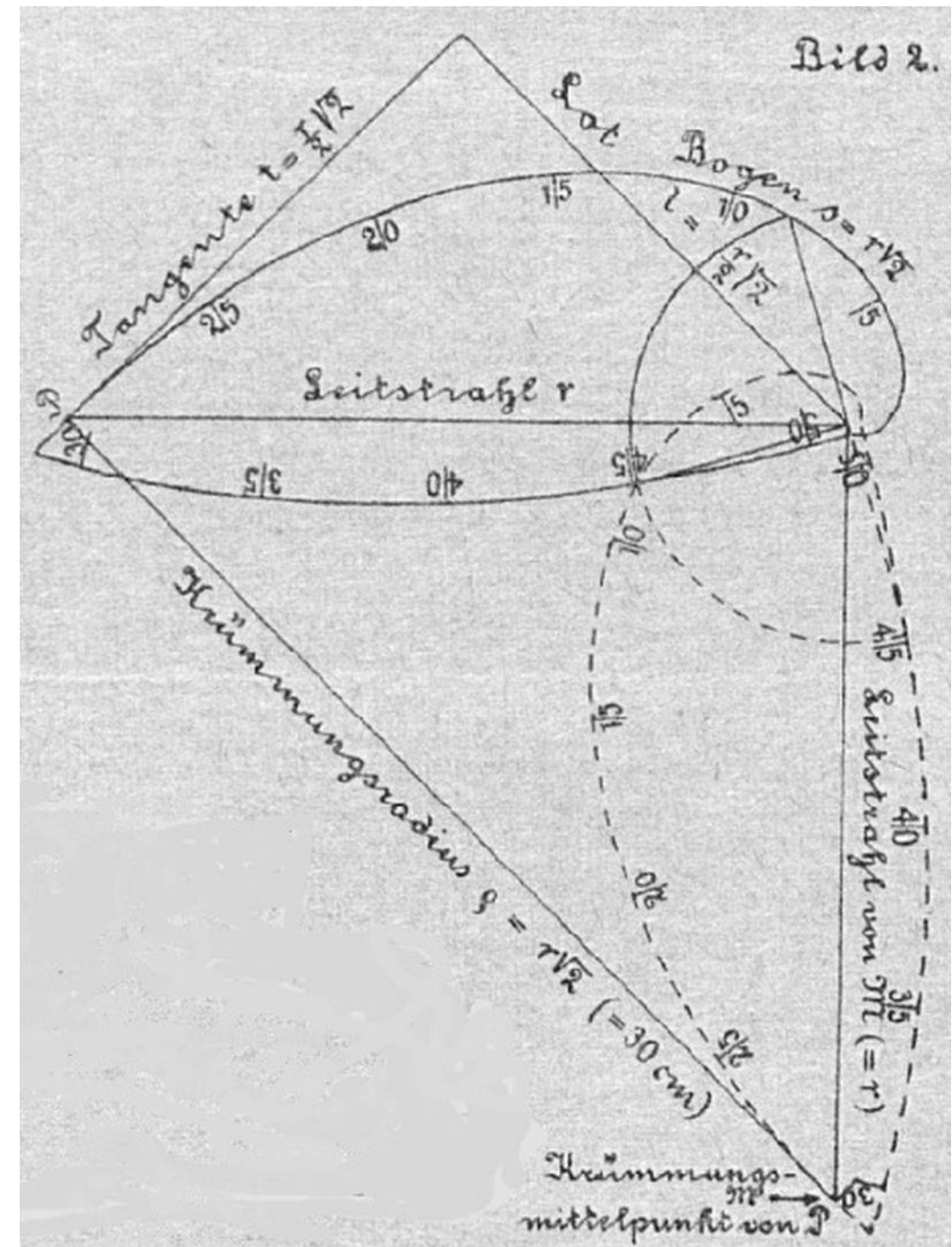


Gebrauchsanleitung
 Modellsammlung der Uni Göttingen, Modell 562

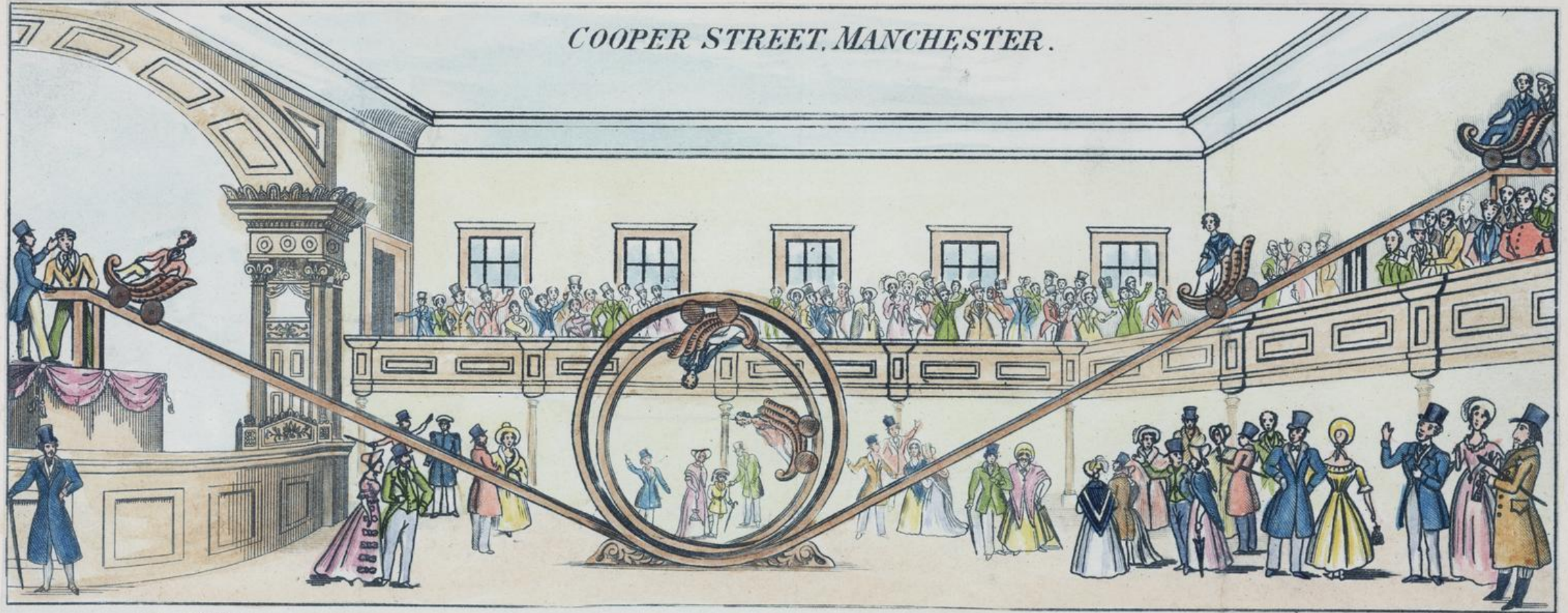


$$r(\varphi) = e^\varphi \quad \rho = s = r \cdot \sqrt{2} \quad \kappa = \frac{1}{s}$$

ρ ... Krümmungsradius, s ... Bogenlänge, κ ... Krümmung



COOPER STREET, MANCHESTER.



Brown, Engraver & Printer

69, Water Street

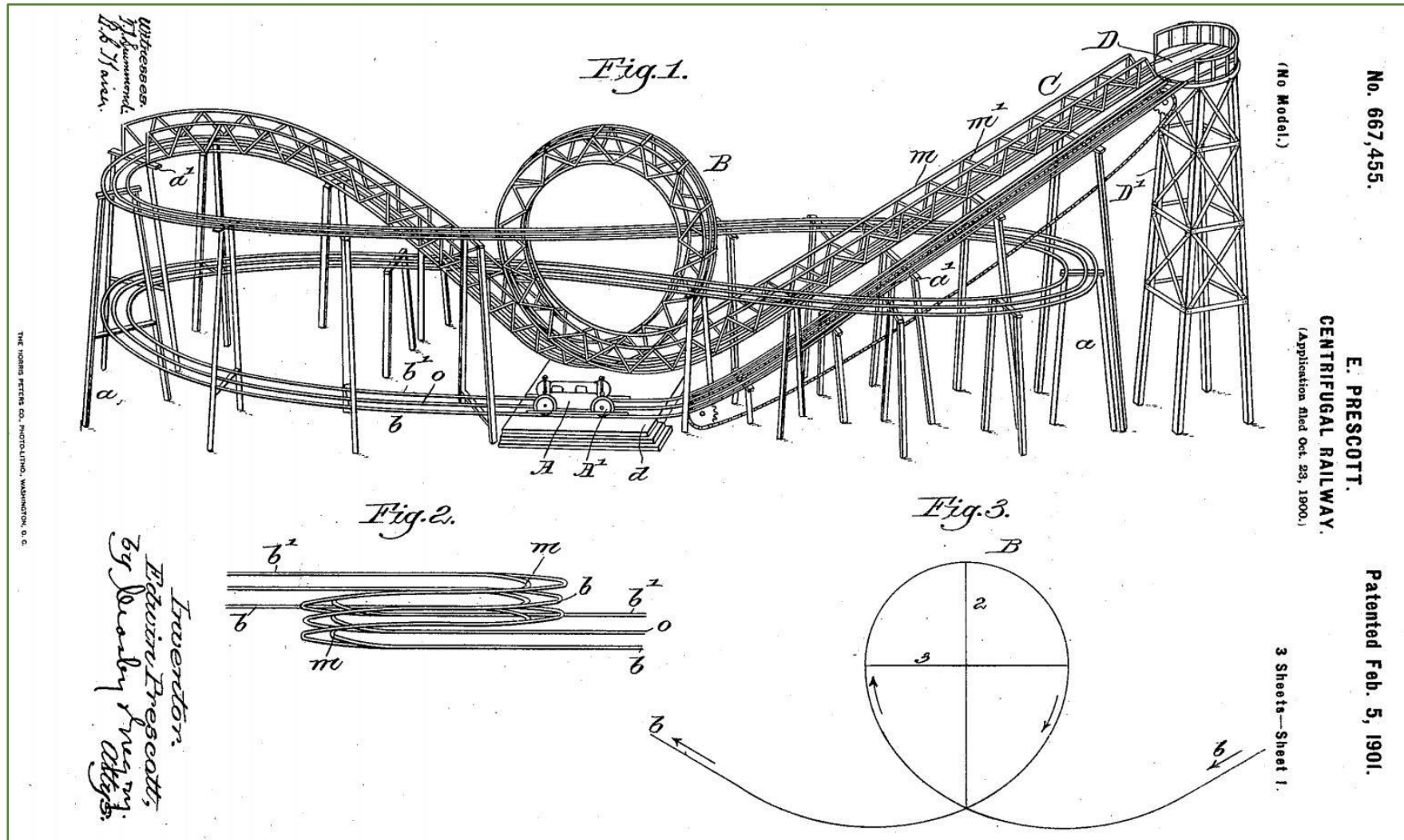
GRAND CENTRIFUGAL RAILWAY,

With two Circles 80 Feet in circumference. Never before exhibited.

Designed and Constructed by Dean & Esplin, Joiners and Builders, Peel Street, Manchester.

um 1850

Patentschrift – Edwin Prescott (USA, 1901)



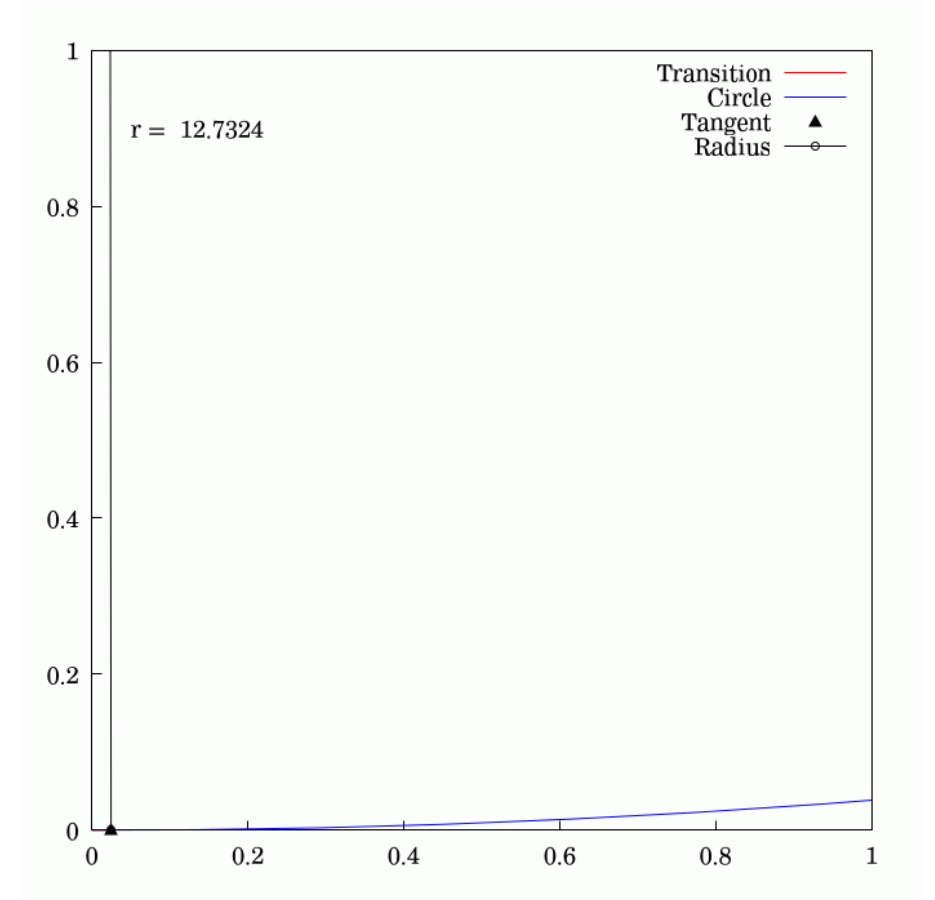
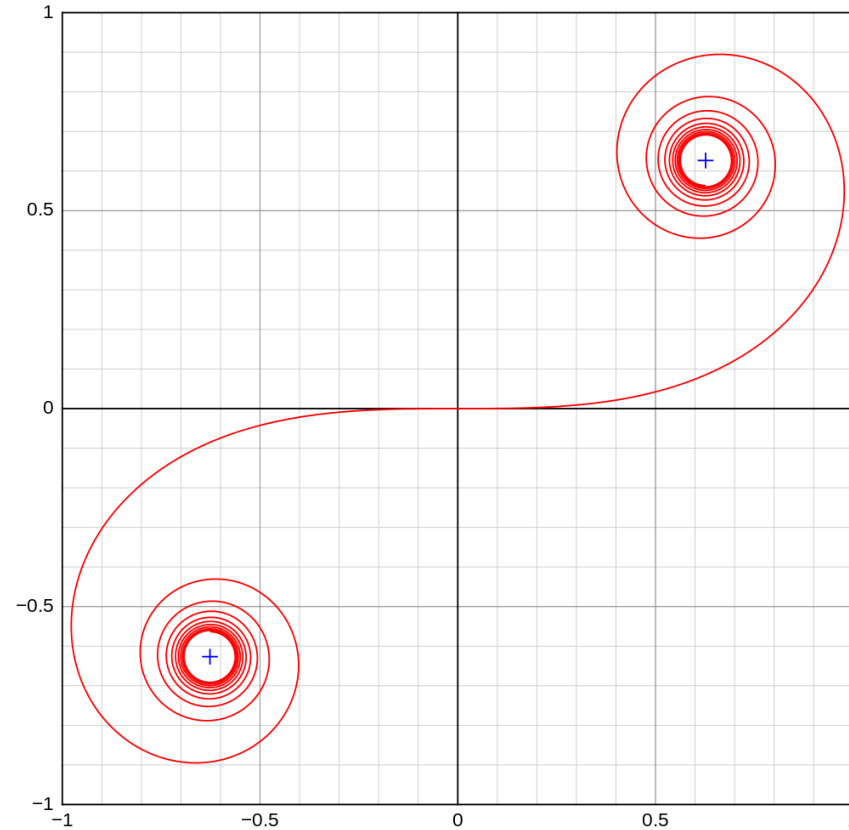
„... a curve of decreasing radius ... and the shock is less severe.“



Loopings in moderner Roller-Coaster-Anlage – Klothoidenform

Euler-, Cornu-Spirale, Klothoide, Spinnenlinie

$$\rho \cdot s = 1$$
$$\rho = \frac{1}{s}$$
$$\kappa = s$$

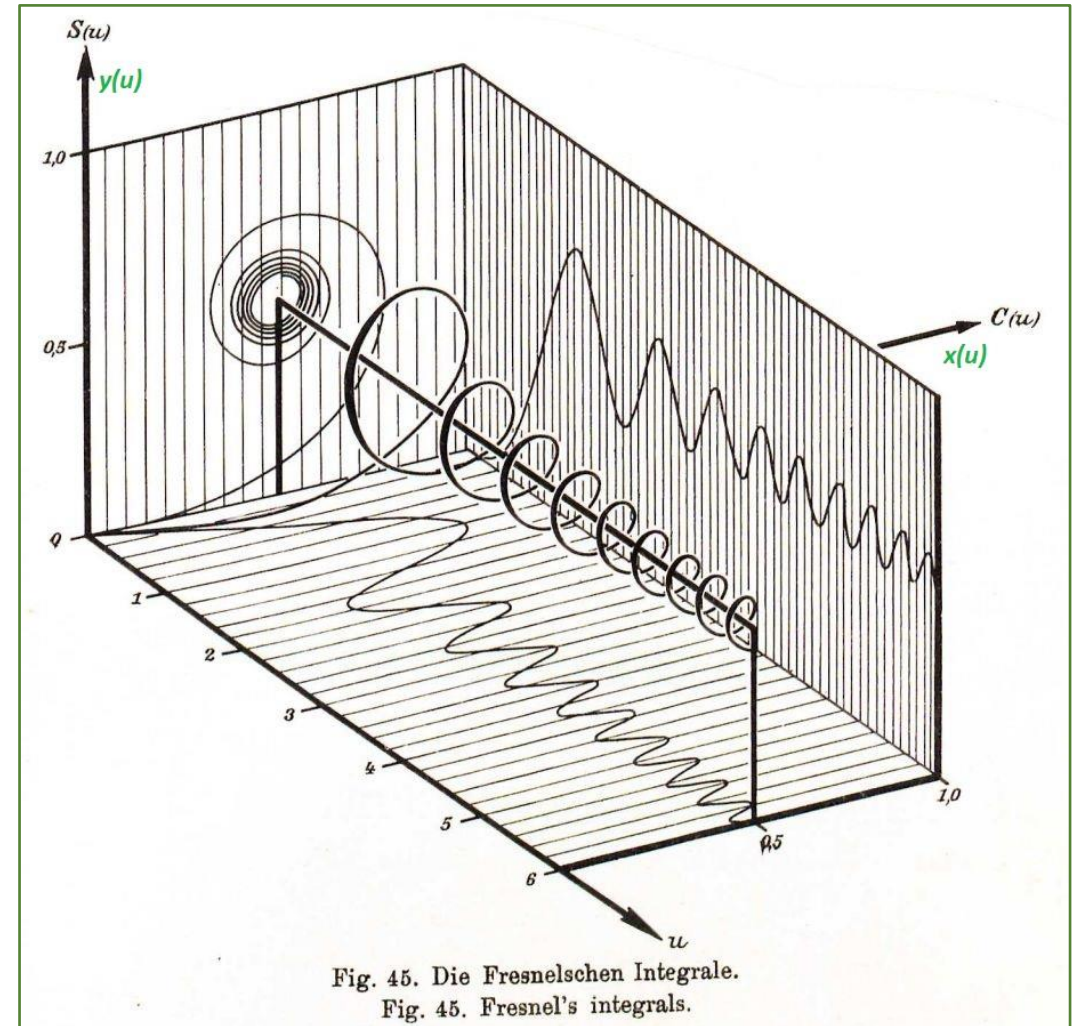
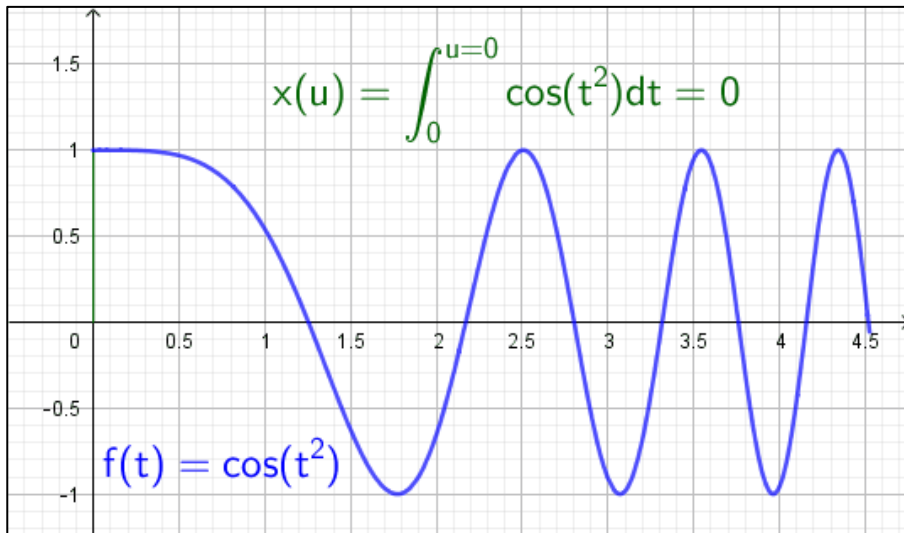


ρ ... Krümmungsradius, κ ... Krümmung
 s ... Länge des Bogens vom Symmetriepunkt bis
an die Stelle mit dem Krümmungsradius ρ .

Klothoide

$$x(u) = \int_0^u \cos(t^2) dt$$

$$y(u) = \int_0^u \sin(t^2) dt$$



Eugen Jahnke, Fritz Emde
Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, Teubner, 1933

Fritz Emde (1938) – Klothoidenabschnitte als Kurvenlinealprofil

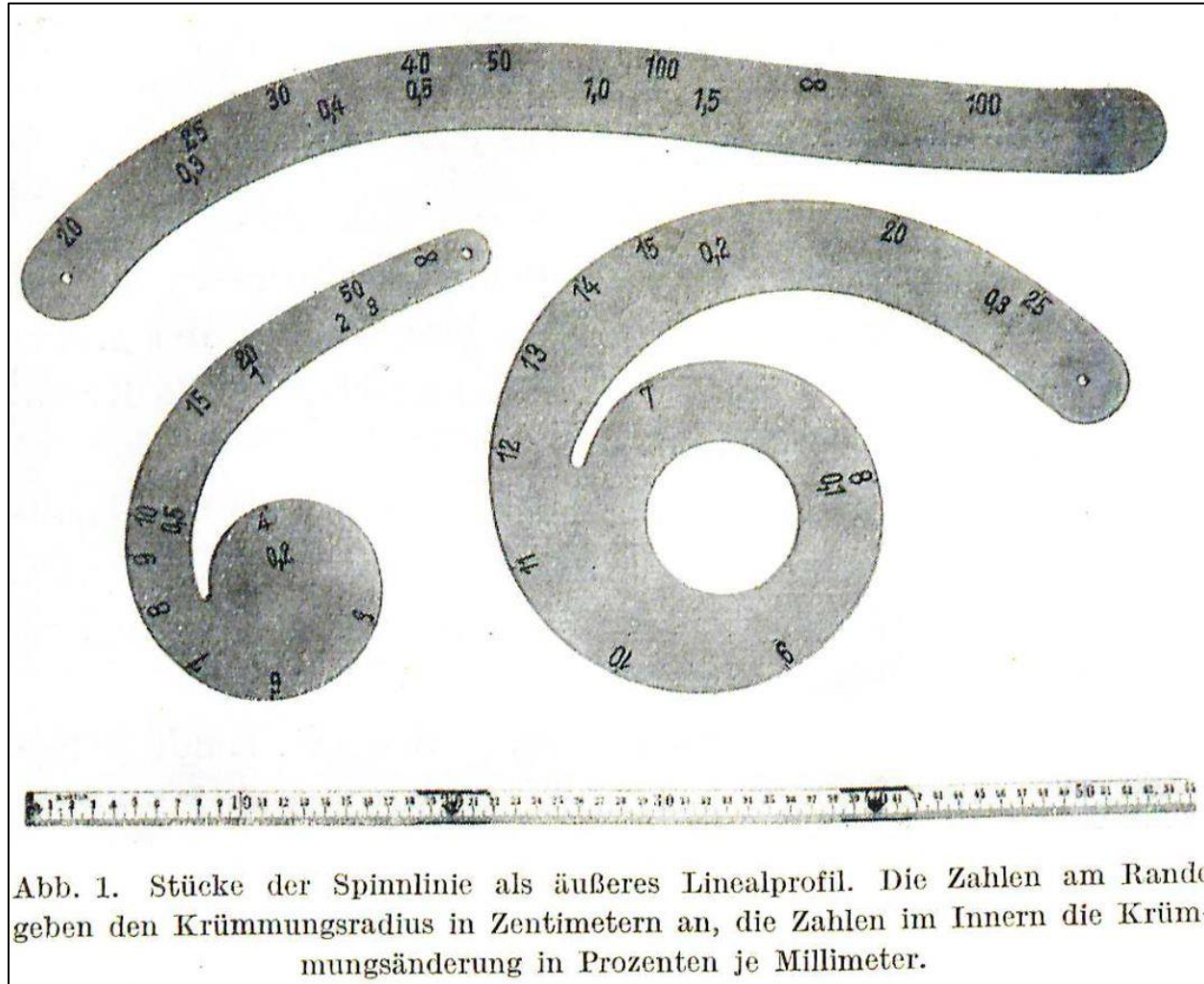
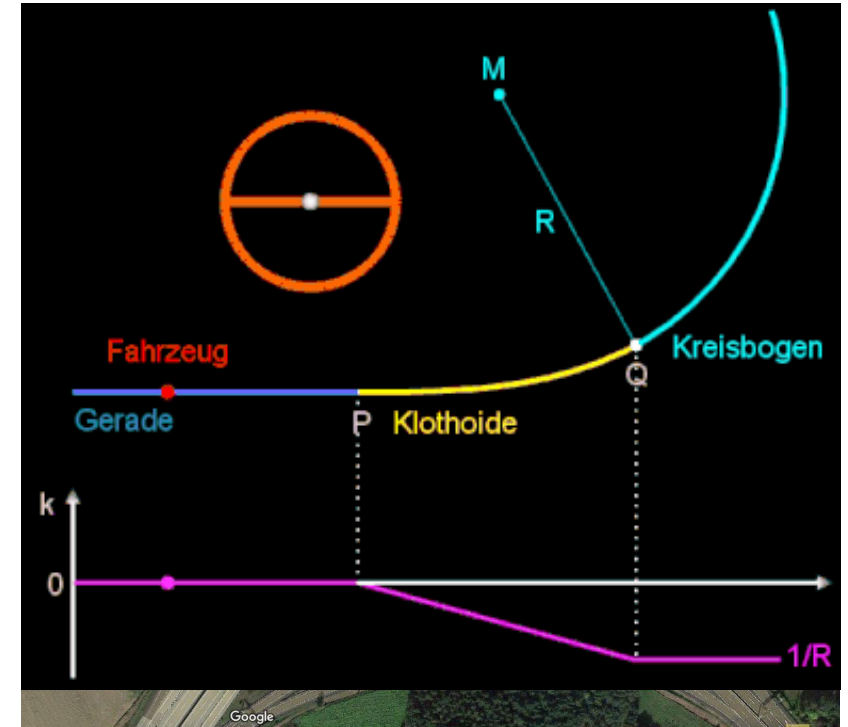
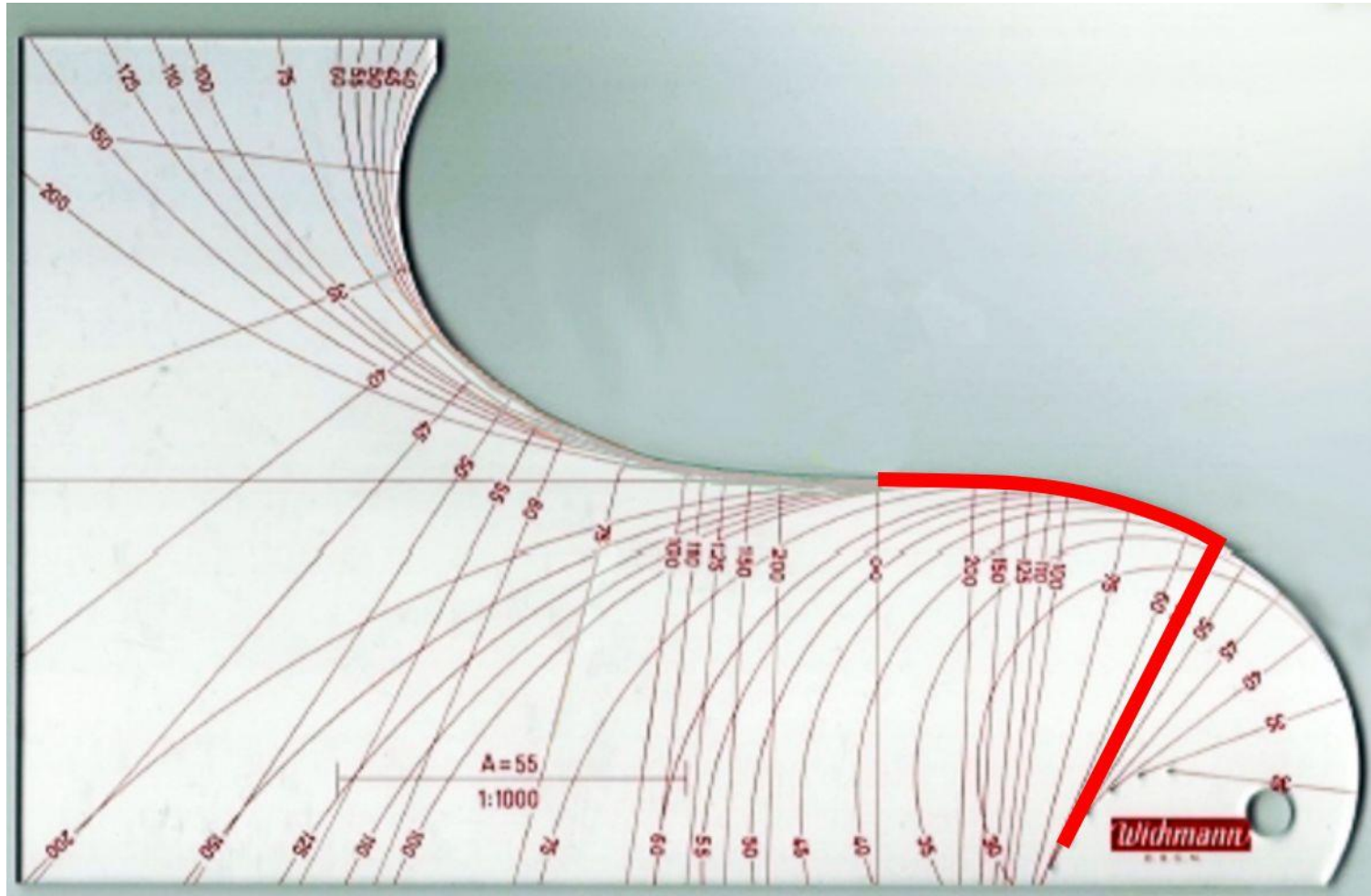


Abb. 1. Stücke der Spinnlinie als äußeres Linealprofil. Die Zahlen am Rande geben den Krümmungsradius in Zentimetern an, die Zahlen im Innern die Krümmungsänderung in Prozenten je Millimeter.

Klothoiden als Übergangsbögen zwischen Geraden und Kreisbögen im Straßenbau – Leopold Oerley (TU Wien, 1937)

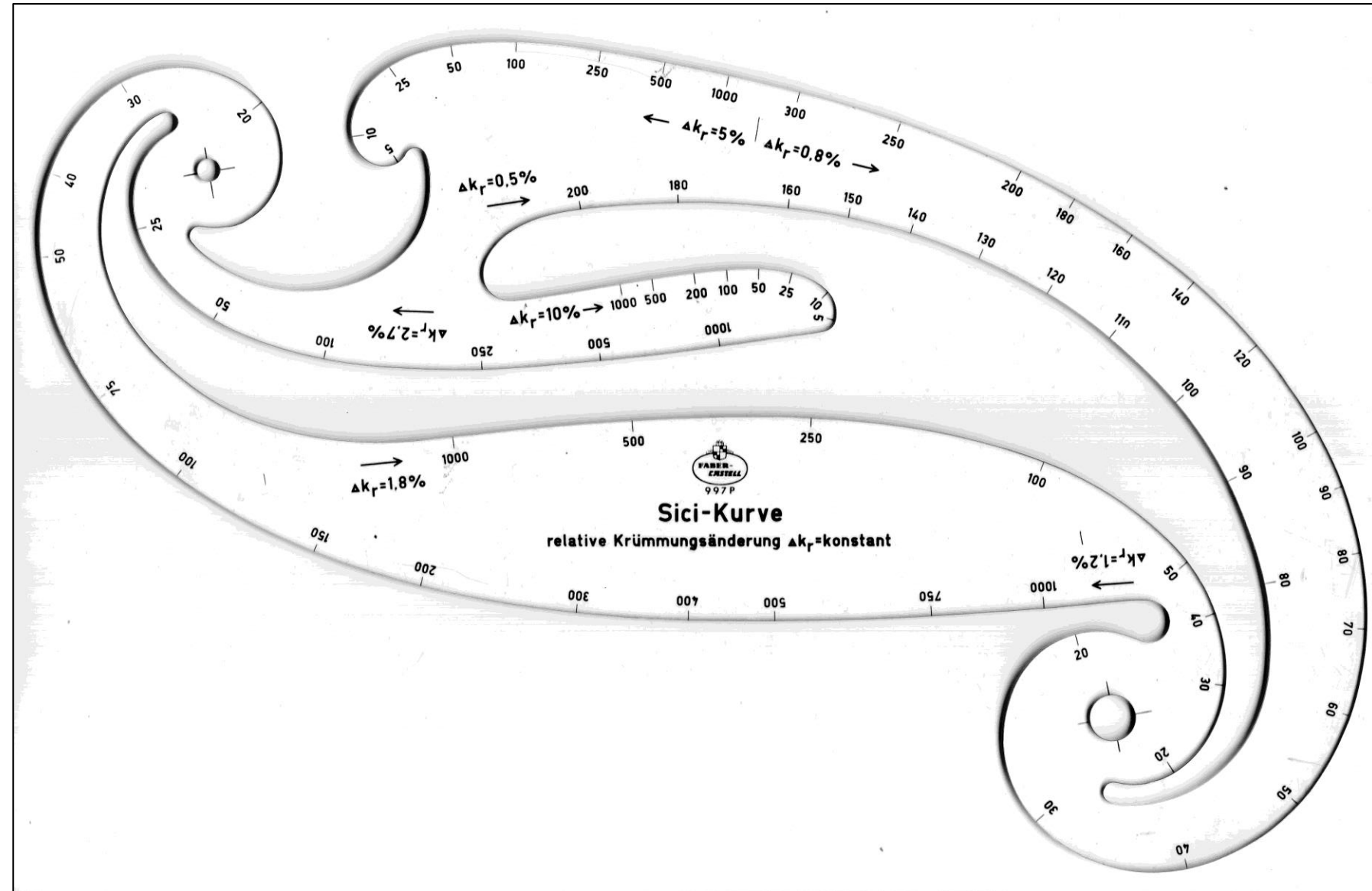


A1 Voralpenkreuz, Sattledt

Klothoidenschablone Fa. Wichmann

SiCi-Kurvenlineal (nach Fritz Emde, um 1938)

- Sieben Abschnitte von SiCi-Spiralen
- Die relative Änderung der Krümmung (p% je mm Bogenlänge) ist jeweils konstant.
- Krümmungsradien in mm durch Teilstriche vermerkt.



SiCi-Spirale (Nielsen(?)-Spirale)

Cosinus integralis

$$\text{Ci}(u) = x(u) = - \int_u^{\infty} \frac{\cos(t)}{t} dt$$

sinus integralis

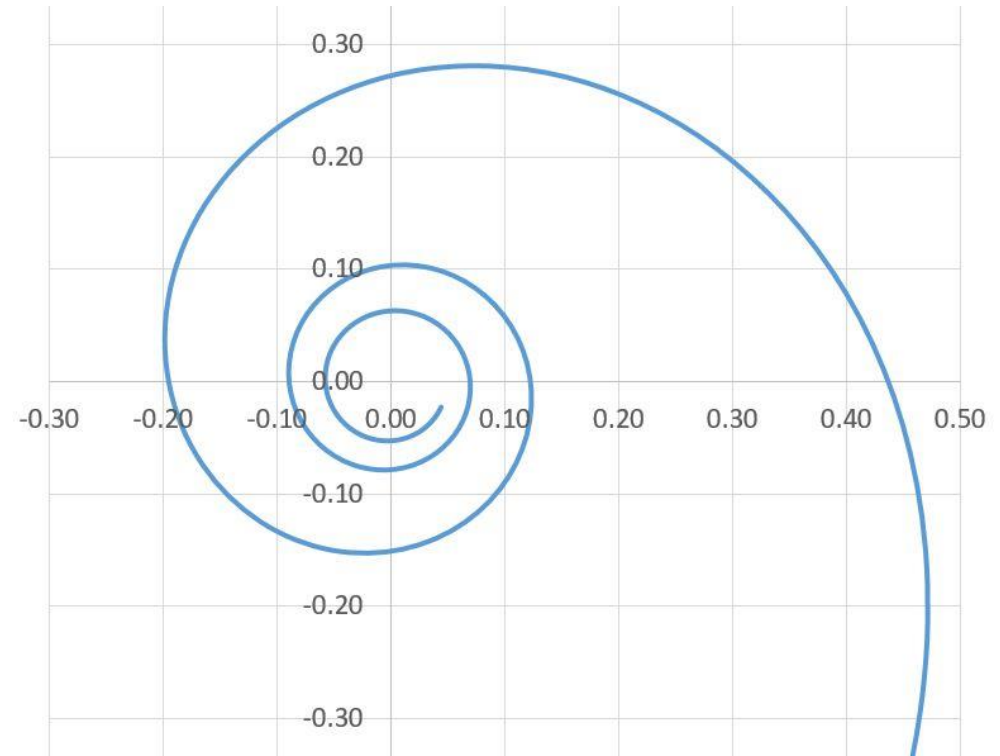
$$\text{si}(u) = y(u) = - \int_u^{\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$$

$$s = \ln \left(\frac{u_2}{u_1} \right)$$

$$\kappa = u$$

κ ... Krümmung

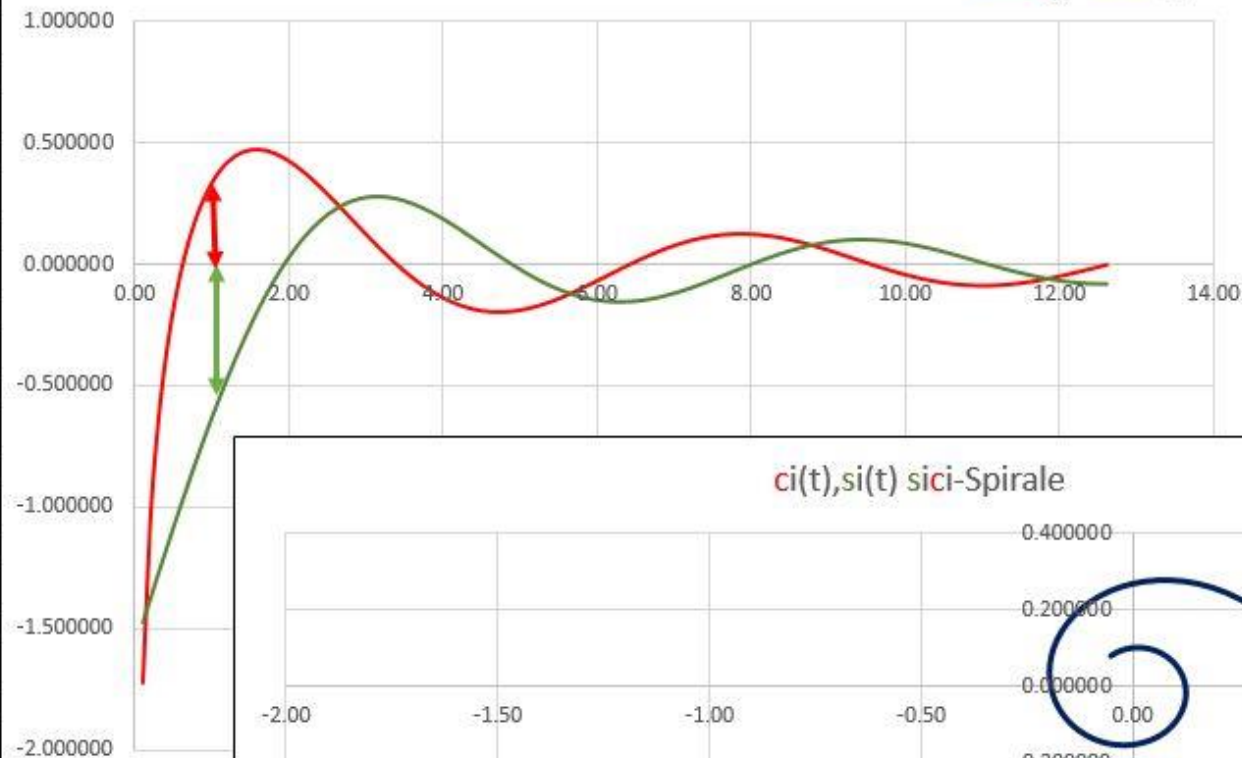
s ... Länge des Bogens (u_1, u_2)



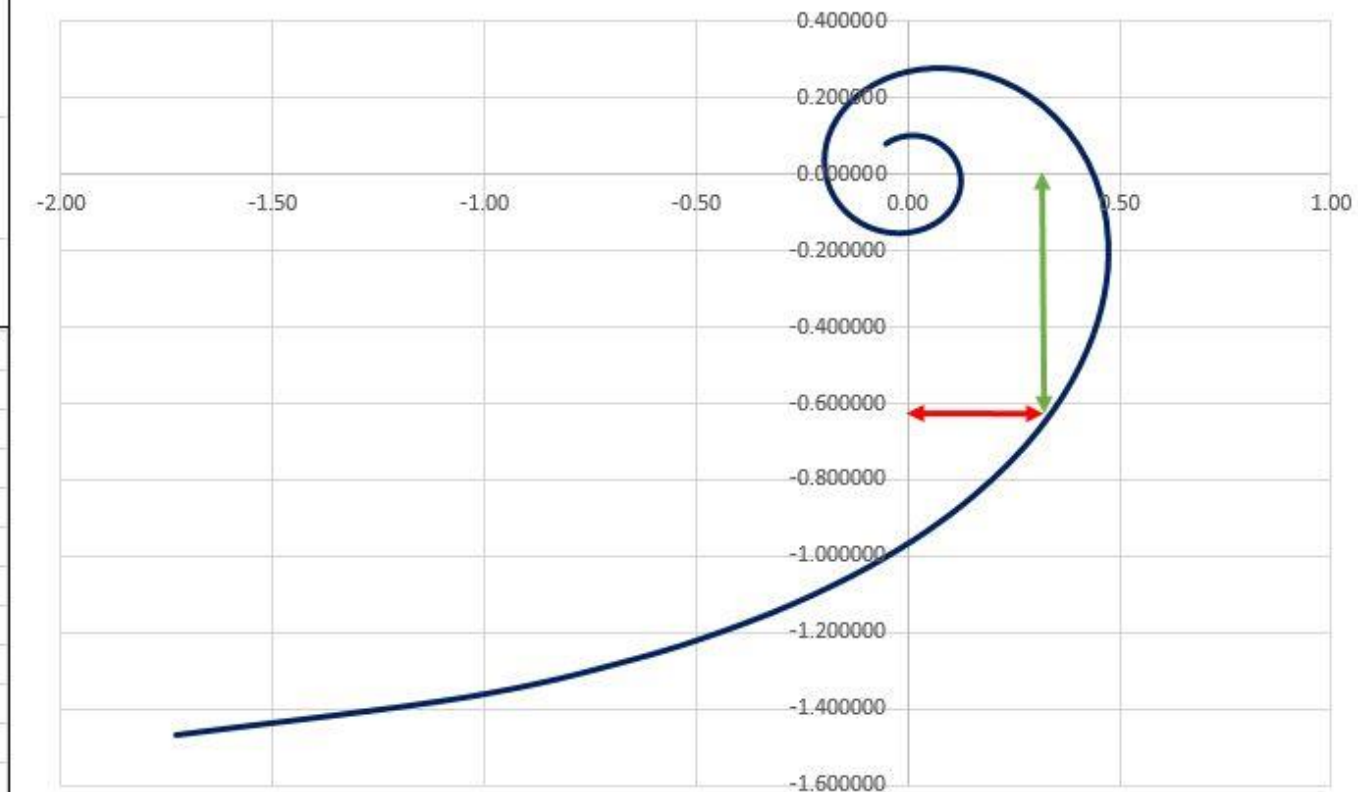
nach (0|0) verschoben!

t	$C_i(t)$	$S_i(t)$	$s_i(t) = S_i(t) - \pi/2$
0.10	-1.727868	0.099944	-1.470852
0.20	-1.042206	0.199556	-1.371240
0.30	-0.649173	0.298504	-1.272292
0.40	-0.378809	0.396461	-1.174335
0.50	-0.177784	0.493107	-1.077689
0.60	-0.022271	0.588129	-0.982668
0.70	0.100515	0.681222	-0.889574
0.80	0.198279	0.772096	-0.798701
0.90	0.276068	0.860471	-0.710326
1.00	0.337404	0.946083	-0.624713
1.10	0.384873	1.028685	-0.542111
1.20	0.420459	1.108047	-0.462749
1.30	0.445739	1.183958	-0.386838
1.40	0.462007	1.256227	-0.314570
1.50	0.470356	1.324684	-0.246113
1.60	0.471733	1.389180	-0.181616
1.70	0.466968	1.449592	-0.121204
1.80	0.456811	1.505817	-0.064980
1.90	0.441940	1.557775	-0.013021
2.00	0.422981	1.605413	0.034617
2.10	0.400512	1.648699	0.077902
2.20	0.375075	1.687625	0.116829
2.30	0.347176	1.722207	0.151411
2.40	0.317292	1.752486	0.181689
2.50	0.285871	1.778520	0.207724
2.60	0.253337	1.800394	0.229598
2.70	0.220085	1.818212	0.247416
2.80	0.186488	1.832097	0.261300
2.90	0.152895	1.842190	0.271394
3.00	0.119630	1.848653	0.277856
3.10	0.086992	1.851659	0.280863
3.20	0.055257	1.851401	0.280605
3.30	0.024678	1.848081	0.277284
3.40	-0.004518	1.841914	0.271118

Integralwerte (jew. von t bis inf) $C_i(t)$, $s_i(t)$

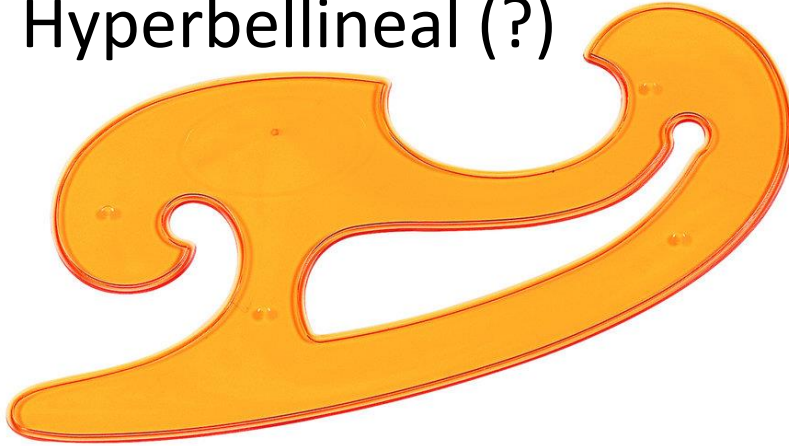


$ci(t), si(t)$ sici-Spirale

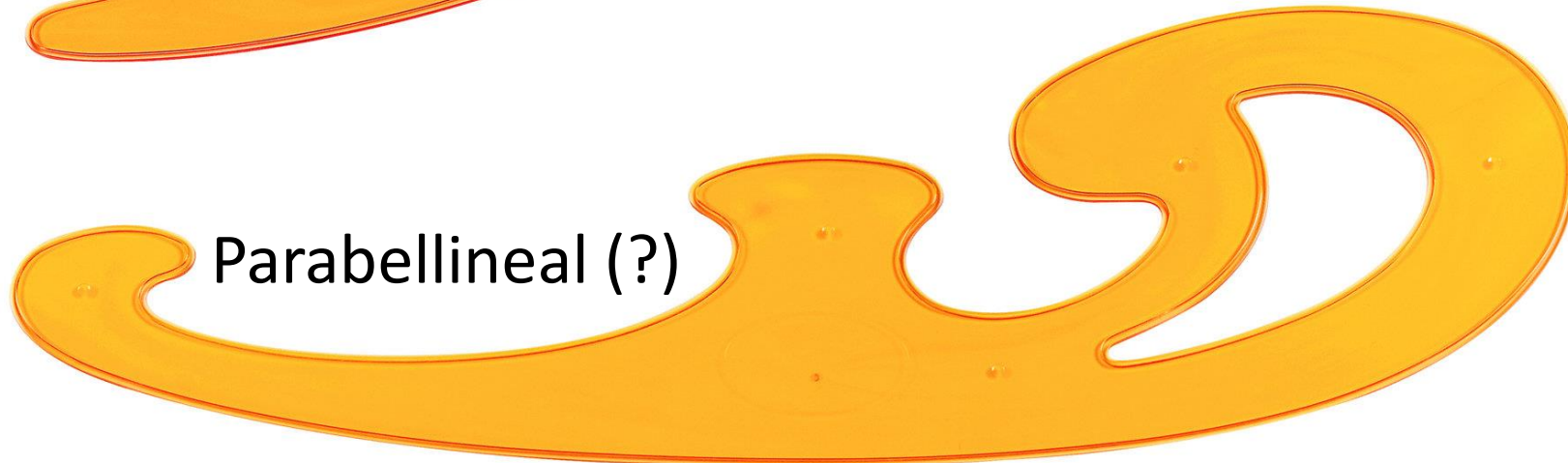


Der(?) Burmester Kurvenlineal-Satz

Hyperbellineal (?)



Ellipsenlineal (?)



Parabellineal (?)

Splines dritten Grades (?) – Euler-Spirale (?) – Ludwig Burmester (?)

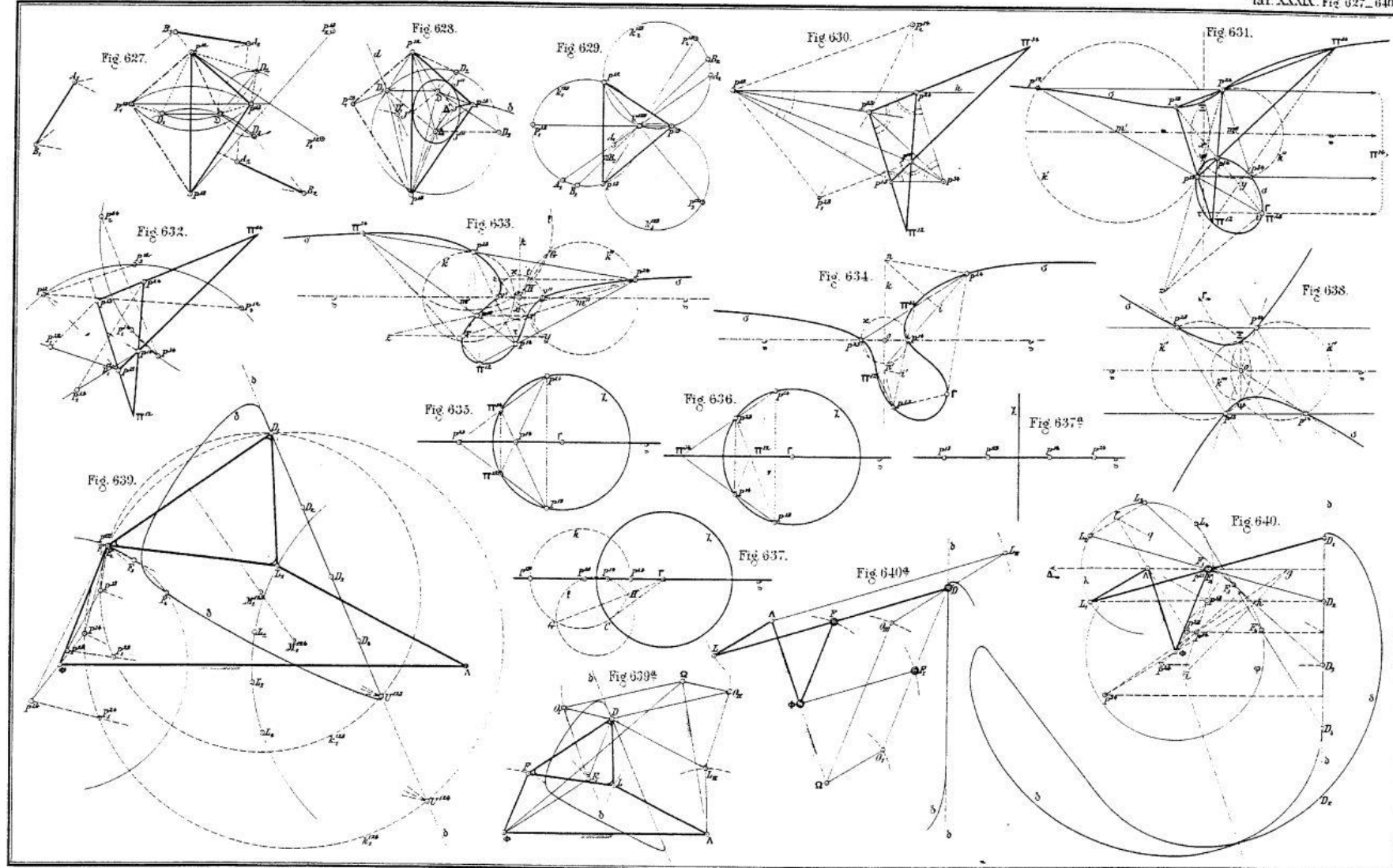


München, U-Bahn-Station
Garching-Forschungszentrum

Burmesterstraße



Ludwig Burmester (1840 – 1927)
Prof. für Darstellende Geometrie und
Kinematik (Dresden, zuletzt München)



L. Burmester, Lehrbuch der Kinematik. Für Studierende der Maschinentechnik, Mathematik und Physik. Geometrisch dargestellt. Verlag Arthur Felix, Leipzig 1888. 941 Seiten, 57 Tafeln, 863 Figuren. Tafel XXXIV

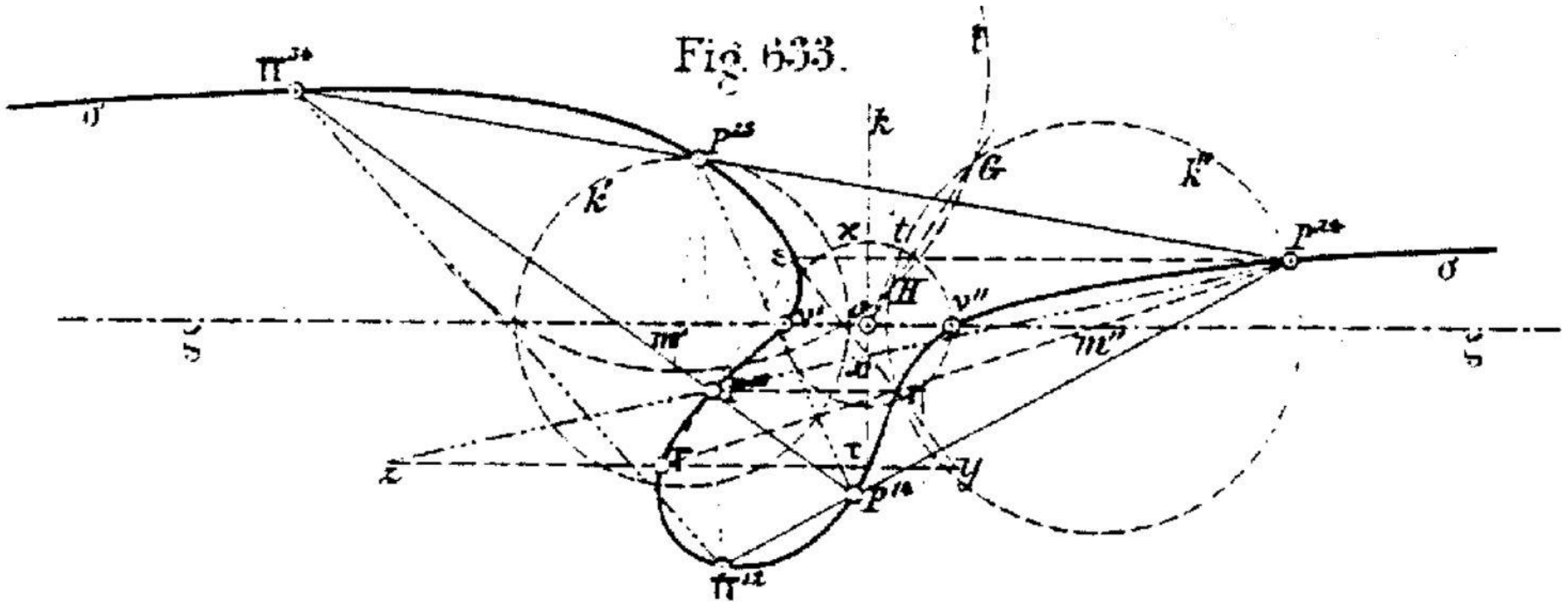
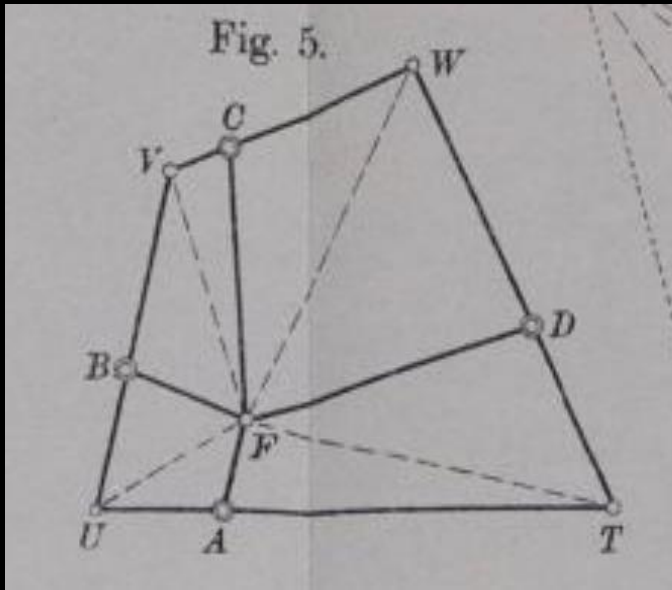
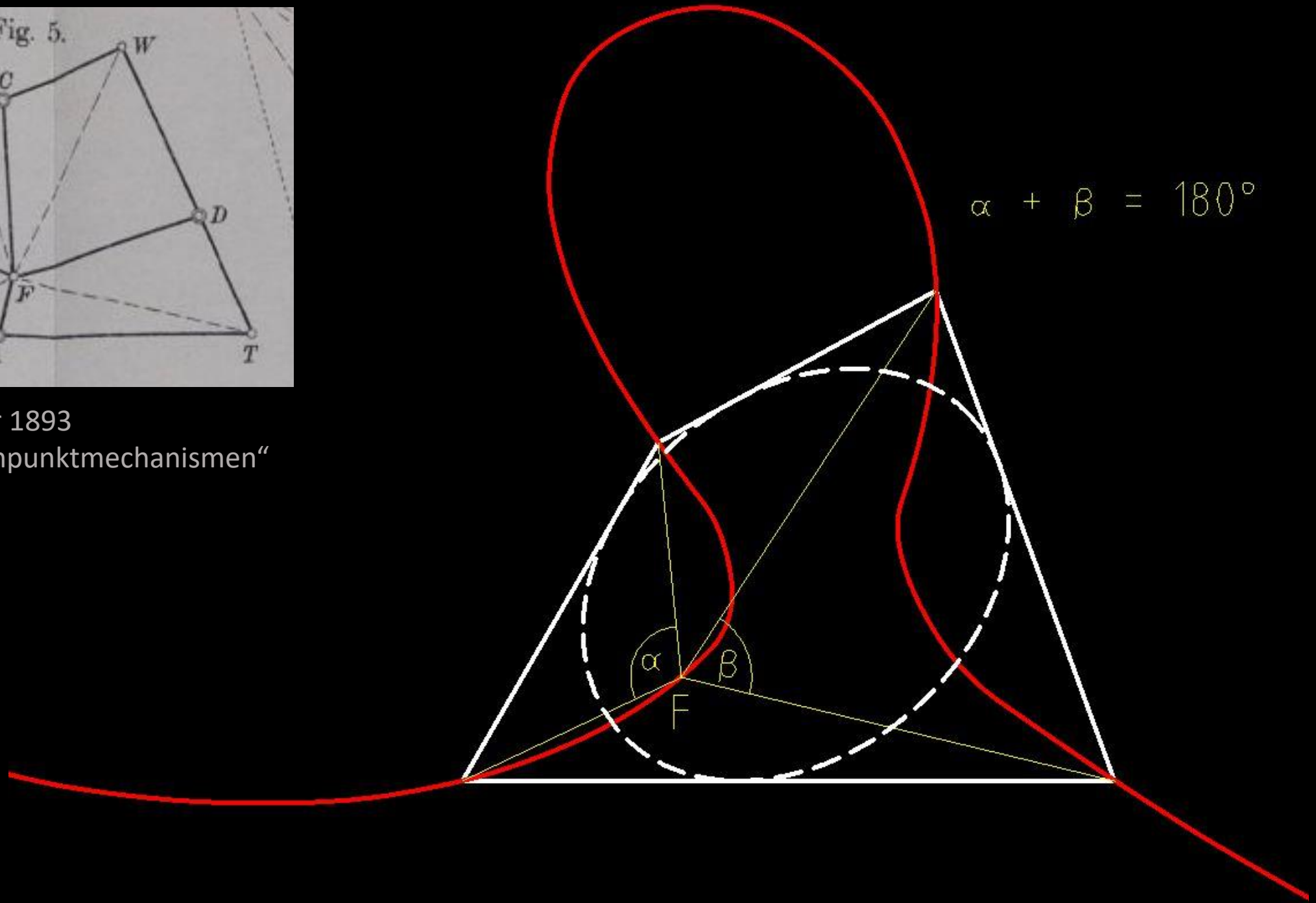


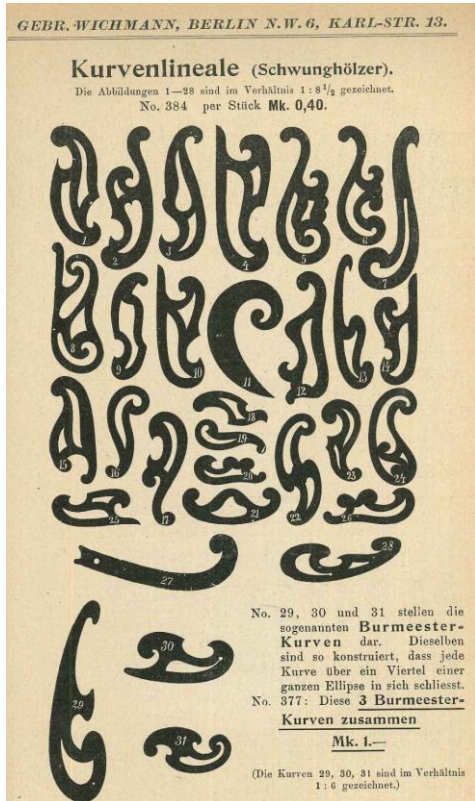
Fig. 633.

„... dass drei ... zweckmäßig geformte Curvenlineale ... ausreichen.“
 Fußnote(!) in L. Burmester, Grundzüge der Reliefperspective, Teubner, Leipzig 1883, Seite 17



Burmester 1893
„Die Brennpunktmechanismen“



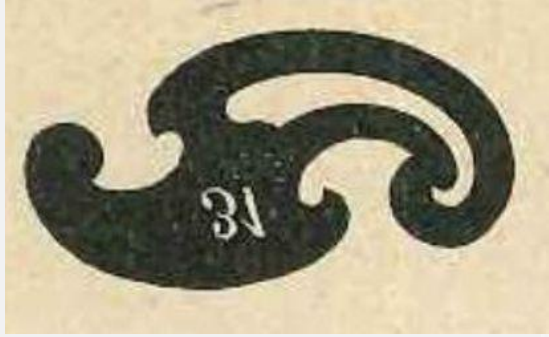


Kurvenlineale (Schwunghölzer)
 Wichmann-Katalog, 17. Auflage 1908, Seite 69

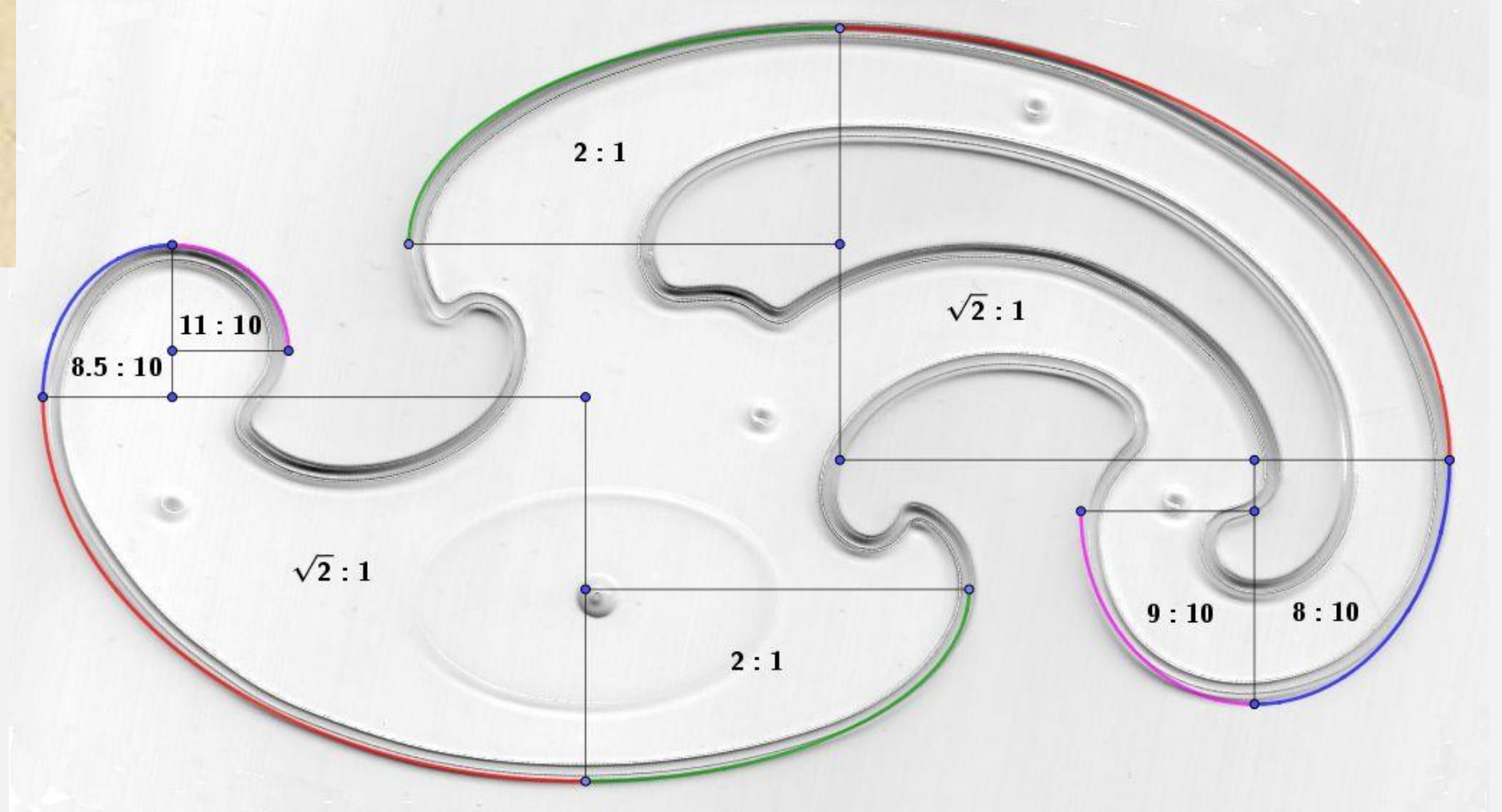
Burmester (†1927)

Nachrufe: Bayerische Akad. d. Wissenschaften (1928), Deutsche Mathematiker-Vereinigung (1930)

Würdigung: Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden (1965)



Fa. Wichmann 1908



Ellipsenlineal

Aristo #5040

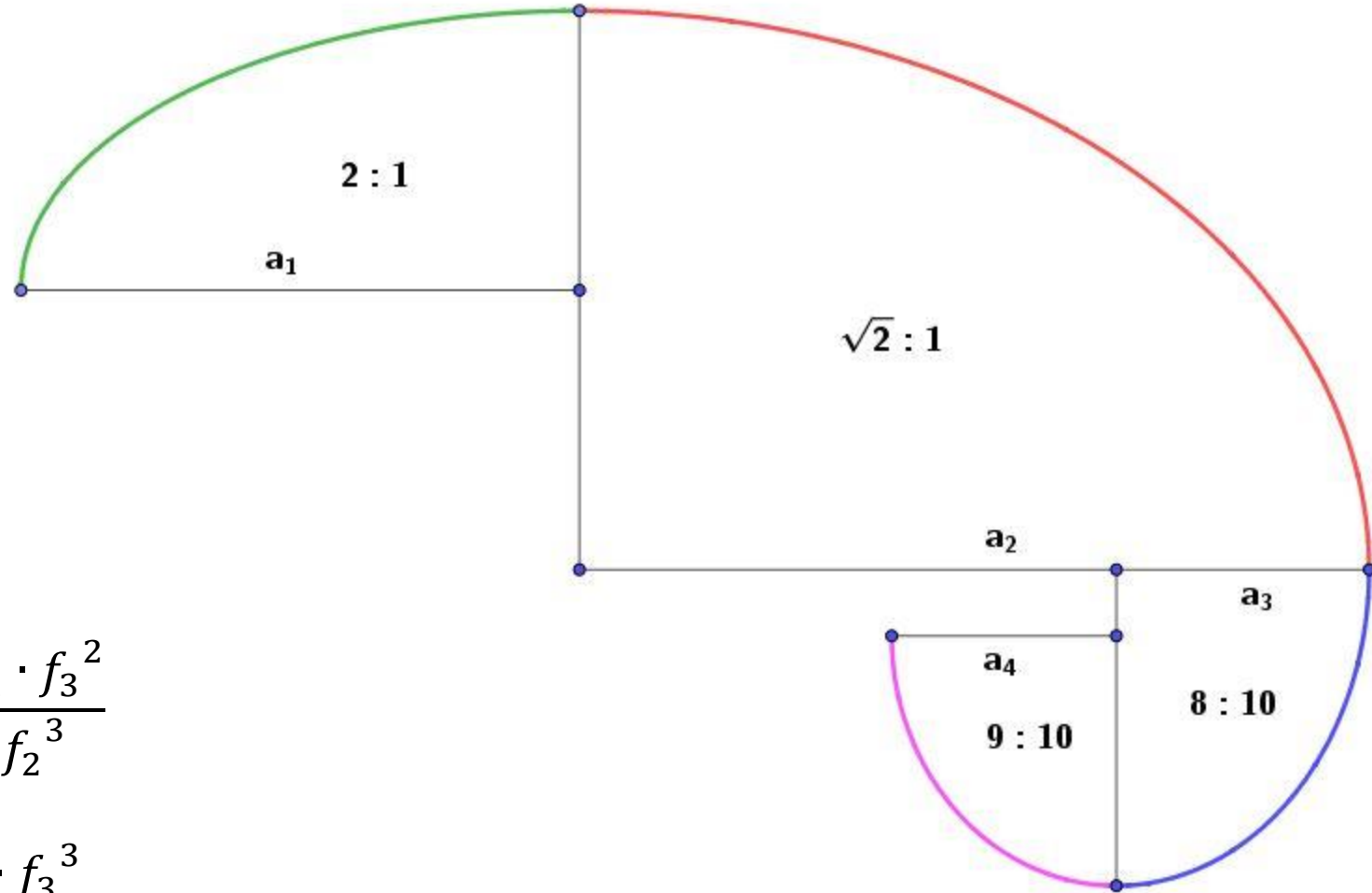
Krümmung der
Ellipsen an den
Anschlussstellen
jeweils gleich.

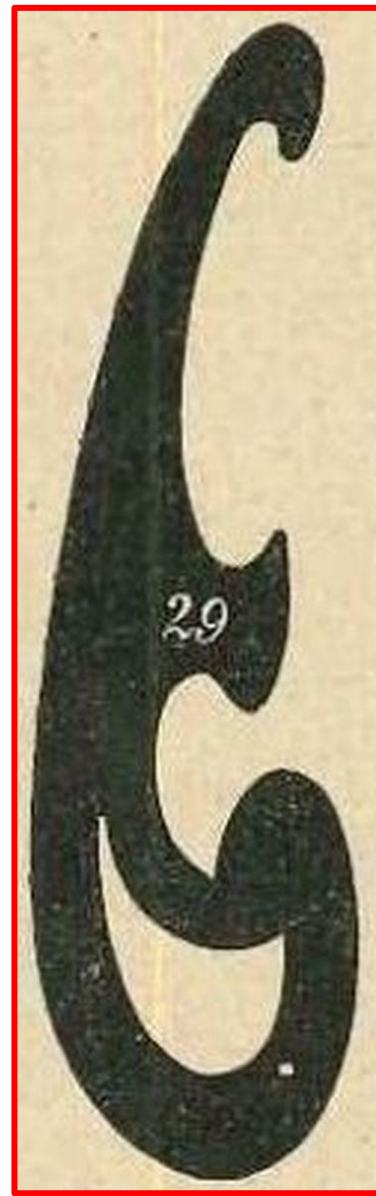
$$a_1 = f_1 \cdot b_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot \frac{f_1}{f_2}$$

$$a_3 = a_2 \cdot \frac{f_3^2}{f_2^2} = a_1 \cdot \frac{f_1 \cdot f_3^2}{f_2^3}$$

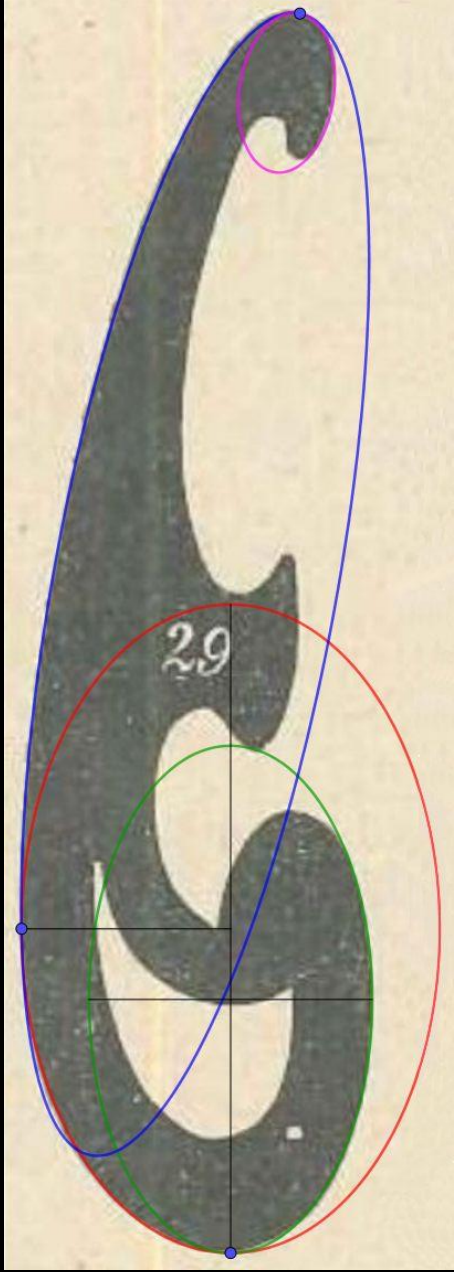
$$a_4 = a_3 \cdot \frac{f_3}{f_4} = a_1 \cdot \frac{f_1 \cdot f_3^3}{f_2^3 \cdot f_4}$$



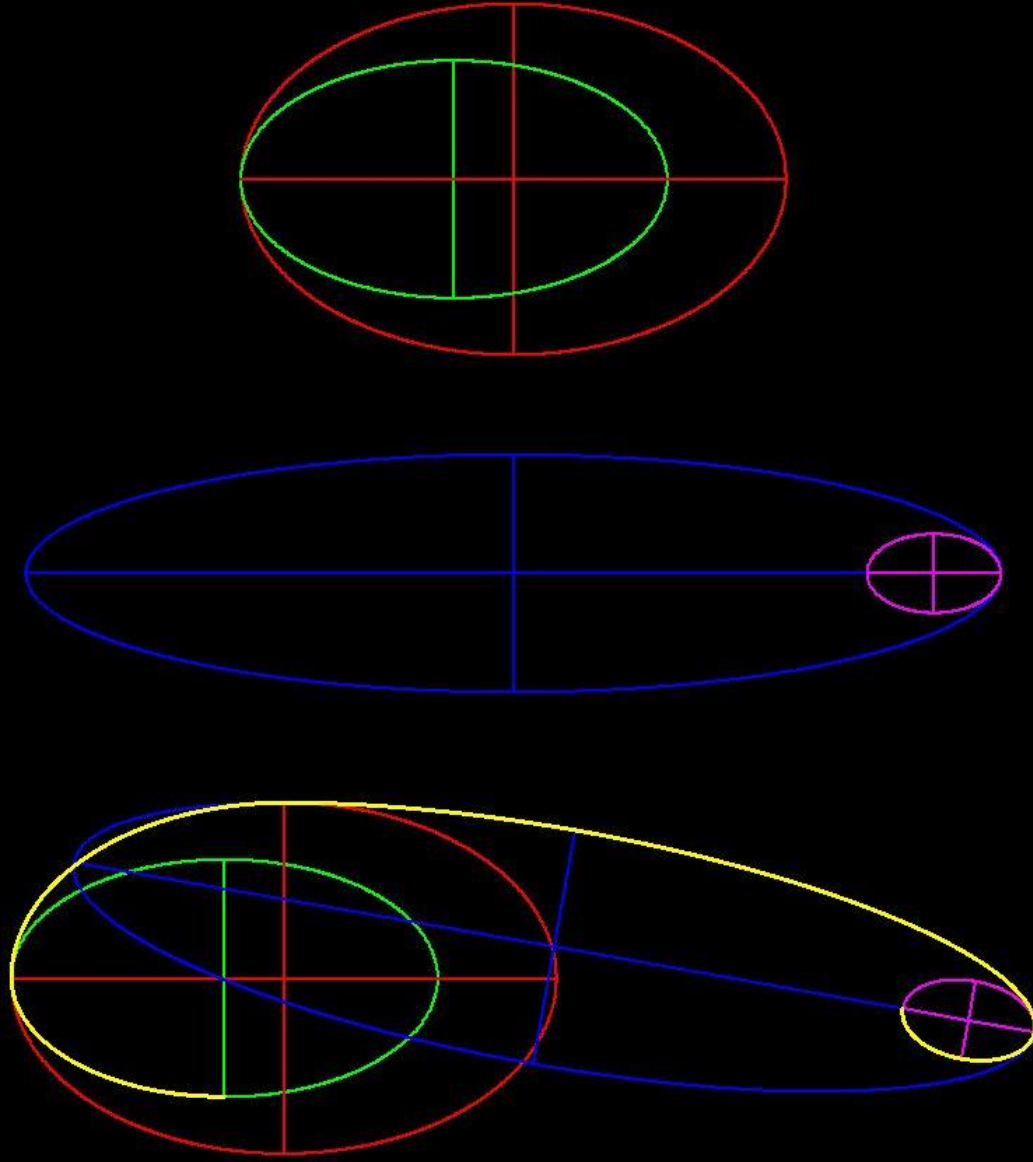


Parabellineal (?)
Fa. Wichmann 1908

Nr. 29 vs. Nr. 13



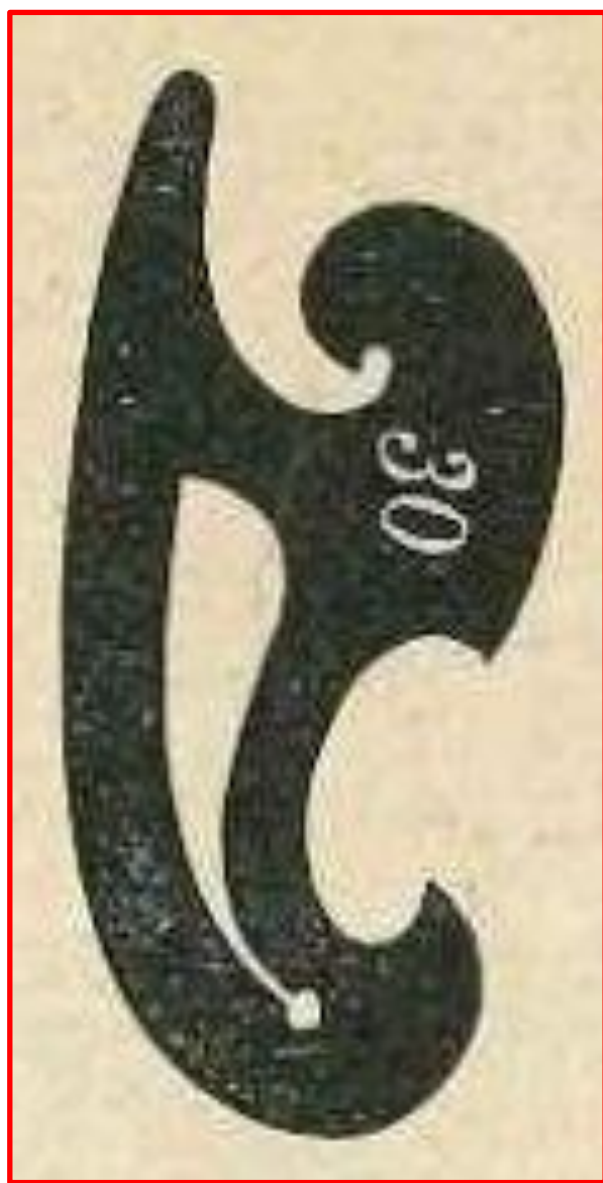
Fa. Wichmann 1908



Parabellineal

Aristo #5040

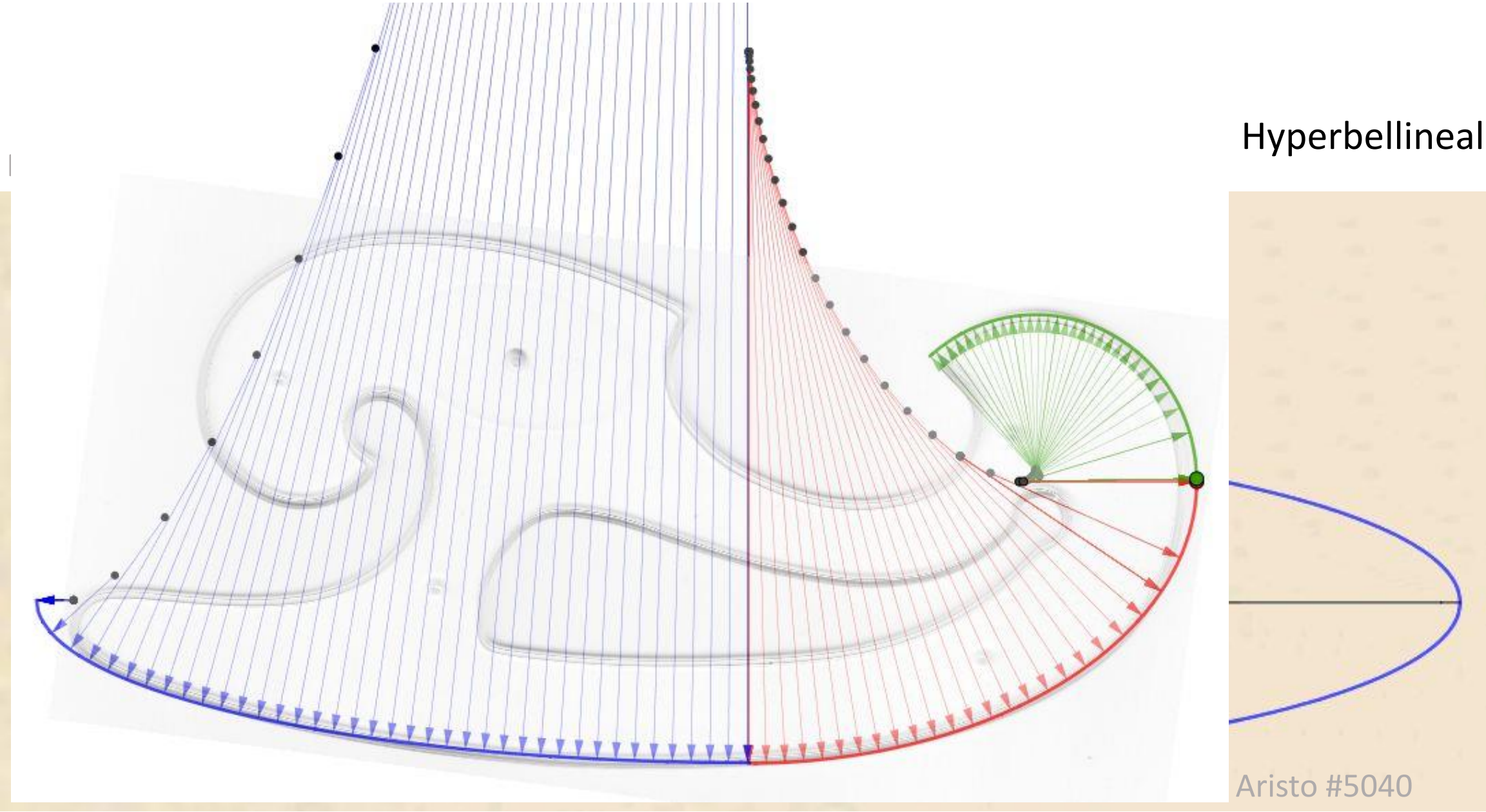




Hyperbellineal (?)
Fa. Wichmann 1908

Nr. 30 vs. Nr. 25

Hyperbelineal



Aristo #5040

